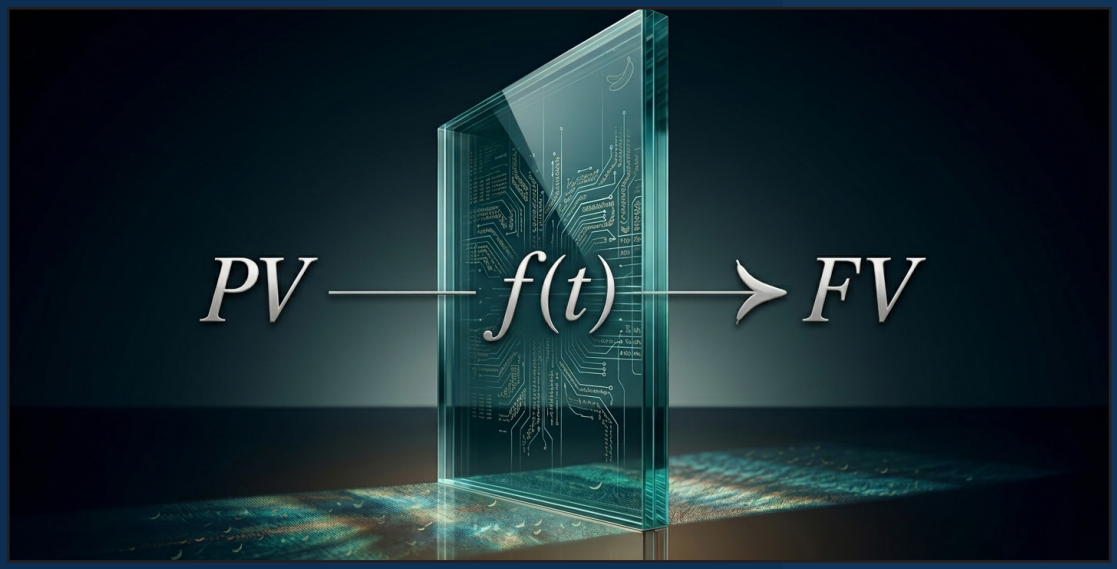
Universidad Nacional de Loja

1859

Matemática Financiera



Paúl Cueva Luzuriaga

Matemática Financiera

Matemática Financiera

Paúl Cueva Luzuriaga



UNL

Autoridades:

Nikolay Aguirre, Ph.D
Rector UNL

Elvia Zhapa Amay, Ph.D
Vicerrectora Académica

Max Encalada, Ph.D
Director de Investigación

Título:

Matemática Financiera

Autor:
Paúl Cueva Luzuriaga

ISBN digital - 978-9942-671-60-8

Editorial Universitaria UNL
Universidad Nacional de Loja
Ciudad Universitaria Guillermo Falconí
comision.editorial@unl.edu.ec
+593 7 259 3550
libros.unl.edu.ec
www.unl.edu.ec
Noviembre, 2026
Loja, Ecuador

Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento No Comercial-CompartirIgual 4.0

2026 ©Universidad Nacional de Loja
Todos los derechos reservados

Índice General

Dedicatoria xi
Dirigido xiii
Capítulo 1: Generalidades 15
1. Generalidades 16
1.1 Definición de matemática financiera 16
1.2 El dinero 17
1.2.1 Funciones del dinero 18
1.2.2 Tipos de dinero 19
1.2.2.1 Dinero mercancía 19
1.2.2.2 Dinero Fiduciario 20
1.2.2.3 Dinero de Depósito o Bancario 20
1.2.2.4 Dinero Electrónico (E–Money) 21
1.2.2.5 Criptomonedas 21
1.3 El ahorro 22
1.3.1 Tipos de ahorro 22
1.3.1.1 Ahorro Voluntario 22
1.3.1.2 Ahorro Forzoso 22
1.3.1.3 Ahorro Financiero 23
1.3.1.4 Ahorro No Financiero 23
1.4 Inversión 24
1.5 El triángulo financiero 25
1.6 El crédito 25
1.7 El interés 26
1.8 El dinero y el tiempo 27
1.9 Diagramas de tiempo 27
1.10 Coste de oportunidad 28
Capítulo 2: Cálculos Generales 30
2. Cálculos generales 31
2.1 Porcentaje 31
2.1.1 Formas de calcular porcentaje 31
2.1.2 Descuentos aplicando porcentajes 33
2.2 Depreciación 38

2.2.1 Métodos de depreciación contables 43
2.2.2 Comparativo de métodos de depreciación 44
2.3 Logaritmos 60
2.3.1 Aplicación de logaritmos 61
2.4 Progresiones 64
2.4.1 Progresión aritmética 64
2.4.2 Sumatoria de la progresión aritmética 65
2.4.3 Progresión geométrica 66
2.4.4 Sumatoria de la progresión geométrica 68
2.5 Ecuaciones 69
2.5.1 Ecuaciones de primer grado 69
2.5.2 Ecuaciones de segundo grado 71

Capítulo 3: Interés Simple 75

3. Interés Simple 76
3.1 Interés 76
3.2 Interés exacto y ordinario 76
3.3 Cálculo del Interés 81
3.4 Cálculo del capital 96
3.5 Cálculo de la Tasa de Interés 99
3.6 Cálculo del Tiempo 102
3.7 Cálculo del Monto a Interés Simple 106
3.7.1 Cálculo del Tiempo del Monto a Interés Simple ... 109
3.7.2 Cálculo de la Tasa de Interés del Monto a Interés Simple 111
3.8 Cálculo del Valor Actual a Interés Simple 114
3.9 Interés sobre Saldos Deudores 129

Capítulo 4: Descuento 151

4. Descuento 152
4.1 Comparación entre Descuento Racional y Comercial 153
4.2 El Redescuento 154
4.3 Documentos de Crédito y su función en el descuento 155
4.4 Descuento Racional (o Matemático/Lógico) 156
4.5 Descuento Comercial (o Bancario) 159
4.6 Valor Actual con Descuento Bancario 164

4.7 Análisis de la relación Descuento Racional / Descuento Bancario y comparación entre Tasa de Interés y Tasa de Descuento 166

Capítulo 5: Ecuaciones de Valor 173

5. Ecuaciones de valor 174
5.1 Propósito de las Ecuaciones de Valor 174
5.2 Fecha Focal: definición e importancia 176
5.3 Primera forma: Reemplazo de un conjunto de deudas en una sola 176
5.4 Segunda forma: Comparación de ofertas de compra/venta 180
5.5 Tercera forma: Cálculo del monto de una serie de depósitos al corto plazo 184
5.6 Cuarta forma: Cálculo del valor actual de una serie de pagos sucesivos al corto plazo 186

Capítulo 6: Cuentas de Ahorro 193

6. Cuentas de Ahorro 194
6.1 Conceptualización de una Cuenta de Ahorro 194
6.2 Tipos de Cuentas de Ahorro 195

Capítulo 7: Interés compuesto 204

7. Interés Compuesto 205
7.1 Conceptualización de Interés Compuesto 205
7.2 Análisis comparativo: Interés Simple vs. Interés Compuesto 206
7.3 Monto con Interés Compuesto 212
7.3.1 Monto Compuesto con periodos de capitalización fraccionarios 219
7.4 Tasas Equivalentes 227
7.4.1 ¿Qué son las Tasas Equivalentes? 227
7.4.2 Comparación de Tasas de Interés como alternativa de inversión 230
7.4.3 Tasa de Interés Anticipada 234
7.5 Tiempo en Interés Compuesto 237
7.6 Valor Actual con Interés Compuesto 242
7.6.1 Valor Actual con Tiempo Fraccionario 249
7.7 Descuento Compuesto 252

Capítulo 8: Ecuaciones de valor en Interés Compuesto 259

8. Ecuaciones de valor en Interés Compuesto 260
8.1 Reemplazo de varias obligaciones en un solo pago 260
8.2 Reemplazo de varias obligaciones en dos pagos iguales . 265
8.3 Comparación de ofertas para comprar o vender con interés compuesto 268

Capítulo 9: Anualidades o rentas..... 276

9. Anualidades o Rentas..... 277
9.1 Clasificación de Anualidades 277
9.2 Elementos de una Anualidad..... 279
9.3 Monto de una Anualidad 281
9.4 Valor Actual de una Anualidad..... 284
9.5 Renta de una Anualidad..... 287
9.6 Número de Periodos de Pago 288
9.7 Tasa de Interés de una Anualidad..... 291
9.8 Anualidades Anticipadas 297
9.8.1 Monto de una Anualidad Anticipada 297
9.8.2 Valor Actual de una Anualidad Anticipada..... 297

Capítulo 10: Amortización 302

10. Amortización..... 303
10.1 Elementos fundamentales de la Amortización 303
10.2 Sistemas Comunes de Amortización..... 303
10.3 Capital Insoluto 309
10.4 Periodo de Gracia..... 311
10.5 Derechos y obligaciones del Acreedor y Deudor..... 314
10.5.1 Derechos y Obligaciones del Acreedor (Prestamista) 315
10.5.2 Derechos y Obligaciones del Deudor (Prestatario)..... 315
10.6 Reajuste de Tasa de Interés en Amortizaciones..... 316
10.7 Valor Futuro en Fondos de Amortización..... 321
10.8 Saldo Insoluto en Fondos de Amortización..... 324

Respuesta de ejercicios 330
Referencias bibliográficas..... 355

Dedicatoria

A quienes recorren a mi lado este camino lleno de ilusiones: a mi compañera de vida Rosa Mendoza; a mis hijos Camila, Samuel y Noah; a mi madre Neli Luzuriaga; a mis abuelos maternos Dora (†) y Sabino (†); a mi padre Luis A. Cueva; a mis hermanos Yanina y Dustin (†); a Rosa Alejandro, mi suegra (†); a Dora, Rosario, Marcia, Rolando, Stalin y a cada integrante de mi familia de sangre y política.

A mis amigos de siempre, quienes creyeron firmemente en esta propuesta; a mis colegas de trabajo y a mis estudiantes de la carrera de Administración Pública de la Universidad Nacional de Loja, hoy destacados profesionales.

De manera especial, expreso mi reconocimiento a Andrea Cevallos por su valioso aporte en la estructuración y ordenamiento inicial de esta obra, así como a todos quienes enriquecieron este trabajo con sus opiniones, valiosos consejos y debates.

Loja, finales de 2025

Dirigido

El trabajo aborda temas sensibles que deben de ser de conocimiento general en el ámbito financiero, como dominio de una práctica doméstica de la ciudadanía que les permita tomar decisiones óptimas y justificadas en procura de mantener una economía doméstica y financiera ordenada y con proyecciones de crecimiento.

En el contexto actual, resulta ser una herramienta adecuada para los estudiantes de colegio, universitarios, profesionales en general, así como para emprendedores, empresarios, sociedad toda, que quieran indagar un poco más de la matemática financiera y aplicarla objetivamente.

Capítulo 1
Generalidades

– Definición de matemática financiera
– El dinero
– El ahorro
– Inversión
– El triángulo financiero
– El crédito
– El interés
– El dinero y el tiempo
– Diagramas de tiempo
– Costo de oportunidad



Capítulo 1: Generalidades

Objetivo: Establecer el andamiaje conceptual de la disciplina mediante nueve constructos interdependientes que fundamentan toda operación financiera posterior.

Marco Conceptual: La matemática financiera se define como el estudio, análisis y valoración de operaciones que implican intercambio de capitales en distintos momentos del tiempo (Villalobos, 2009). El **dinero** —de naturaleza fiduciaria— cumple cuatro funciones: medio de cambio, unidad de cuenta, depósito de valor y medio de pago (Jiménez, 2010), y se clasifica en cinco tipologías que van del metálico a las criptomonedas. El **ahorro** equivale al capital inicial en el esquema financiero; la **inversión** se sustenta en la tríada rendimiento–riesgo–horizonte temporal (Herrera, 2015). El **triángulo financiero** formaliza la relación entre ahorrista, intermediario y prestatario (Velasquez, 2021). El **interés** —costo del dinero en el tiempo (Gutiérrez, 2012)— se bifurca en simple y compuesto. El principio del **valor temporal del dinero** postula que una unidad presente vale más que una futura por efecto de inflación, riesgo y costo de oportunidad. Los **diagramas de tiempo** y el **costo de oportunidad** completan el instrumental de representación y decisión.

Metodología: Expositivo–deductiva con ejemplos prácticos que operacionalizan cada constructo en escenarios cotidianos.

Articulación con Cap. II: Los conceptos definidos —especialmente interés y valor temporal— requieren herramientas matemáticas formales para su cuantificación, rol que asume el Capítulo II.

1. Generalidades

En el estudio de la matemática financiera, es esencial comprender una serie de conceptos básicos que sirven como cimientos para analizar y comprender operaciones más complejas. En este apartado se ofrece una visión clara y actualizada de los principales temas, con el propósito de brindar una base sólida para la formación profesional.

1.1 Definición de matemática financiera

La matemática financiera es una rama del conocimiento dedicada *al estudio, análisis y valoración de las operaciones financieras*. En términos simples, estas operaciones suponen el intercambio de capitales que se presentan en diferentes momentos del tiempo, lo que implica examinar con precisión y rigurosidad cómo varía el valor del dinero conforme pasa el tiempo (Villalobos, 2009).

Se trata de una herramienta fundamental para quienes se desempeñan en *administración, contaduría, ingeniería, economía y otras áreas afines*, ya que facilita la toma de decisiones informadas sobre inversiones, financiamiento y manejo de recursos.

Su importancia radica en la posibilidad de evaluar proyectos, identificar y seleccionar fuentes de financiamiento con condiciones adecuadas y en consecuencia, fortalecer la competitividad de las organizaciones en entornos cambiantes y dinámicos.

Ejemplo práctico:

Piense en un empresario, el cual debe de elegir entre dos alternativas de inversión:

- El Proyecto A, que necesita de una inversión inicial de $ 50.000 y promete una ganancia de $ 65.000 dentro de dos años.
- El Proyecto B, que también demanda $ 50.000 hoy pero que generará $ 68.000 al cabo de tres años.

En este caso la matemática financiera le ofrece los métodos necesarios para calcular el valor actual de cada ganancia futura, lo que le permite comparar ambas opciones de manera objetiva y decidir cuál resulta más conveniente.

1.2 El dinero

El dinero ocupa un lugar central en la economía, la administración y las finanzas. En su forma más sencilla puede definirse como un medio de cambio universal aceptado, que permite adquirir bienes, pagar servicios o saldar obligaciones (deudas) (BBVA, 2015). A lo largo del tiempo su naturaleza ha evolucionado: desde el dinero metálico basado en el oro hasta el *dinero fiduciario o fiat*[1], cuyo valor no depende de su composición material, sino de la confianza colectiva de una sociedad y del respaldo de un Estado. Ejemplos comunes de este tipo de dinero son el dólar, el euro o el yen, utilizados para transacciones y pagos por el reconocimiento legal que poseen como medios de intercambio válidos.

Para que el dinero cumpla correctamente sus funciones dentro de la economía debe de reunir ciertas características esenciales, como se muestra a continuación:

1 Además del dinero físico como son billetes y monedas también en la actualidad existe el uso del dinero electrónico como medio de pago o cobro.

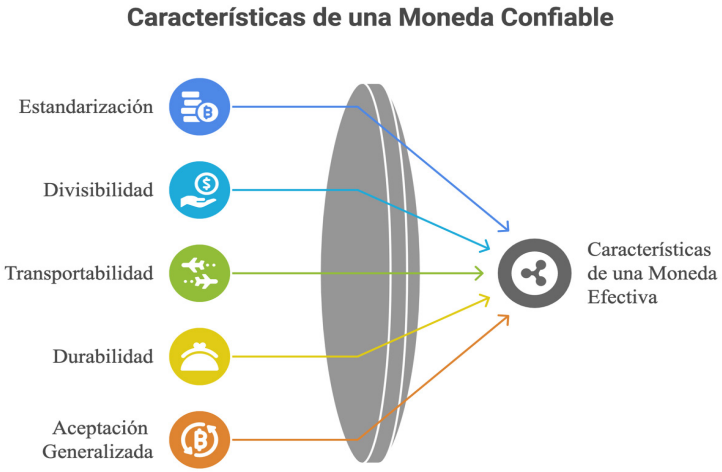


Figura 1. Características esenciales del dinero
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

Ejemplo práctico:

> Cuando una persona utiliza un billete de $ 20 para comprar un libro, confía en que el librero lo aceptará como forma de pago, sabiendo que ese billete podrá ser usado posteriormente para realizar otras compras o liquidar una deuda. El valor real de ese papel no está en su composición, sino en la confianza depositada por la sociedad y el respaldo del gobierno, lo que lo convierte en un instrumento funcional de intercambio.

1.2.1 Funciones del dinero

El dinero juega un papel esencial en el dinamismo de una economía al permitir el intercambio de bienes y servicios, la acumulación de riqueza y la estabilidad de las transacciones a través de la oferta y demanda del mercado. Sus funciones básicas se presentan a continuación:

- **Medio de cambio**: actúa como un intermediario universal que permite realizar transacciones de forma práctica y eficiente.
- **Unidad de cuenta**: Es un patrón de medida común que simplifica la imposición de precios y su contabilidad, expresando en términos monetarios el valor de los bienes o servicios.
- **Depósito de valor**: posibilita el ahorro y la conservación del poder adquisitivo a lo largo del tiempo, aunque existen factores que afectan su valor como la inflación.
- **Medio de pago**: permite saldar deudas y cumplir con obligaciones financieras, como el pago de facturas o créditos (Jiménez, 2010).

Ejemplo práctico:

> Suponga que desea adquirir un televisor con un precio de mercado de $ 1.200 utilizando la *función de unidad de cuenta*. Al pagar con un billete de $ 20 la compra de una golosina, el dinero actúa como *medio de cambio*. Si ahorra $ 400 para gastar en un concierto futuro, está utilizando la función de *depósito de valor*. Y si más adelante procede a pagar una cuota de su préstamo estudiantil, el dinero cumple la *función de medio de pago*.

1.2.2 Tipos de dinero

El dinero, entendido como todo bien que facilita el intercambio en una economía, ha adoptado diversas formas a lo largo de la historia. A continuación, se describen sus principales tipos:

1.2.2.1 Dinero mercancía

Tiene valor intrínseco, es decir, su valor como mercancía equivale a su valor monetario. Representa la forma más antigua de dinero.

Ejemplos prácticos:

- **Oro y plata**: Utilizados durante siglos por su escasez, durabilidad y facilidad para dividirse. Un lingote de oro conservaba su valor, incluso fuera del sistema monetario.
- **Sal**: En la antigua Roma, los soldados en ciertos casos recibían parte de su paga en sal, de donde proviene la palabra "salario".
- **Cacao**: En las civilizaciones prehispánicas, como los aztecas, las semillas de cacao servían como medio de pago y alimento otorgándoles valor intrínseco.

1.2.2.2 Dinero Fiduciario

Es el tipo de dinero más utilizado en la actualidad. No posee valor intrínseco, pero se acepta porque existe una confianza de la autoridad que lo emite (generalmente el gobierno o el banco central).

Ejemplos prácticos:

- **Billetes y monedas**: su valor no reside en el papel o el metal, sino en la confianza del público.
- **Dinero de curso legal**: moneda como el dólar, el euro, el yen o el peso se aceptan por disposición legal dentro de sus respectivos territorios.

1.2.2.3 Dinero de Depósito o Bancario

Conforma la mayor parte del dinero existente en las economías modernas. No es físico, sino que se representa mediante registros electrónicos en cuentas bancarias. Este tipo de dinero permite realizar pagos mediante cheques, transferencias, tarjetas de débito o crédito y en la actualidad también a través de billeteras digitales (wallets).

Ejemplos prácticos:

- **Saldos en cuentas corrientes o de ahorro**: representa la cantidad de dinero con corte a una fecha determinada producto de depósitos y egresos.
- **Cheques**: documentos autorizados por una institución financiera para transferir dinero de una cuenta a otra, o cobro efectivo.
- **Transferencias bancarias**: transferencias para realizar o recibir pagos a través de la banca móvil o en línea.

1.2.2.4 Dinero Electrónico (E–Money)

Es un tipo de dinero que se almacena y transfiere a través de medios electrónicos. Su característica principal es que se encuentra en monederos virtuales, aunque sigue estando respaldado por dinero fiduciario.

Ejemplo práctico:

Al utilizar plataformas como PayPal, Apple Pay, Google Pay, Mercado Pago, el usuario maneja dinero electrónico. Estas herramientas permiten efectuar transacciones seguras sin necesidad de exponer los datos bancarios directamente.

1.2.2.5 Criptomonedas

Dinero digital y descentralizado el cual no depende del respaldo de un gobierno o banco central, sino de la confianza depositada en la tecnología (blockchain).

Ejemplo práctico:

La criptomoneda más conocida en la actualidad es el Bitcoin que se utiliza para comprar bienes o servicios en mercados que la aceptan. Su valor depende del mercado y no de políticas monetarias nacionales. Ethereum, por su parte, además de ser una moneda digital, funciona como una plataforma para contratos financieros y aplicaciones descentralizadas.

1.3 El ahorro

El *ahorro* representa una parte del ingreso que un individuo no lo utiliza para el consumo inmediato, por el contrario lo reserva con fines de uso futuro. Es un elemento importante dentro de la planeación y toma de decisiones financieras, tanto personales como empresariales. En el ámbito de la matemática financiera, el ahorro es considerado como el *capital inicial,* que al ser afectado por una tasa de interés durante un tiempo determinado, genera un beneficio o ganancia.

1.3.1 Tipos de ahorro

1.3.1.1 Ahorro Voluntario

Es el dinero que una persona o empresa decide guardar por iniciativa propia, sin que exista de por medio una obligación legal o contractual. Este tipo de ahorro suele destinarse a gasto o inversiones puntuales, ya sean de corto, mediano o largo plazo.

Ejemplos prácticos:

- **Ahorro para adquirir un bien**: cuando una persona destina una parte de su salario mensual a una cuenta de ahorro con el objeto de comprar una vivienda o un vehículo en un plazo predefinido.
- **Fondo de emergencia**: cuando una familia conserva o mantiene una reserva de dinero para afrontar imprevistos, relacionados con emergencias médicas o falta de liquidez.

1.3.1.2 Ahorro Forzoso

Es aquel ahorro que se realiza de forma obligatoria, de conformidad con las disposiciones legales o por compromisos contractuales.

Ejemplos prácticos:

- **Aportaciones para la jubilación**: en gran parte de países, los trabajadores están obligados a aportar a fondos de pensión o seguridad social. Este tipo de ahorro se hace efectivo al momento de jubilarse.
- **Pagos de seguros de vida o de salud**: en algunos casos estos seguros asignan una parte de la prima al ahorro, debido a que se destina a la acumulación de fondos para cubrir eventualidades o riesgos que pueden presentarse en el futuro.

1.3.1.3 Ahorro Financiero

Este tipo de ahorro tiene estrecha relación con el ámbito financiero y genera rendimientos de acuerdo con el producto o servicio contratado.

Ejemplos prácticos:

- **Cuentas de ahorro**: productos bancarios que permiten realizar depósitos de dinero a cambio de un interés sobre el saldo acumulado.
- **Inversiones en instrumentos de deuda**: Consiste en la adquisición de bonos emitidos por instituciones gubernamentales o corporativas que pagan rendimientos durante un periodo determinado.

1.3.1.4 Ahorro No Financiero

Este tipo de ahorro consiste en resguardar el valor mediante la adquisición de bienes o activos tangibles, sin la intervención directa de las instituciones financieras.

Ejemplos prácticos:

- **Ahorro "debajo del colchón" o "colchon bank"**: es el ahorro cotidiano de familias en su casa, pese a la pérdida de intereses y la exposición a factores como robo o inflación.
- **Inversión de activos**: la compra de joyas u oro permite proteger el patrimonio pese a no generar intereses.
- **Ahorro en bienes inmuebles**: se realiza a través de la adquisición de propiedades.

1.4 Inversión

Es el acto de destinar recursos financieros para adquirir un activo que permita obtener rendimientos en el tiempo (Herrera, 2015). En finanzas, invertir implica operar con productos financieros que presentan riesgo: bonos, acciones, letras de cambio y depósitos bancarios.

Toda inversión se fundamenta en tres elementos esenciales:

- **Rendimiento esperado**: ganancia o rentabilidad que se espera obtener a partir del capital invertido.
- **Riesgo aceptado**: nivel de incertidumbre relacionado al resultado final de la inversión.
- **Horizonte temporal**: tiempo destinado a la inversión.

Ejemplo práctico:

Un inversionista tiene en su poder $2.000 los cuales quiere invertir $1.000 en un bono soberano del gobierno, con una renta fija del 4,5% anual, y la diferencia en acciones ofertadas por una corporación tecnológica emergente, que presenta una tendencia de crecimiento del 23% anual, pero con alto riesgo de pérdida. Las decisiones del inversionista permiten concluir que el bono representa una inversión de bajo riesgo y rendimiento seguro, por su parte las acciones entregan un rendimiento mayor aunque incierto.

1.5 El triángulo financiero

El triángulo en matemática financiera explica la relación existente entre los tres de una operación de crédito, son: el prestatario, el intermediario financiero y el dueño del dinero (Velasquez, 2021).

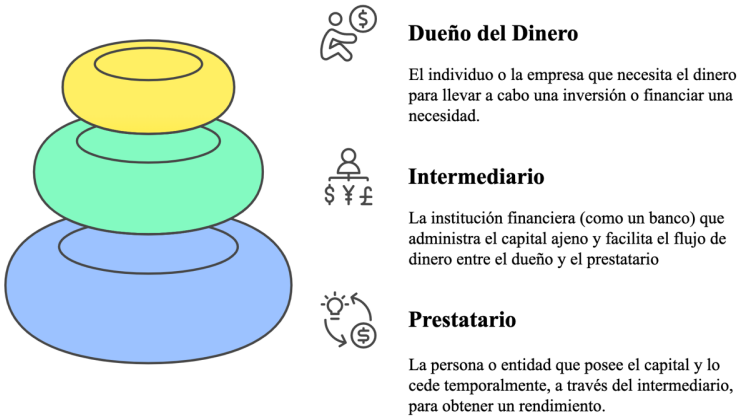


Figura 2. El Triángulo Financiero.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

Ejemplo práctico:

> Cuando una familia deposita sus ahorros en un banco, este a su vez los utiliza para conceder préstamos como a una empresa que está necesitada de adquirir una maquinaria. La empresa paga intereses al banco y este a su vez paga una tasa menor a la familia por sus ahorros. Es así, que el dinero circula entre los tres agentes, generando beneficios mutuos y fomentando la actividad económica.

1.6 El crédito

El crédito para Herrera (2015), se convierte en un proceso financiero, mediante el cual un individuo o institución obtiene dinero para realizar una inversión, a cambio del pago de un interés el cual se encuentra relacionado con el tiempo de duración del compromiso.

Ejemplo práctico:

Un individuo necesita adquirir un celular cuyo costo en el mercado es de $ 750. Por falta de liquidez solicita un crédito a una entidad financiera que le es concedido. El individuo se compromete a cancelar el crédito en cuotas mensuales durante un año, con un interés del 14,5% anual. En esta relación se observa que la confianza del banco depositada en la capacidad de pago del individuo permite hacer posible esta operación financiera.

1.7 El interés

El interés es el costo del dinero en el tiempo, siendo un gasto para quien o quienes han solicitado un préstamo y ganancia para quien lo prestó (Gutiérrez, 2012). Existen dos formas de cálculo:

- El Interés Simple que en su cálculo otorga beneficios únicos del capital inicial. Su uso es común en operaciones financieras de corto plazo.
- El Interés Compuesto en cambio permite que en cada periodo se obtengan beneficios que se suman a cada capital, con efecto acumulativo. Su aplicación se realiza en procesos superiores al año.

Ejemplo Práctico (comparación):

Tabla 1. Elementos Fundamentales de las Operaciones Financieras.

Se invierte $ 1.000 con una tasa del 5 % durante 3 años.

Año	Interés Simple	Interés Compuesto
1	$ 1.000 x 0,05 = $ 50	$ 1.000 x 0,05 = $ 50
2	$ 1.000 x 0,05 = $ 50	$ 1.050 x 0,05 = $ 52,50
3	$ 1.000 x 0,05 = $ 50	$ 1.102 x 0,05 = $ 55,13
Total	$ 150	$ 157,63

1.8 El dinero y el tiempo

Esta relación constituye la base de la matemática financiera y determina que una cantidad de dinero en el presente posee más valor adquisitivo que en un futuro cercano, debido a la presencia e influencia de variables en el entorno económico y financiero como:

- **Inflación**: factor que disminuye la capacidad de compra del dinero en un tiempo futuro.
- **Costo de oportunidad**: representa los rendimientos que podrían haberse obtenido si el dinero se hubiera invertido.
- **Riesgo**: posibilidad de no recibir el dinero esperado por impagos u otros factores (Velasquez, 2021).

Ejemplo práctico:

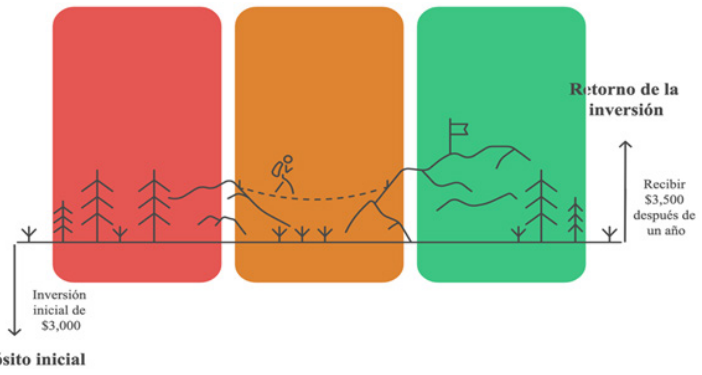
> Una familia promedio posee $ 1.500 en efectivo y decide guardarlos en su casa durante siete años, teniendo la misma cantidad nominal en dicho tiempo, pero si se presenta una inflación de un 3,5% anual su valor real se vería comprometido siendo de $ 1.178,90. Mientras que si los invierte con una tasa del 4% anual, en el mismo tiempo obtendría $ 1.973,90 lo cual le compensaría la afección de la inflación y le generaría un rendimiento real.

1.9 Diagramas de tiempo

Es una gráfica en dos dimensiones que permite representar los movimientos del dinero (ingresos y egresos) que se realizan durante un periodo determinado.

Ejemplo práctico:

Si un inversionista hoy deposita $ 3.000 (flecha hacia abajo en el punto 0) y espera recibir $ 3.500 dentro de un año (flecha hacia arriba en el punto 1) el diagrama permite identificar el flujo del dinero y aplicar las fórmulas de capitalización o descuentos necesarios.



1.10 Coste de oportunidad

Desde el ámbito contable, cuando un individuo opta por una alternativa se contabilizarán todas las operaciones que de ella se deriven pero, no se realizarán los registros de las operaciones que sean de la mejor alternativa a la que se renuncia (González, 2000). En finanzas permite identificar los rendimientos favorables, así como también la renuncia a posibles ganancias.

Ejemplo práctico:

Un microempresario invierte $ 18.000 en un fondo provisional cerrado que le otorga un rendimiento del 9% anual. Sin embargo, también tiene la opción de invertir en un negocio que le promete un 13% anual de rentabilidad. Al seleccionar la primera opción, la decisión le representa un costo del 4% y el beneficio que deja de ganar del 13%.

Capítulo 2
Cálculos generales

– Porcentaje
– Depreciación
– Logaritmos
– Progresiones
– Ecuaciones



Capítulo 2: Cálculos Generales

Objetivo: Proveer el instrumental matemático operativo —porcentajes, depreciación, logaritmos, progresiones y ecuaciones— que traduce los constructos del Capítulo I en cálculos cuantificables.

Marco Conceptual: El **porcentaje** opera mediante regla de tres, división directa y proporciones, con aplicación directa a descuentos comerciales y estructuras de costos. La **depreciación** —pérdida de valor de activos fijos por uso u obsolescencia (Mora, 2009)— se desarrolla bajo el **método de línea recta** como referente académico, complementado por los métodos de unidades de producción y horas, con escenarios de reinversión y recálculo del cargo periódico. Los **logaritmos** permiten despejar n e i en expresiones de la forma $(1+i)^n$, estructura algebraica central del interés compuesto (Mancil & González, 2007). Las **progresiones aritmética y geométrica** modelan flujos de pagos crecientes o decrecientes y prefiguran directamente la fórmula de anualidades. Las **ecuaciones de primer y segundo grado** habilitan el despeje de cualquier variable financiera desconocida.

Metodología: Algorítmica–demostrativa: fórmula canónica, ejemplos resueltos y ejercicios de complejidad progresiva. Premisa transversal: ninguna variable financiera está impedida de despeje.

Articulación con Cap. III: La estructura $(1+i)^n$ trabajada vía logaritmos, y la modelización de flujos con progresiones, son los operadores directos del **interés simple** desarrollado en el Capítulo III.

2. Cálculos generales

2.1 Porcentaje

Representa la relación porcentual entre dos cantidades absolutas que permite identificar una parte respecto a un todo divisible en partes iguales. Su símbolo "%" el cual significa "por ciento", es decir, "por cada cien".

2.1.1 Formas de calcular porcentaje

El porcentaje puede calcularse de distintas formas, de acuerdo a la operación que se elija. A continuación, se explican tres métodos comunes para obtenerlo.

La Regla de Tres.– este método es uno de los más sencillos y prácticos para resolver problemas de proporciones. Se aplica cuando hay conocimiento de tres valores de cuatro existentes. En el caso de porcentajes, permite determinar una cantidad o el porcentaje que representa una parte del total.

Ejemplo práctico:

Calcular el 30% de 2.500

$$\begin{aligned} 2.500 &\rightarrow 100\% \\ x &\rightarrow 30\% \end{aligned}$$

$$x = \frac{2.500 \times 30}{100} = 750$$

La División Directa.– este procedimiento es una forma abreviada de la regla de tres. Consiste en un proceso de conversión del porcentaje a su similar decimal que luego será multiplicado por el total.

Ejemplo práctico:

Calcular el 30% de 2.500

$$x = \frac{30\%}{100\%} = 0{,}3$$

$$x = 2.500 \times 0{,}3 = 750$$

Las Proporciones.– expresan una igualdad entre dos razones. Son la base teórica que sustenta la regla de tres y la división directa.

Ejemplo práctico:

Calcular los $3\frac{2}{7}\%$ de 800

Primero, se transforma el número mixto en fracción.

$$3\frac{2}{7} = \frac{(3 \times 7) + 2}{7}\%$$

$$3\frac{2}{7}\% = \frac{23}{7}\%$$

$$\frac{23}{7}\% = 3{,}29\%$$

Luego la conversión del porcentaje en número decimal.

$$3{,}29/100 = 0{,}0329$$

Finalmente, se multiplica por el total.

$$0{,}0329 \times 800 = 26{,}32$$

Ejercicio 1

1. $-\frac{21}{6}\%$ de 1.500
2. 0,3% de 10
3. $\left(\frac{\frac{3}{3+5}}{2-3} + 3\right)\%$ de 40
4. $\left(\frac{\frac{3}{-3}}{\frac{2+6}{-2}} + \frac{1}{\frac{35}{3}} + 2\right)\%$ de 30

5. $2\frac{3}{8}\%$ de 33

6. $3\frac{9}{4}\%$ de 500

7. $6\frac{4}{5}\%$ de 10

8. $6\frac{4}{5}\%$ de 30

2.1.2 Descuentos aplicando porcentajes

En el ámbito financiero y comercial, un descuento representa una disminución al precio original de un bien o servicio. El análisis de descuentos es una aplicación directa de los porcentajes, ya que se expresa como una fracción del precio original.

Ejemplos prácticos:

1. El precio de venta al público de una refrigeradora es de $ 785,50. Si se cancela el 40% del precio tendrá un descuento del 20% sobre el saldo restante, además de una absorción de $\frac{2}{9}$ del IVA. ¿Cuál es el valor a cancelar?

Datos

Cancelando el 40% del PVP

PVP = $ 785,50

D = 20%(PVP × 60%)

A = $\frac{2}{9}\%$(IVA)

Desarrollo

Pago inicial (40%)

PI = 40% x 785,50

PI = **0**, 4 x 785,50

PI = **314**, **20**

IVA (sobre precio inicial)

IVA = 785,50 × 0,15

IVA = **117**, **83**

Saldo restante del 60%

785,50 – 314,20 = 471,30

Absorción

$$\mathbf{A} = \frac{2}{9}(\text{IVA})$$

$$\mathbf{A} = 0{,}22 \times 117{,}83$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{25{,}92}$$

Descuento del 20% sobre el saldo

$$\mathbf{D} = 20\% \text{ x } 471{,}30$$

$$\mathbf{D} = 0{,}20 \times 471{,}30$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{94{,}26}$$

Total a pagar

TP = 314,20 + 377,04 +117,83 – 25,92

TP = 783,15

Saldo después del descuento

$$\mathbf{SDD} = 471{,}30 - 94{,}26$$

$$\mathbf{SDD} = \mathbf{377{,}04}$$

Respuesta: el valor a cancelar por la compra es de $ 783,15. Debe de considerar que la absorción del IVA reduce el monto final a pagar.

2. Un producto tiene como costos:

a) $ 45

b) $11\frac{6}{7}\%$ de a)

c) 58% de b), desea tener una ganancia que represente el 40% del 50% de sus costos.

Datos

Costo inicial a = $ 45

Costo adicional b = $11\frac{6}{7}\%$ de a)

Costo adicional c = 58% de b)

Ganancia deseada G = 40% del 50% del costo total

Desarrollo

$$\text{Costo adicional b} = 11\frac{6}{7}\% = \frac{(11 \times 7) + 6}{7}\% = 11{,}86\%$$

Cálculo de b)

$\mathbf{b} = 11{,}86\% \times 45{,}00$

$\mathbf{b} = 0{,}1186 \times 45{,}00$

$\mathbf{b} = \mathbf{5{,}34}$

Costo total (a+b+c)

$\mathbf{TC} = 45{,}00 + 5{,}34 + 3{,}10$

$\mathbf{TC} = \mathbf{53{,}44}$

Cálculo de c)

$\mathbf{c} = 58\% \text{ x } b$

$\mathbf{c} = 58\% \times (5{,}34)$

$\mathbf{c} = 0{,}58 \times (5{,}34)$

$\mathbf{c} = \mathbf{3{,}10}$

Ganancia deseada

$\mathbf{G} = 40\%(TC \times 50\%)$

$\mathbf{G} = 40\%(53{,}44 \times 50\%)$

$\mathbf{G} = 0{,}40 \times (53{,}44 \times 0{,}50)$

$\mathbf{G} = 0{,}40 \times (26{,}72)$

$\mathbf{G} = \mathbf{10{,}69}$

Precio de venta

$\mathbf{PV} = \mathbf{TC} + \mathbf{G}$

$\mathbf{PV} = 53{,}44 + 10{,}69$

$\mathbf{PV = 64{,}13}$

Respuesta: El producto debe venderse a $ 64,13 para obtener la ganancia deseada.

3. La venta de una cocina tiene un precio de venta al público de $ 635,50. La misma tendría 2 formas de pago.

a) Si se cancela el 50% tendrá un descuento de $18\frac{7}{4}\%$ respecto del total y una absorción del IVA de $\frac{1}{5}$.

b) Si se cancela $\frac{3}{4}$ del 80% PVP. Obtendrá un descuento del 20 % del 30% del PVP.

Datos

PVP = $ 635,50

Primera forma de pago

$\mathbf{D} = 18\frac{7}{4}\%$ con respecto del total

$\mathbf{A} = \frac{1}{5}$

Segunda forma de pago

D = 20% (PVP x 30%)

Desarrollo

Primera forma de pago

Pago inicial: valor contado (VC)

$$\mathbf{VC} = \text{PVP} \times 50\%$$

$$\mathbf{VC} = 635{,}50 \text{ x } 0{,}50$$

$$\mathbf{VC} = \mathbf{317{,}75}$$

$= 18\frac{7}{4}\% = \frac{(18 \times 4) + 7}{4}\ \% = 19{,}75\%$ Cambio de número mixto a su equivalente en fracción

Descuento (D)

$\mathbf{D} = \text{PVP} \times (\%D)$

$\mathbf{D} = 635{,}50 \times 0{,}1975 = \mathbf{125{,}51}$

Valor tras Descuento (VTD)

VTD = 635,50 – 125,51 = **509,99**

Absorción (A)

A = 635,50 x 0,15 = 95,33

$\mathbf{A} = 95{,}33 \times \frac{1}{5} = \mathbf{19{,}07}$

IVA a pagar

IVAp = 95,33 – 19,07

IVAp = 76,26

Valor a pagar con impuesto (VPCI)

VPCI = 509,99 + 76,26 = **586,25**

Respuesta: El valor a cancelar con impuestos por la adquisición de la cocina es de $ 586,25

Segunda forma de pago

Si se cancela $\frac{3}{4}$ del 80% PVP

Pago inicial: valor contado (VC)

$$\mathbf{VC} = \frac{3}{4}(\text{PVP} \times 0{,}80)$$

$$\mathbf{VC} = \frac{3}{4}(635{,}50 \times 0{,}80)$$

$$\mathbf{VC} = \frac{3}{4}(508{,}40)$$

$$\mathbf{VC} = \mathbf{381{,}30}$$

Descuento (D)

D = 20%(635,50 x 30%)
D = 0,20 x (635,50 x 0,30)
D = 0,20 x (190,65)
D = 38,13

Valor a pagar sin IVA (VPSI)

VPSI = 635,50 – 38,13
VPSI = 597,37

Valor a pagar con IVA (IVA)

IVA = 597,37 x 0,15
IVA = 89,61

Valor a pagar con impuesto (VPCI)

VPCI = 597,37 + 89,61
VPCI = 686,98

***Respuesta*:** El valor a cancelar con impuestos por la adquisición de la cocina es de $ 686,98

Ejercicio 2

1. La producción de un artículo demanda los siguientes costos:

a). $ 30,80
b). $37\frac{2}{5}$ % menos del 40% de a)
c). El duplo del 40% de a más $\frac{3}{5}$ de b). Determine el costo de la producción.

2. La producción de un artículo corresponde a los siguientes costos:

a). $ 52,30
b). $40\frac{1}{5}$ % menos de a)
c). 30% de a) más el duplo del 40% de b). Si desea tener un beneficio del 20,20 % del 30% del total costo de producción.

3. Se desea comprar una cocina cuyo valor es de $ 750 el cual podría recibir un descuento si:

a). Cancela el 60% de valor, recibe un descuento del total del 8%

b). Cancela el 50% del total y recibe 20% de descuento de la mitad del valor y 4% descuento del impuesto.

4. Un productor agrícola desea calcular el precio de venta de su producto con conocimiento de que su costo de producción es de $ 50. Desea tener un beneficio adicional $3\frac{4}{5}$% recordando que para su venta absorberá 40% de IVA. ¿Cuál es el beneficio?

5. La producción de un equipo requiere los siguientes insumos.

a). $ 720

b). La diferencia de 20,5% respecto de a).

c). 8,3% de b) más el duplo del 30% de a) con la venta requiere el beneficio de $18\frac{6}{5}$% del 40% del costo total.

6. La venta de un vehículo genera un valor de $ 2.000 el cual recibe beneficios de descuentos, y se cancela de la siguiente forma:

a). 25% descuento al 70% del PVP.

b). 15% descuento al 40% del PVP.

2.2 Depreciación

Proceso que permite que ***un activo fijo disminuya o pierda su valor monetario y de servicio*** (como maquinaria, vehículos, equipos o edificios) debido al uso, el paso del tiempo, la obsolescencia tecnológica o factores externos como el mercado (Mora, 2009).

Es un concepto clave en:

- **Contabilidad**.– para reflejar el desgaste de los bienes de una empresa pública o privada.
- **Finanzas**.– para calcular costos y planificar inversiones.
- **Fiscalización**.– las empresas pueden deducir la depreciación como gasto.

Profundizando las causas de la depreciación pueden ser por:

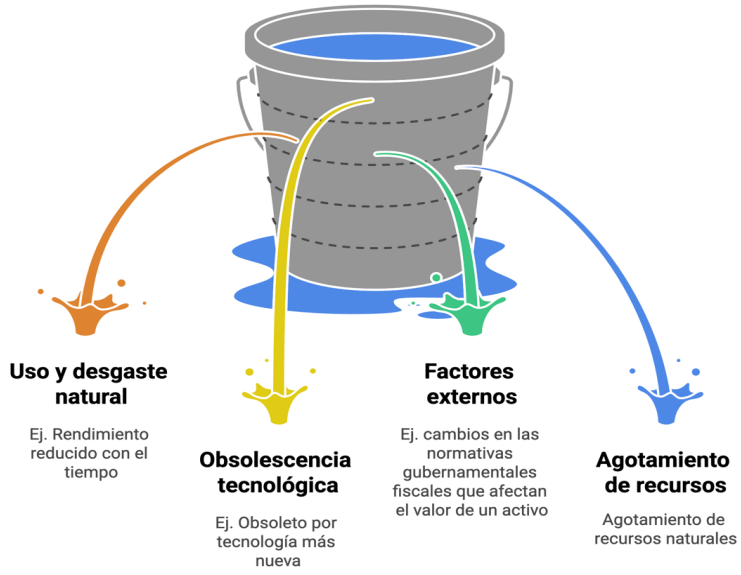


Figura 3. Causas de la Depreciación
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

La importancia de la depreciación se evidencia en las:

- Empresas, debido a que representa un gasto deducible el cual reduce el impacto de los impuestos.
- Inversores porque les permite verificar el desgaste real de los activos.

- Compradores porque les ayuda a valorar bienes usados (ej.: autos seminuevos).

En el proceso de cálculo de la depreciación se consideran conceptos como:

- **Vida útil**.– representa la duración probable de un bien o activo. Es un valor estimado realizado por expertos, fabricantes o instituciones gubernamentales.
- **Costo inicial**.– valor de compra inicial de un activo.
- **Valor de salvamento o valor residual**.– es el valor final de una bien cuando éste ya no aporta en la actividad productiva y ha perdido su valor monetario inicial.
- **Cargo por depreciación**.– son los depósitos periódicos que permite observar la evolución la depreciación de un activo a través de un fondo para la depreciación.

Los activos de una entidad representan los bienes que forman parte de su patrimonio y que, debido al uso, el paso del tiempo u otros factores, sufren una pérdida de valor (depreciación). Esta disminución se registra contablemente como un gasto y, a su vez, afecta el valor neto del patrimonio.

Entre estos activos, se distinguen:

- **Inmuebles**.– bienes no movibles (edificios, terrenos, locales) que sirven como infraestructura para albergar otros activos o facilitar las operaciones.
- **Muebles**.– bienes tangibles y transportables (maquinaria, equipos, vehículos, mobiliario) esenciales para el desarrollo de las actividades productivas o administrativas.

Tabla 2. Patrimonios y Activos.

Patrimonios y Activos			
Bienes muebles	Equipos	Depreciación	Años
	Vehículos		Unidades de producción
	Maquinarias		Número de horas
	Equipos informáticos		
Bienes inmuebles	Edificios	→	Deprecian su valor
	Terrenos	→	Avalúan

A continuación se describen algunos bienes muebles e inmuebles con su vida útil y % de depreciación de acuerdo a lo propuesto por el Consejo Nacional de Armonización Contable – México (2012).

Tabla 3. Tiempo de vida útil y % de depreciación de activos (bienes muebles e inmuebles).

Concepto	Años de vida útil	% De depreciación
Bienes inmuebles, infraestructura y construcciones en proceso		
Viviendas	50	2
Edificios no habitacionales	30	3,3
Infraestructura	25	4
Otros bienes inmuebles	20	5
Bienes muebles, mobiliario y equipo de administración		
Muebles de oficina y estantería	10	10
Muebles, excepto de oficina y estantería	10	10
Equipo de cómputo y de tecnologías de la información	3	33,3
Otros mobiliarios y equipos de administración	10	10
Mobiliario y equipo educacional y recreativo		
Equipos y aparatos audiovisuales	3	33,3
Aparatos deportivos	5	20
Cámaras fotográficas y de video	3	33,3
Otro mobiliario y equipo educacional y recreativo	5	20

Concepto	Años de vida útil	% De depreciación
Equipo e instrumental médico y de laboratorio		
Equipo médico y de laboratorio	5	20
Instrumental médico y de laboratorio	5	20
Equipo de transporte		
Automóviles y equipo terrestre	5	20
Carrocerías y remolques	5	20
Equipo aeroespacial	5	20
Equipo ferroviario	5	20
Embarcaciones	5	20
Otros equipos de transporte	5	20
Equipo de defensa y seguridad	*	*
Maquinaria, otros equipos y herramientas		
Maquinaria y equipo agropecuario	10	10
Maquinaria y equipo industrial	10	10
Maquinaria y equipo de construcción	10	10
Sistemas de aire acondicionado, calefacción y de refrigeración industrial y comercial	10	10
Equipo de comunicación y telecomunicación	10	10
Equipos de generación eléctrica, aparatos y accesorios eléctricos	10	10
Herramientas y máquinas – herramienta	10	10
Otros equipos	10	10
Activos biológicos		
Bovinos	5	20
Porcinos	5	20
Aves	5	20
Ovinos y caprinos	5	20
Peces y acuicultura	5	20
Equinos	5	20
Especies menores y de zoológico	5	20
Árboles y plantas	5	20
Otros activos biológicos	5	20

2.2.1 Métodos de depreciación contables

La depreciación como un proceso contable que se ajusta de acuerdo a la legislación vigente no considera los costos financieros previos (intereses por financiamiento), tampoco la inflación y el impacto fiscal que reduce la base imponible al ser registrada como gasto deducible. Entre los métodos de depreciación se encuentran:

- **Método uniforme o línea recta**.– que distribuye el costo de forma uniforme durante la vida útil del bien.

$$\textbf{Depreciación anual} = \frac{\text{Costo del activo} - \text{Valor de salvamento o Valor residual}}{\text{Vida útil (años)}}$$

- **Método por unidad de producción**.– se asigna el costo según el uso o producción (horas, kilómetros, unidades).

$$\textbf{Depreciación por unidad} = \frac{\text{Costo del activo} - \text{Valor residual}}{\text{Unidades totales estimadas}}$$

- **Método de suma de dígitos decreciente**.– depreciación acelerada con mayor gasto en los primeros años.

$$\textbf{Depreciación} = \frac{\text{Vida útil restante}}{\text{Suma de dígitos}} \text{ x (Costo} - \text{Valor residual)}$$

- **Método de porcentaje fijo**.– se aplica un % constante sobre el valor en libros cada año.

$$\textbf{Depreciación anual} = \text{Valor en libros x Tasa fija}$$

- **Método fondo de amortización**.– incluye intereses sobre un fondo que acumula el valor depreciado.

$$\textbf{Depreciación anual} = \text{Depreciación} + \text{Interéses del fondo}$$

- **Agotamiento por unidad de producción**.– se usa en el cálculo de recursos naturales como minas, pozos petroleros, etc.

$$\textbf{Depreciación anual} = \frac{\text{Costo del recurso}}{\text{Unidades estimadas}} \text{ x Unidades extraídas}$$

2.2.2 Comparativo de métodos de depreciación

Tabla 4. Comparativos de métodos de depreciación.

Método	Ventajas	Desventajas	Mejor Aplicación
Uniforme o línea recta	Sencillez y uniformidad en el gasto anual.	No refleja el desgaste real acelerado.	Edificios, mobiliario, infraestructura.
Unidad de producción	Vincula el gasto al uso real.	Requiere seguimiento detallado de producción.	Maquinaria, vehículos, equipos industriales.
Suma de Dígitos	Mayor gasto fiscal inicial (ahorro tributario).	Cálculos más complejos.	Tecnología (equipos que se obsolescen rápido).
Porcentaje Fijo	Flexible para activos con desgaste irregular.	Puede generar valores residuales irreales.	Herramientas, activos diversos.
Fondo de Amortización	Incluye el costo financiero del activo.	Complejidad administrativa y contable.	Grandes inversiones con financiamiento.
Agotamiento	Ajuste preciso para recursos no renovables	Limitado a industrias extractivas.	Minas, pozos petroleros, forestales.

Para fines académicos en este texto se considerará el método de línea recta que tiene como principio el que la depreciación anual permanezca constante durante toda la vida útil del activo.

1. **Depreciación cuando está dado en función del número de años.**

$$\textbf{Cargo por depreciación (CD)} = \frac{\textbf{Costo inicial (CI)} - \textbf{Valor de salvamento (VS)}}{\textbf{Número de años de vida útil (N)}}$$

Ejemplos prácticos:

1. Se requiere conocer el cargo por depreciación anual de un vehículo cuyo costo es de $ 36.000 si se proyecta una vida útil de 5 años, conociendo que el valor de salvamento es de 10%.

Datos

CI = $ 36.000
VS = 10%
N = 5 años

Desarrollo

Valor de salvamento

VS = 36.000 x 0,10

VS = 3.600

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{36.000 - 3.600}{5}$$

$$\mathbf{CD} = \frac{32.400}{5}$$

CD = 6.480

Tabla 5. Depreciación en función del número de años.

Tiempo	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación $	Valor en libros al final del año $
			36.000
1	6.480	6.480	29.520
2	6.480	12.960	23.040
3	6.480	19.440	16.560
4	6.480	25.920	10.080
5	6.480	32.400	3.600

2. Calcule el cargo por depreciación de una maquinaria si su precio es de $ 850.000 más IVA, con una vida útil de 5 años si su valor de salvamento es de 10%. Realice la tabla.

Datos

CI = $ 850.000 + IVA
VS = 10%
N = 5 años

Desarrollo

Costo inicial

CI = $ 850.000 x 1,12

CI = $ 952.000

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{952.000 - 95.200}{5}$$

$$\mathbf{CD} = \frac{856.800}{5}$$

CD = 171.360

Valor del salvamento

VS = 952.00 x 0,10

VS = 95.200

Tabla 6. Depreciación en función del número de años.

Tiempo	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación $	Valor en libros final del año $
			952.000
1	171.360	171.360	780.640
2	171.360	342.720	609.280
3	171.360	514.080	437.920
4	171.360	685.440	266.560
5	171.360	856.800	95.200

3. Calcular el cargo por depreciación de un vehículo cuyo valor final es de $ 28.500 su vida útil está dada en 5 años. Al tercer año sufre un siniestro por lo que su recuperación ampliaría su vida útil en 2 años más. Se inyecta $ 5.700 para su arreglo con valor de salvamento del 10%.

Datos

CI = $ 28.500

VS = 10%

N = 5 años

3er año

Inyecta = $ 5.700

Amplia vida útil = 2 años

Desarrollo

Valor de salvamento

VS = 28.500 x 0,10
VS = 2.850

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{28.500 - 2.850}{5}$$

$$\mathbf{CD} = \frac{25.650}{5}$$

CD = 5.130

3er año
Inyección = $ 5.700
Amplia vida útil = 2 años
Valor en libros al final del 3er año = 13.110

Nuevo costo = Valor en libros al final del 3er año + inyección
Nuevo costo = 13.110 + 5.700
Nuevo costo = 18.810

Valor de salvamento

VS = 18.810 x 0,10
VS = 1.881

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{18.810 - 1.881}{4}$$

$$\mathbf{CD} = \frac{16.929}{4}$$

CD = 4.232,25

Tabla 7. Depreciación en función del número de años.

Tiempo	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación	Valor en libros al final del año	Nuevo valor en libros
			28.500	
1	5.130	5.130	23.370	
2	5.130	10.260	18.240	
3	5.130	15.390	**18.810**	**13.110**
4	**4.232,25**	**19.622,25**		14.577,75
5	4.232,25	23.854,50		10.345,50
6	4.232,25	28.086,75		6.113,25
7	4.232,25	32.319		1.881

4. Un empresario adquiere un multicarga por el valor de $ 85.000. El valor de desaduanización es del 6,50%, el traslado del mismo es de 2/3 menos de lo pagado en aduanas y el valor de salvamento es del 10%. Se proyecta una vida útil de acuerdo a la normativa legal de 15 años.

Al cuarto año el motor sufre un desperfecto que obliga realizar la adquisición de un componente por un valor de $ 8.500 con un valor de salvamento del 11% dando una vida útil de dos años más con respecto al inicial.

Dos años antes de la finalización de la vida útil del bien se realiza refacciones en el motor y en partes por $ 5.000 su valor de salvamento es del 4% menos del valor inicial y se proyecta obtener dos años más de vida útil.

Datos

CI = $ 85.000

Valor de desaduanización = 6,5%

CT = $\frac{2}{3}$ de lo pagado en aduanas

VS = 10%

1ra vez vida útil = 15 años

4to año

V. pieza = 8.500

VS = 11%

2da vez vida útil = 2 años

V. pieza = 5.000

VS = 4% – 10% = 6%

3ra vez vida útil = 2 años

Desarrollo

Costo Inicial

85.000 — 100%

x_1 — 6,5%

$$\mathbf{x_1} = \frac{85.000 \times 6,5\%}{100\%}$$

$\mathbf{x_1 = 5.525}$

$$5.525 \times \frac{2}{3} = 3.683,33$$

$$5.525 - 3.683,33 = 1.841,67$$

$$85.000 + 5.525 + 1.841,67 = \mathbf{92.366,67}$$

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD_1} = \frac{\mathbf{CI - VS}}{\mathbf{N}}$$

$$\mathbf{CD_1} = \frac{92.366,67 - 9.236,67}{15}$$

$\mathbf{CD_1 = 5.542}$

Valor de salvamento

92.366,67 — 100%

x_2 — 10%

$$\mathbf{x_2} = \frac{92.366,67 \times 10\%}{100\%}$$

$\mathbf{x_2 = 9.236,67}$

Cálculo al 4to año

70.198,67 + 8.500 = **78.698,67**

Valor de salvamento

78.698,67 — 100%

x_3 — 11%

$$\mathbf{x_3} = \frac{78.698,67 \times 11\%}{100\%}$$

$\mathbf{x_3 = 8.656,85}$

2 años antes del fin de vida útil

19.432,54 + 5.000 = **24.432,54**

VS(4% – 10% V.I) = 6%

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD_2} = \frac{\mathbf{CI} - \mathbf{VS}}{\mathbf{N}}$$

$$\mathbf{CD_2} = \frac{78.698,67 - 8.656,85}{13}$$

$\mathbf{CD_2 = 5.387,83}$

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD_3} = \frac{\mathbf{CI} - \mathbf{VS}}{\mathbf{N}}$$

$$\mathbf{CD_3} = \frac{24.432,54 - 1.465,95}{4}$$

$\mathbf{CD_3 = 5.741,65}$

24.432,54 — 100%

x_4 — 6%

$$\mathbf{x_4} = \frac{24.432,54 \times 6\%}{100\%}$$

$\mathbf{x_4 = 1..465,95}$

Tabla 8. Depreciación en función del número de años.

T	Cargo por depreciación		Fondo para depreciación $		Valor en libros al final del año $	
					92.366,67	
1	5.542		5.542		86.824,67	
2	5.542		11.084		81.282,67	
3	5.542		16.626		75.740,67	
4	5.542		22.168		70.198,67	**78.698,67**
5	5.542	5.387,83	27.710	27.555,83	64.656,67	73.310,84

T	Cargo por depreciación			Fondo para depreciación $			Valor en libros al final del año $		
6	5.542	5.387,83		33.252	32.943,66		59.114,67	67.923,01	
7	5.542	5.387,83		38.794	38.331,49		53.572,67	62.535,18	
8	5.542	5.387,83		44.336	43.719,32		48.030,67	57.147,35	
9	5.542	5.387,83		49.878	49.107,15		42.488,67	51.759,52	
10	5.542	5.387,83		55.420	54.494,98		36.946,67	46.371,69	
11	5.542	5.387,83		60.962	59.882,81		31.404,67	40.983,86	
12	5.542	5.387,83		66.504	65.270,64		25.862,67	35.596,03	
13	5.542	5.387,83		72.046	70.658,47		20.320,67	30.208,20	
14	5.542	5.387,83		77.588	76.046,30		14.778,67	24.820,37	
15	5.542	5.387,83		83.130	81.434,13		9.236,67	19.432,54	**24.432,54**
16	5.542	5.387,83	5.741,65		86.821,96	87.175,77		14.044,71	18.690,89
17	5.542	5.387,83	5.741,65		92.209,79	92.917,42		8.656,88	12.949,24
18	5.542		5.741,65			98.659,07			7.207,59
19	5.542		5.741,65			104.400,72			1.465,94

2. Depreciación cuando está dado en función de unidades de producción

$$\textbf{Cargo por depreciación (CD)} = \frac{\textbf{Costo inicial (CI)} - \textbf{Valor de salvamento (VS)}}{\textbf{Número de unidades de vida útil (N)}}$$

Ejemplos prácticos:

1. Una maquinaria para la generación de calzado fue adquirida con un precio final de $ 7’280.000 la cual produjo un total de 24’000.000 millones de unidades. Se estima que su producción anual fue de 4’000.000 de unidades. Calcule su depreciación.

Datos

CI = $ 7’280.000
VS = 10%
N = 5 años

Desarrollo

Número de años

$$\mathbf{N} = \frac{24'000.000}{4'000.000}$$

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{7'280.000 - 728.000}{6}$$

N = 6

$$\mathbf{CD} = \frac{6'552.000}{6}$$

CD = 1’092.000

Valor de salvamento

VS = 7’280.000 x 0,10
VS = 728.000

Tabla 9. Depreciación en función de unidades de producción.

Tiempo	Unidades producidas	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación $	Valor en libros al final de año $
				7’280.000
1	4’000.000	1’092.000	1’092.000	6’188.000
2	4’000.000	1’092.000	2’184.000	5’096.000
3	4’000.000	1’092.000	3’276.000	4’004.000
4	4’000.000	1’092.000	4’368.000	2’912.000
5	4’000.000	1’092.000	5’460.000	1’820.000
6	4’000.000	1’092.000	6’552.000	728.000

2. Una empresa consigno una maquinaria por un valor nominal de $ 745.099 obteniendo una producción total de 2´500.000 unidades, logrando generar al año 250.000 unidades con un valor de salvamento del 9%. Cumplido el 50% de su vida útil se genera una inversión del 15% de su valor inicial a fin de incrementar 70.080 horas. Es de conocimiento que la maquinaria no tuvo paro productivo con un valor de salvamento de 1,5% adicional al inicial.

Datos

CI = $ 745.099
VS = 9%
PT = 2’500.000
PA = 250.000
Cumplido el 50% de su vida útil
Inversión = 15% del valor inicial
Incremento = 70.080 horas
VS = 1,50% Adicional al VS inicial

Desarrollo

Número de años

$$\mathbf{N} = \frac{2'500.000}{250.000}$$

N = 10

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD_1} = \frac{745.099 - 67.058,91}{10}$$

$$\mathbf{CD_1} = \frac{678.040,09}{10}$$

$$\mathbf{CD_1 = 67.804,01}$$

Valor de salvamento

VS = 745.099 x 0,09
VS = 67.058,91

Cumplido el 50% de su vida útil

Inversión = 745.099 x 0,15

Inversión = 111.764,85

Nuevo costo = Valor en libros al final del 5to año + inversión

Nuevo costo = 406.078,96 + 111.764,85 = **517.843,81**

Valor de salvamento

VS = 517.843,81 x 0,105
VS = 54.373,60

Transformación de horas – años

1 año — 8.760 horas
x — 70.080 horas

$$\text{Transformación de horas} - \text{años} = \frac{1 \text{ año} \times 70.080 \text{ horas}}{8760 \text{ horas}} = \mathbf{8 \text{ años}}$$

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD_2} = \frac{517.843,81 - 54.373,60}{13}$$

$$\mathbf{CD_2} = \frac{463.470,21}{13}$$

$$\mathbf{CD_2 = 35.651,55}$$

Tabla 10. Depreciación en función de unidades de producción.

T	Unidades producidas	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación $	Valor en libros al final del año $
				745.099
1	250.000	67.804,01	67.804,01	677.294,99
2	250.000	67.804,01	135.608,02	609.490,98
3	250.000	67.804,01	203.412,03	541.686,97
4	250.000	67.804,01	271.216,04	473.882,96
5	250.000	67.804,01	339.020,05	**517.843,81**
6		**35.651,55**	**374.671,60**	482.192,26
7		35.651,55	410.323,15	446.540,71
8		35.651,55	445.974,70	410.889,16
9		35.651,55	481.626,25	375.237,61
10		35.651,55	517.277,80	339.586,06
11		35.651,55	552.929,35	303.934,51
12		35651,55	588.580,90	268.282,96
13		35.651,55	624.232,45	232.631,41
14		35.651,55	659.884	196.979,86
15		35.651,55	695.535,55	161.328,31
16		35.651,55	731.187,10	125.676,76
17		35.651,55	766.838,65	90.025,21
18		35.651,55	802.490,20	54.373,66

3. Calcule el cargo por depreciación cuyo valor nominal es de $ 85.000. Se estima que produzca 7´500.000 unidades. El total de la producción anual es de 900.000 unidades si la adquisición se realiza a inicios de junio.

A la mitad de su vida útil recibe una reparación total por el valor de $ 20.000 incrementándose en 4 años más su vida útil, otorgándole un valor de salvamento del 14%.

Para fines de venta se realiza un cambio del motor a mediados del séptimo año con respecto al primer arreglo. Se tiene como finalidad que llegue a trabajar 25.000 horas con una producción anual de 5.000 horas. Su valor de salvamento es del 11% y el costo del arreglo de $ 14.000.

Datos

Adquisición a inicios de junio

VN = $ 85.000
PT = 7’500.000

PA = 900.000
VS = 10%
Nota: Periodos 2014 – 2015 – 2016

Arreglo a la mitad de la vida útil

V. reparación = $ 20.000
V. U. adicional = 4 años más
VS = 14%

Fines de venta. Cambio de motor al 7mo año del primer arreglo

H. p = 25.000
H. a = 5.000
VS = 11%
V. arreglo = $ 14.000

Desarrollo

Adquisición a inicios de junio

VL = 85.000 + 10.200 = **95.200**
VS = (95.200)(0,10) = **9.520**

$$\mathbf{CD_1} = \frac{95..200}{7'500.000} = \mathbf{0,0114242}$$

CD anual = (900.000)(0,0114242) = **10.281,78**

Arreglo a la mitad de la vida útil

VL = 58.357,60 + 20.000 = **78.357,60**
VS = (78.357,60)(0,14) = **10.970.06**

$$\mathbf{CD_2} = \frac{78.357,60 - 10.970,06}{8} = \mathbf{8.423,4425}$$

Fines de venta. Cambio de motor al 7mo año del primer arreglo

VL = 23.605,219 + 14.000 = **37.605,219**
VS = (37.605,219)(0,11) = **4.136,57409**

$$\mathbf{CD_3} = \frac{37.605{,}219 - 4.136{,}57409}{25.000} = 1{,}3387$$

$$\mathbf{CD_3\ anual} = (5.000)(1{,}3387) = \mathbf{6.693{,}73}$$

Tabla 11. Depreciación en función de unidades de producción.

Tiempo	Horas	Unidades producidas	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación $	Valor en libros al final del año
0					95.200
1		900.000	5.997,60	5.997,60	89.202,40
2		900.000	10.281,60	16.279,20	78.920,80
3		900.000	10.281,60	26.560,80	68.639,20
4		900.000	10.281,60	36.842,40	**58.357,60 + 20.000**
5		900.000	8.423,44	45.265,84	69.934,16
6		900.000	8.423,44	53.689,28	61.510,72
7		900.000	8.423,44	62.112,72	53.087,28
8		900.000	8.423,44	70.536,16	44.663,84
9		900.000	8.423,44	78.959,60	36.240,40
10		900.000	8.423,44	87.383,04	27.816,96
11		450.000	4.211,72	91.594,76	**23.605,24 + 14.000**
12	2.500		3.346,87	94.941,63	34.258,37
13	5.000		6.693,73	101.635,36	27.564,64
14	5.000		6.693,73	108.329,09	20.870,91
15	5.000		6.693,73	115.022,82	14.177,18
16	5.000		6.693,73	121.716,55	7.483,45
17	5.000		3.346,87	125.063,42	4.136,58

2. Depreciación cuando está dado en función de número de horas

$$\textbf{Cargo por depreciación (CD)} = \frac{\textbf{Costo inicial (CI)} - \textbf{Valor de salvamento (VS)}}{\textbf{Número de horas (N)}}$$

Ejemplos prácticos:

1. El costo de una maquinaria ascendió al valor de $ 1’700.020 con un funcionamiento total de 60.000 horas. Se conoce que trabajó 10.000 horas anuales.

Datos

CD = ?
VL = $ 1’700.020
VS = Aplicar según Reglamento de la Ley de Régimen Tributario (10%)
FT = 60.000 h
FA = 10.000 h

Desarrollo

Valor de salvamento

VS = 1’700.020 x 0,10
VS = 170.002

Cargo por depreciación

$$\mathbf{CD} = \frac{1'700.020 - 170.002}{6}$$

$$\mathbf{CD} = \frac{1'530.018}{6}$$

CD = 255.003

Número de horas

$$\mathbf{N} = \frac{60.000}{10.000}$$

N = 6

Tabla 12. Depreciación en función de número de horas.

Tiempo	Funcionamiento anual (horas)	Cargo por depreciación $	Fondo para depreciación $	Valor en libros al final del año $
				1’700.020
1	10.000	255.003	255.003	1’445.017
2	10.000	255.003	510.006	1’190.014
3	10.000	255.003	765.009	935.011
4	10.000	255.003	1’020.012	680.008
5	10.000	255.003	1’275.015	425.005
6	10.000	255.003	1’530.018	170.002

2. Se realiza la adquisición de un cooker para la deshidratación de sangre del Camal del Cantón Loja. El equipo tiene un valor de $ 45.000 por concepto de tributos en el país extranjero se paga 5% más de su valor, el costo de transporte y ubicado en puerto ecuatoriano es de ¾ partes del impuesto pagado en el exterior. Por

motivos de política interna el equipo reposa en la Aduana por 60 días laborables cuyo costo diario es de $ 10 degradándose el valor en 5% en los últimos 10 días. El transporte interno y puesta en el camal representa el 70% menos de lo pagado en el transporte extranjero. La instalación también genera gastos por un valor equivalente al 50% menos con respecto al transporte interno. ¿Calcule el valor total tomando en consideración la afección del IVA?

Una vez instalado el cooker el área financiera específicamente, los técnicos de bienes calcularán su vida útil considerando 64.800 horas con un uso diario de 12 horas los 7 días de la semana y 360 días al año. Su valor de salvamento es del 10%.

Al 4to año el bien sufre una avería y se reemplaza una pieza cuyo valor monetario es de $ 8.000 sin tomar en cuenta el IVA, para el efecto su valor de salvamento es igual al primero y se incrementa 2 años más. Calcule y elabore la tabla de depreciación.

Datos

VL = $ 45.000
Trib = 5% más de su valor
Trib = ¾ del impuesto
Aduana = 10 días (5%)
T. interno Pr = 70% – Tr. Ext.
Instalación = 50% – Tr. Int.

Desarrollo

Tributo

(45.000)(0,05) = **2.250**

Transporte

$2.250\left(\frac{3}{4}\right) = \mathbf{1.687,50}$

Transporte interno

(1.687,50)(0,7) = **1.181,25**
1.687,50 – 1.181,25 = **506,25**

Aduanas 60 días

50 días → $ 10 = 50(10) = **500**
10–(10 x 0,05) = 10 – 0,50 = 9,5(10) = 95 + 500 = **595**

Instalación

(506,25)(0,5) = **253,13**

Total del costo nominal

2.250 + 1.687,50 + 595 + 506,25 + 253,13 + 45.000 = **50.291,88**

Impuesto al valor agregado IVA

(50.291,88)(0,12) = 6.035,03 + 50.291,88 = **56.326,91 Costo inicial**

vida útil = 64.800 h = **15 años**

1 día — 12 horas
7 días — x

$$x = \frac{7 \text{ dias} \times 12 \text{ horas}}{1 \text{ dias}}$$

x = 84 horas

84 horas — 7 días
64.800 horas — x

$$x = \frac{64.800 \text{ horas} \times 7 \text{ dias}}{84 \text{ horas}}$$

x = 5.400 días

360 días — 1 año
5.400 días — x

$$x = \frac{5.400 \text{ dias} \times 1 \text{ año}}{360 \text{ dias}}$$

x = 15 años

Valor salvamento

(56–326,91)(0,1) = $ 5.632,69

$$\mathbf{CD_1} = \frac{\mathbf{CI - Vs}}{\mathbf{\#\ Años}}$$

$$\mathbf{CD_1} = \frac{56.326,91 - 5.632,69}{15 \text{ años}}$$

$$\mathbf{CD_1 = 3.379,61}$$

Tabla 13. Depreciación en función de número de horas

T	Cargo por depreciación $		Fondo para depreciación $		Valor en libros al final del año $	
					56.326,91	
1	3.379,61		3.379,61		52.947,30	
2	3.379,61		6.759,22		49.567,69	
3	3.379,61		10.138,83		46.188,08	
4	3.379,61		13.518,44		42.808,47	51.768,46
5	3.379,61	3.583,97	16.898,05	3.583,97	39.428,86	48.184,49
6	3.379,61	3.583,97	20.277,66	7.167,94	36.049,25	44.600,52
7	3.379,61	3.583,97	23.657,27	10.751,91	32.669,64	41.016,55

T	Cargo por depreciación $		Fondo para depreciación $		Valor en libros al final del año $	
8	3.379,61	3.583,97	27.036,88	14.335,88	29.290,03	37.432,58
9	3.379,61	3.583,97	30.416,49	17.919,85	25.910,42	33.848,61
10	3.379,61	3.583,97	33.796,10	21.503,82	22.530,81	30.264,64
11	3.379,61	3.583,97	37.175,71	25.087,79	19.151,20	26.680,67
12	3.379,61	3.583,97	40.555,32	28.671,76	15.771,59	23.096,70
13	3.379,61	3.583,97	43.934,93	32.255,73	12.391,98	19.512,73
14	3.379,61	3.583,97	47.314,54	35.839,70	9.012,37	15.928,76
15	3.379,61	3.583,97	50.694,15	39.423,67	5.632,76	12.344,79
16		3.583,97		43.007,64		8.760,82
17		3.583,97		46.591,61		5.176,85

Impuesto al valor agregado IVA

(8.000)(0,12) = 960 + 8.000 = **$ 8.960**

8.960 + 42.808,46 = **51.768,46 Costo inicial**

Costo salvamento

(51.768,46)(0,1) = **5.176,85 Costo salvamento**

$$\mathbf{CD_2} = \frac{\mathbf{CI - Vs}}{\mathbf{\#\ años}}$$

$$\mathbf{CD_2} = \frac{51.768,46 - 5.176,85}{13}$$

$$\mathbf{CD_2 = 3.583,97}$$

Ejercicio 3

1. Calcule el cargo por depreciación de un vehículo adquirido el primer día de septiembre por un valor de $ 38.500 si se proyecta su vida útil a 5 años con un valor de salvamento del 8%. A partir del cuarto año finalizando el séptimo mes genera arreglos por un monto que representa el 18% del valor inicial, aspira incrementarle 1,8 años con una tasa de salvamento del 11%.

2. El costo de una maquinaria ha sido de $ 4´450.000 si su tiempo de vida útil fue proyectado a 6 años con su valor de salvamento del 6%. Arreglos a la misma se realizan el primero de junio del

cuarto año por un valor de $ 500.000 tratando de incrementar su vida adicional 1,5 años, su valor de salvamento esta vez es 2 puntos porcentuales más que el primero. Considérese que la compra inicial se realiza el primero de mayo.

3. Se adquiere una maquinaria en el mes de abril por el valor de $ 370.000 y su vida útil está proyectada a 8 años, el propietario ha decidido tener un valor de salvamento del 15%. Durante la producción la maquinaria sufre una ruptura, suscitada en el cuarto año y generando el arreglo e inversión del capital en julio por un valor de $ 55.000 esperando ampliar su vida útil en 3 años adicionales.

4. Calcule el cargo por depreciación de un vehículo si su valor PVP es de $ 24.999 con una vida útil proyectada a 5 años y un valor de salvamento del 10%. A partir del tercer año finalizando el cuarto mes desea invertir arreglos por un valor de $ 5.250 esperando darle una vida útil de 3,5 años adicional el valor de salvamento esta vez lo estipula en un 12,50 %.

5. Calcular el cargo por depreciación de una maquinaria cuyo valor nominal es de $ 85.000. Se estima que produzca un total de 7´500.000 unidades con una producción anual es de 900.000 unidades. Desde el sexto mes del quinto año recibe una reparación total por $ 20.000 incrementándose en 5 años más su vida útil y otorgándole un valor de salvamento del 14%. Para fines de venta se realiza un cambio de motor que parte del décimo mes del quinto año con respecto al primer arreglo. La finalidad es que llegue a trabajar 25.000 horas más, considerando un funcionamiento de 5.000 horas por año, su valor de salvamento es del 11% con una inversión de $ 18.000.

6. El costo inicial de una maquinaria es de $ 500.000 y después de haber producido 12´000.000 de unidades se requiere conocer el cargo por depreciación anual así como la tabla de depreciación. Es de considerar que su producción anual se estima en unas 800.000 unidades.

2.3 Logaritmos

Operación que requiere calcular la afección en una base respecto de un exponente para la obtención de un nuevo número o valor financiero. Es la operación inversa de la exponenciación con notación $\log_a(b) = c \iff a^c = b$.

Su uso se extiende en aplicaciones prácticas para escalas no lineales (magnitudes), matemáticas financieras (interés compuesto), informática (complejidad logarítmica), ciencia de Datos (transformación de Datos exponenciales en lineales).

A continuación se detallan algunas propiedades relevantes en matemáticas financieras extraídas de Mancil & González (2007):

Logaritmo de un producto: $\log(A)(B) = \log A + \log B$

Logaritmo de un cociente: $\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$

Logaritmo de una potencia: $\log A^n = n \log A$

2.3.1 Aplicación de logaritmos

Fórmula $(1 + i)^n$

1. Cálculo de número de términos *n*.

Ejemplos prácticos:

1. **$(1 + 2{,}43)^n = 4{,}3659$**
   $3{,}43^n = 4{,}3659$

   $n\log 3{,}43 = \log 4{,}3659$

2. $$(1 + 0{,}25)^{-n} = \frac{\frac{4-3}{2}}{-3} - \left(-\frac{2}{5}\right)$$

   $$(1.25)^{-n} = -\frac{1}{6} + \frac{2}{5}$$

$$n = \frac{\log 4{,}3659}{\log 3{,}43}$$

$$n = \frac{0{,}6400737841}{0.53529412}$$

n = 1,195742229

$$(1{,}25)^{-n} = \frac{-5 + 12}{30}$$

$$(1{,}25)^{-n} = \frac{7}{30}$$

$(1{,}25)^{-n} = 0{,}233333333$

$-n \log 1{,}25 = \log 0{,}233333333$

$$-n = \frac{\log\ 0{,}2333333333}{\log 1{,}25}$$

$$-n = \left[\frac{-0{,}6320232148}{0.09691001301}\right]$$

n = 6,521753482

2. Cálculo de la tasa de interés *i.*

Aplicando logaritmos se tiene lo siguiente:

Ejemplos prácticos:

1. **$(1 + i)^7 = 3{,}48276$**

$7\log (1 + i) = \log 3{,}48276$

$$\log (1 + i) = \frac{\log 3{,}48276}{7}$$

$$\log (1 + i) = \frac{0{,}5419235479}{7}$$

$\log (1 + i) = 0{,}0774176497$

$1 + i = \text{antilog } 0{,}077417697$

$1 + i = 1{,}195137014$

$i = 0{,}1951370142$

i = 19,51%

2. $$\mathbf{42\,(1 + i)^{-8} = \frac{342}{7} - 6}$$

$$(1 + i)^{-8} = \frac{300}{294}$$

$-8 \log (1 + i) = \log 1{,}020408163$

$$\log (1 + i) = \frac{\log 1{,}020408163}{-8}$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log 1{,}020408163}{-8}$$

$$\log (1 + i) = \frac{0{,}008773924195}{-8}$$

$\log (1 + i) = -0{,}0010096740524$

$1 + i = \text{antilog } -0{,}001096740524$

$1 + i = 0{,}9974778476$

$i = -0{,}002522152397$

i = –0,25%

Elevando al inverso de la potencia a ambos miembros.

Ejemplos prácticos:

3. **$(1 + i)^{24} = 4{,}743$**

$$(1+i)^{24\times\frac{1}{24}} = 4{,}743^{\frac{1}{24}}$$

$1 + i = 1{,}06701096$

$i = 1{,}06701096 - 1$

$i = 0{,}06701095953$

i = 6,70%

4. **$(1 + i)^{-13} = 2{,}33$**

$$(1+i)^{-13\times\frac{1}{13}} = 2{,}33^{\frac{1}{13}}$$

$$\frac{1}{1+i} = 1{,}067230302$$

$(1 + i)-1 = 1{,}067230302$

$$\frac{1}{1+i} = 1{,}067230302$$

$1 = 1{,}067230302(1 + i)$

$$\frac{1}{1{,}067230302} = 1+i$$

$0{,}937004879 = 1 + i$

$i = -0{,}06299512099$

i = -6,30%

Ejercicio 4

1. $(1 + 3{,}26)^n = 14{,}5123$

2. $(1 + 0{,}76)^n = \frac{11}{2}$

3. $(1 + i)^7 = 4{,}3626$

4. $(1 + i)^{-26} = 3{,}4603125$

5. $(1{,}146)^{-n} = 76{,}2722033$

6. $23{,}48\,(1+i)^{-16} = \frac{\frac{42}{1-36}}{2-6} + \frac{1}{3-4}$

7. $(1 + i)^{24} = 4{,}743$

8. $\frac{(1+0{,}4)^n}{4{,}2} = \frac{3+2}{-1} + \frac{\frac{3}{2-3}}{-1}$

9. $(1+i)^{-13} = \frac{\left(\frac{3-2}{-1}\right)}{\frac{3(1-3)}{-1}} + 2$

10. $(1 + i)^{17} = 3{,}22762$

2.4 Progresiones

Entendido como una sucesión de números o términos que siguen una regla o patrón específico (Mancil & González, 2007). Entre las progresiones conocidas mayormente se encuentran la progresión aritmética y la geométrica.

2.4.1 Progresión aritmética

Es aquella donde cada término se obtiene resultado de una suma constante denominada diferencia al término menor.

Fórmula $u = a + (n - 1)\, d$

Ejemplos prácticos:

1. Encuentre el término 32 si la progresión aritmética es 30–45–60.

Datos	**Desarrollo**
d = 15 (diferencia de 45–30 y 60–45)	$\mathbf{u_{32} = a + (n - 1)\, d}$
a = 30	$u_{32} = 30 + (32 - 1)\, 15$
u = ?	$u_{32} = 30 + (31)\, 15$
n = 32	$u_{32} = 30 + 465$
	$\mathbf{u_{32} = 495}$

2. Si el inicio de la progresión aritmética es –7 finalizando en 4.345 con un número de 42 términos. Calcule la d.

Datos	**Desarrollo**
d = ?	$\mathbf{u = a + (n - 1)\, d}$
a = –7	$4345 = -7 + (42 - 1)\, d$
u = 4345	$4352 = (41)\, d$
n = 42	$4352/41 = d$
	$\mathbf{d = 106{,}15}$

3. Encuentre el número de términos de la progresión aritmética, el primer término es 51, la diferencia –11 y el último término –125.

Datos	Desarrollo
n = ?	**u = a + (n – 1) d**
a = 51	–125 = 51 + [(n – 1)(–11)]
u = –125	–176 = [(n–1)(–11)]
d = –11	–176/–11 = (n – 1)
	16 = (n – 1)
	n = 17

Ejercicio 5

1. Encuentre el número de términos de una progresión aritmética 15–36–57–78, finalizando en 246.

2. Encuentre la diferencia si el primer término de la progresión aritmética es –8, siendo 722 el término 42.

3. Encontrar el término 32, si la progresión aritmética 20–35–50–65.

2.4.2 Sumatoria de la progresión aritmética

$$S = \frac{n}{2}(a + u)$$

Ejemplos prácticos:

1. La sumatoria aritmética es:

Datos	Desarrollo
a = ?	$S = \frac{n}{2}(a + u)$
S = 7.023	$7.023 = \frac{12}{2}(a + 486)$
u = 486	7.023 = 6 (a + 486)
n = 12	1.170,50 = a + 486
	a = 684,5

Ejercicio 6

1. Un individuo desea comprar un automotor, si el primer pago es del $ 1.500. Realizará el pago 24 con cancelaciones incrementales en un 15% cada una. Calcule los términos faltantes.
2. Encuentre en la progresión aritmética el primer término, conformada la misma por 122 términos distantes 3,75 unos de otros con conocimiento de que finaliza en 43.
3. Encontrar el 12avo término de una progresión aritmética de 52 términos si la sumatoria total es 14.321 con un valor inicial de 72, es importante manifestar que la diferencia constante es 13,4.
4. Un individuo debe cancelar una deuda adquirida por la compra de una maquinaria si su primer pago es $ 520 disminuyendo progresivamente en un 15% los siguientes 24 pagos.
5. Un individuo está obligado a cancelar una deuda de $ 145.000 por concepto de compra de un bus si su tercer pago es de $ 2.500 y la diferencia constante es del 10%.
6. Encuentre el 33avo término de una progresión aritmética conformada por 57 términos. Si su término inicial es –76 incrementándose de manera consecutiva y constante 13 unidades.

2.4.3 Progresión geométrica

Se obtiene cada término multiplicando una constante denominada razón por el término anterior.

$$u = ar^{n-1}$$

La suma de los n términos al inicio de una progresión geométrica se calcula con la siguiente fórmula.

$$S_n = a.\frac{1 - r^n}{1 - r} \quad (\text{si } r \neq 1) \text{ donde } r < 1$$

$$S_n = a.\frac{r^n - 1}{r - 1} \quad (\text{si } r \neq 1) \text{ donde } r > 1$$

Donde:

S = suma de los primeros n términos,
a = primer término,
r = razón común ($r \neq 1$)

Si la razón es r = 1, la progresión geométrica se convierte en una sucesión constante.

$$S_n = n.a$$

Ejemplo práctico:

1. Calcule la progresión geométrica constituida por 27 términos que inició en –28 y razón es 3,5.

Datos

u = ?
r = 3,5
n = 27
a = –28

Desarrollo

$\mathbf{u} = \mathbf{a}\left[r^{(n-1)}\right]$

$\mathbf{u} = -28[3{,}5^{(27-1)}]$
$\mathbf{u} = -28[3{,}5^{26}]$
$\mathbf{u} = \mathbf{-3{,}91 \times 10^{15}}$

Ejercicio 7

1. Calcule la progresión geométrica cuya razón constante en con conocimiento del primer valor es –24 en un número total de 67 términos.

2. Calcule la progresión geométrica con una razón incremental del 8% a sabiendas de que el valor inicial es 45 de un total de 40 términos.

3. Encontrar el término 16avo y la suma de los primeros 16 términos de la progresión geométrica, con conocimiento que el valor inicial es 3 y la razón es 3.

4. Encuentre el término 8avo y la suma de los primeros 12 términos de la progresión geométrica si: a= 300, r=1/3.

5. Encuentre el primer término de la progresión geométrica compuesta por 56 términos cuya razón es 7,5 y S es igual a 9.757.

6. Si una maquinaria se adquiere a un valor de $ 340.000 con cuotas mensuales pagaderas en el término de 3 años y con una reducción constante del 0,04%. Calcule el valor de la 32ava cuota.

2.4.4 Sumatoria de la progresión geométrica

Ejemplo práctico:

1. Calcule la sumatoria de la progresión geométrica constituida por 27 términos que inició en –28 y razón es 3,5.

Datos

a = –28
u = ?
n = 27
r = 3,5

Desarrollo

$\mathbf{r > 1}$

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{ar^n - a}}{\mathbf{r - 1}}$$

$$\mathbf{S} = \frac{[-28(3{,}5^{27})] - (-28)}{3{,}5 - 1}$$

$$\mathbf{S} = \frac{[-1{,}370866706 \times 10^{16}] - (-28)}{3{,}5 - 1}$$

$$\mathbf{S} = \frac{[-1{,}370866706 \times 10^{16}] + 28}{2{,}5}$$

$$\mathbf{S} = \frac{-1{,}370866706 \times 10^{16}}{2{,}5}$$

$\mathbf{S = -5{,}483466824 \times 10^{15}}$

Ejercicio 8

1. Calcule la sumatoria de la progresión geométrica si la razón es 1,5 cuyo valor inicial es 3 finalizando en 13.571.

2. Calcule la progresión geométrica con una razón de –3/7 siendo el primer valor –120 de un total de 49 términos.

3. La razón de ventas progresivas está estimada en un 2,50% respecto al valor inicial cuyo valor es de $ 3.400 con una proyección de 17 eventos.

2.5 Ecuaciones

2.5.1 Ecuaciones de primer grado

De la forma **ax + b = 0**

Ejemplos prácticos:

1. Ecuación primer grado de una incógnita.

$$\mathbf{10x + 2x = 42}$$
$$12x = 42$$
$$\mathbf{x} = \frac{42}{12}$$
$$\mathbf{x = 3{,}5}$$

2. Ecuación primer grado de una incógnita con fracciones.

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\mathbf{x} - \mathbf{16} = -\mathbf{4} + \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{4}}\mathbf{x}$$
$$\frac{3}{5}x - \frac{2}{4}x = 12$$
$$\frac{12x - 10x}{20} = 12$$
$$12x - 10x = 240$$
$$2x = 240$$
$$\mathbf{x = 120}$$

3. Ecuación primer grado de dos incógnitas.

3x + 2y = –33(12 + 3y) + 2y + 3

3x + 2y = (–33 * 12) + (–33 * 3y) + 2y + 3

3x + 2y = –396 – 99y + 2y + 3

3x + 2y = –97y – 393

3x + 2y + 97y = –393

3x + 99y = –393

$$\frac{3x}{3} + \frac{99y}{3} = \frac{-393}{3}$$

x + 33y = –131

- En función de **x = –131 – 33y**
- En función de **y** = $\frac{-131-x}{33}$

4. Sistemas de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 & (1) \\ -x + y - 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Igualar 2 de las ecuaciones

3x – 2y = –1

–3x + 3y = 6

0 + y = 5

y = 5

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ -x + y = 2 & \text{x (3)} \end{cases}$$

Sustituir en la ecuación 1

3x – 2y = –1

3x – 2(5) = –1

3x – 10 = –1

3x = 9

x = 3

Ejercicio 9

Resolver las ecuaciones de primer grado.

1. $\frac{2}{5}x - 3 = \frac{6}{3}x - 4$
2. $5x - 4 = 3x + 9$
3. $9x + 6x - 4 = 8$
4. $y + 5 = 3y - 25$
5. $2x - 3 = 11$
6. $2x - 3 = -11$
7. $y - 5 = 3y - 25$
8. $7x + 6 = 2x + 5$
9. $6x + 13 = 2x - 7$
10. $7x - 19 = 34$
11. $8x + 13 = 43$
12. $15x + 5 = 30$
13. $5y + 6y - 81 = 7y + 102 + 65y$
14. $25x + 15 - 18 = 10x + 15$
15. $30x - 10 = -10x + 60$
16. $4x - 2 = x + 5$
17. $3x + 6x = 81$
18. $25x - 30 = -40x + 70$
19. $4x + 2 - 5x + 1 + 8x = 6x - 2$
20. $2(x + 3) - 2(3 + 3x) = 3(x - 5x + 11 + 1)$
21. $3(3x - 2) - (x + 3) = 4(x + 1)$
22. $80x + 30 = 25$
23. $35x + 20 = 20x - 10$
24. $12 - 105x + 15x + 5 = -75 + 30x$
25. $8 - 55x + 7x + 3 = -40 + 15x$
26. $26(x + 1) - 2x = x - \{2 + 3(3 - x)\}$
27. $1 - 2[1 + 6x - 2(x + 2)] = -1$
28. $\begin{cases} 11x + 6y = 10 \\ -6x + 9y = 15 \end{cases}$
29. $-\frac{3}{5} - 7x = \frac{2}{3}x + 1$
30. $\begin{cases} 3z - 2x = -3 \\ 2x - y = z \\ x - y = 3 \end{cases}$

2.5.2 Ecuaciones de segundo grado

De la forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$

Ejemplos prácticos:

1. Ecuación de segundo grado de una incógnita.

$\mathbf{y^2 + 9y + 18 = 0}$

$(y + 6)(y + 3) = 0$

$y + 6 = 0 \qquad y + 3 = 0$

$\mathbf{y_1 = -6 \qquad y_2 = -3}$

2. Ecuación de segundo grado mediante la fórmula general

$$\mathbf{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$\mathbf{4x^2 + 3x - 22 = 0}$

$\mathbf{a = 4}$

$\mathbf{b = 3}$

$\mathbf{c = -22}$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(4)(-22)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - (-352)}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm 19}{8}$$

$$\mathbf{x_1 = \frac{-3 + 19}{8} = \frac{16}{8} = 2} \qquad \mathbf{x_2 = \frac{-3 - 19}{8} = \frac{-22}{8} = \frac{-11}{4}}$$

Ejercicio 10

Proceder con la resolución de las siguientes ecuaciones de segundo grado.

1. $y^2 - 2y + 5 = 0$
2. $x^2 - x - 5x + 10 = 2$
3. $5x^2 + 10x + 2 = 0$
4. $4x^2 + 4x - 4 = 2x^2 - 2$
5. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
6. $2x^2 + 5x + 3 = 13$
7. $x^2 + 5x + 4 = 0$
8. $x^2 - 3x + 2 = 0$

9. $3x^2 + 4x - 4 = 2x^2 - 8$
10. $3x^2 + 2x - 8 = 2x^2 - 6$
11. $4x^2 - 8x + 16 = 0$
12. $x^2 + 2x - 8 = 0$
13. $4x^2 - 3x - 22 = 0$
14. $3x^2 - 7x + 2 = 0$
15. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
16. $-3z^2 - 2z - 5 = 0$
17. $5x^2 - 45x - 9 = 0$
18. $y^2 - 5y - 3 = 0$

Capítulo 3
Interés simple

– Interés
– Interés exacto y ordinario
– Cálculo de interés
– Cálculo del capital
– Cálculo de la tasa de interés
– Cálculo del tiempo
– Cálculo de monto a interés simple
– Cálculo valor actual a interés simple
– Interés sobre saldos deudores



Capítulo 3: Interés Simple

Objetivo: Aplicar el cálculo del costo o rendimiento del dinero en operaciones de corto plazo bajo el régimen de capitalización lineal, donde el interés se calcula exclusivamente sobre el capital inicial invariante.

Marco Conceptual: La ecuación $I = C * i * t$ articula cuatro variables despejables: interés (I), capital (C), tasa (i) y tiempo (t). Se distingue entre interés exacto (año calendario: 365/366 días) e interés ordinario (año comercial: 360 días), y entre tiempo exacto y tiempo aproximado (meses de 30 días). El **monto** se define como $M = C(1 + it)$ y el **valor actual** como su operación inversa $VA = M / (1 + it)$. Se incorpora el **método de saldos deudores** —donde el interés recae sobre el capital pendiente y decrece periódicamente— frente al **método lagarto**, que mantiene el interés constante sobre el monto inicial con independencia de los pagos parciales realizados, resultando sistemáticamente más oneroso para el deudor.

Metodología: Resolución exhaustiva de cada variable con múltiples combinaciones de año calendario/comercial e interés exacto/ordinario. Se integra el cálculo de **mora financiera** como penalización por incumplimiento en el pago de cuotas.

Articulación con Cap. IV: El dominio del valor actual y el monto en interés simple es condición necesaria para comprender el **descuento** como operación inversa de anticipación de un capital futuro.

3. Interés Simple

El interés simple es un método que permite calcular el beneficio o costo en razón de un préstamo o inversión, donde *no existe acumulación de los intereses* (Álvarez, 2005). Es decir solo se calcula sobre el capital inicial que permanece constante en cada periodo.

3.1 Interés

$$I = (C)(i)(t)$$

Las variables que componen la expresión del cálculo de interés simple:

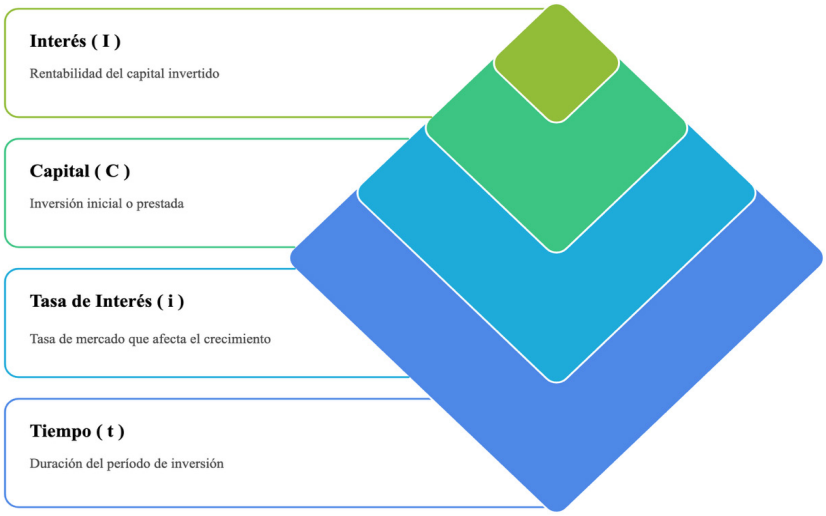


Figura 4. Variables del interés simple.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

3.2 Interés exacto y ordinario

Para realizar el cálculo es importante tener claro lo siguiente:

Interés exacto ➡ Año calendario { Normal (365 días); Bisiesto (366 días)

Interés ordinario ➡ Año comercial (360 días)

En el cálculo del interés es importante considerar el vínculo estrecho entre la tasa de interés nominal o efectiva (anual o que tiene una capitalización en un periodo) y el tiempo.

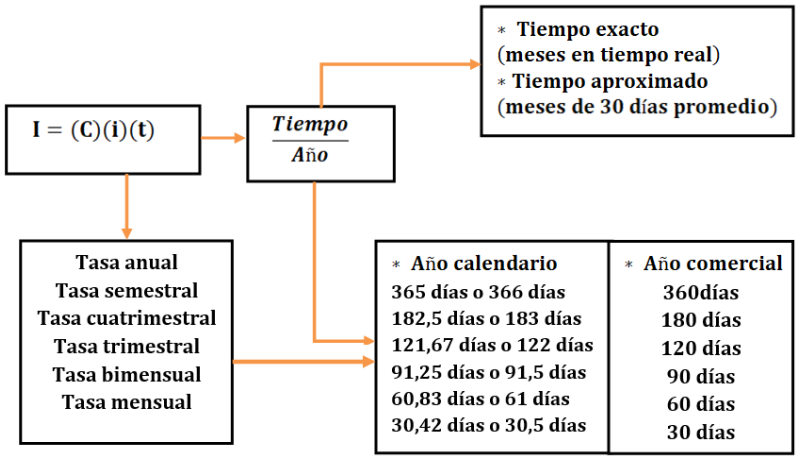


Figura 5. Relación tasa de interés y tiempo.

Consideraciones.

- La tasa de interés siempre su uso es en forma decimal durante el cálculo.
- La tasa de interés y el tiempo deben de expresarse en unidades de tiempo iguales. De no coincidir es necesario realizar la conversión respectiva.
- La tasa de interés anual es aquella que no especifica unidad de tiempo.

Tabla 14. Valores para determinar las capitalizaciones del interés anual.

	Año calendario	Año comercial
Anual	$\frac{365}{1} = 365$	$\frac{360}{1} = 360$
Semestral	$\frac{365}{2} = 182{,}50$	$\frac{360}{2} = 180$
Cuatrimestral	$\frac{365}{3} = 121{,}67$	$\frac{360}{3} = 120$
Trimestral	$\frac{365}{4} = 91{,}25$	$\frac{360}{4} = 90$
Bimestral	$\frac{365}{6} = 60{,}83$	$\frac{360}{6} = 60$
Mensual	$\frac{365}{12} = 30{,}42$	$\frac{360}{12} = 30$

Tabla 15. Valores para determinar las capitalizaciones del interés mensual

Normal		Bisiesto	
Enero	31	Enero	31
Febrero	28	Febrero	29
Marzo	31	Marzo	31
Abril	30	Abril	30
Mayo	31	Mayo	31
Junio	30	Junio	30
Julio	31	Julio	31
Agosto	31	Agosto	31
Septiembre	30	Septiembre	30
Octubre	31	Octubre	31
Noviembre	30	Noviembre	30
Diciembre	31	Diciembre	31
Total	**365**		**366**

Tabla 16. Valores para determinar las capitalizaciones del interés por bimestres o bimensualidades.

	Normal			Bisiesto		
Bimestre 1	Enero	31	59	Enero	31	60
	Febrero	28		Febrero	29	
Bimestre 2	Marzo	31	61	Marzo	31	61
	Abril	30		Abril	30	
Bimestre 3	Mayo	31	61	Mayo	31	61
	Junio	30		Junio	30	
Bimestre 4	Julio	31	62	Julio	31	62
	Agosto	31		Agosto	31	
Bimestre 5	Septiembre	30	61	Septiembre	30	61
	Octubre	31		Octubre	31	
Bimestre 6	Noviembre	30	61	Noviembre	30	61
	Diciembre	31		Diciembre	31	
	Total	**365**	**365**		**366**	**366**

Tabla 17. Valores para determinar las capitalizaciones del interés por trimestres.

	Normal			Bisiesto		
Trimestre 1	Enero	31	90	Enero	31	91
	Febrero	28		Febrero	29	
	Marzo	31		Marzo	31	
Trimestre 2	Abril	30	91	Abril	30	91
	Mayo	31		Mayo	31	
	Junio	30		Junio	30	
Trimestre 3	Julio	31	92	Julio	31	92
	Agosto	31		Agosto	31	
	Septiembre	30		Septiembre	30	
Trimestre 4	Octubre	31	92	Octubre	31	92
	Noviembre	30		Noviembre	30	
	Diciembre	31		Diciembre	31	
	Total	**365**	**365**		**366**	**366**

Tabla 18. Valores para determinar las capitalizaciones del interés por cuatrimestres.

	Normal			Bisiesto		
Cuatrimestre 1	Enero	31	120	Enero	31	121
	Febrero	28		Febrero	29	
	Marzo	31		Marzo	31	
	Abril	30		Abril	30	
Cuatrimestre 2	Mayo	31	123	Mayo	31	123
	Junio	30		Junio	30	
	Julio	31		Julio	31	
	Agosto	31		Agosto	31	
Cuatrimestre 3	Septiembre	30	122	Septiembre	30	122
	Octubre	31		Octubre	31	
	Noviembre	30		Noviembre	30	
	Diciembre	31		Diciembre	31	
	Total	**365**	**365**		**366**	**366**

Tabla 19. Valores para determinar las capitalizaciones del interés por semestres.

	Normal			Bisiesto		
Semestre 1	Enero	31	181	Enero	31	182
	Febrero	28		Febrero	29	
	Marzo	31		Marzo	31	
	Abril	30		Abril	30	
	Mayo	31		Mayo	31	
	Junio	30		Junio	30	
Semestre 2	Julio	31	184	Julio	31	184
	Agosto	31		Agosto	31	
	Septiembre	30		Septiembre	30	
	Octubre	31		Octubre	31	
	Noviembre	30		Noviembre	30	
	Diciembre	31		Diciembre	31	
	Total	**365**	**365**		**366**	**366**

3.3 Cálculo del Interés

Ejemplos prácticos:

1. Calcular el interés simple de $ 54.000 que un individuo otorgo en condición de préstamo a 120 días, con una tasa de interés del 14,50% cuatrimestral. Considere Año calendario y comercial.

Datos

I = ?

C = $ 54.000

i = 14,50% cuatrimestral = 0,145

t = 120 días

Desarrollo

Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (54.000)(0{,}145)\left(\frac{120}{121{,}67}\right)$$

I = 7.722,53

Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (54.000)(0{,}145)\left(\frac{120}{120}\right)$$

I = 7.830

2. Con un capital de $ 700 tasa de interés del 7% semestral y duración de 45 días. Se requiere conocer el interés específico del primer y segundo semestre de un año normal y bisiesto.

Datos

I = ?

C = $ 700

i = 7,0% semestral = 0,07

t = 45 días

Desarrollo

Año normal

Primer semestre

I = (C)(i)(t)

Segundo semestre

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (700)(0{,}07)\left(\frac{45}{181}\right) \qquad \mathbf{I} = (700)(0{,}07)\left(\frac{45}{184}\right)$$

I = 12,18 **I = 11,98**

Año bisiesto

Primer semestre Segundo semestre

I = (C)(i)(t) **I = (C)(i)(t)**

$$\mathbf{I} = (700)(0{,}07)\left(\frac{45}{182}\right) \qquad \mathbf{I} = (700)(0{,}07)\left(\frac{45}{184}\right)$$

I = 12,12 **I = 11,98**

3. Calcular el interés simple de un capital de $ 13.200 a una tasa de interés del 15,60% si el tiempo comprendido es entre el 4 de septiembre del 2013 al 27 de febrero del 2014. Calcular con tiempo aproximado y exacto, año calendario y comercial. Considere una tasa de interés en función del tiempo anual, semestral, cuatrimestral, bimestral y mensual.

Datos

I = ?

C = $ 13.200

i = 15,60% anual = 0,156

Fi = 4 de septiembre de 2013

Fc = 27 de febrero de 2014

t = ?

Desarrollo

Tabla 20. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo de interés.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2013	Septiembre	27[1]	27
	Octubre	31	30
	Noviembre	30	30
	Diciembre	31	30

1 Se considera el día desde la fecha de inicio del compromiso financiero.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2014	Enero	31	30
	Febrero	27	27
Total		**177**	**174**

Anual

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{365}\right)$$

I = 998,57

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{365}\right)$$

I = 998,57

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = 13.200)\ (0{,}156)\ \left(\frac{177}{360}\right)$$

I = 1.012,44

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{365}\right)$$

I = 981,65

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{365}\right)$$

I = 981,65

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{360}\right)$$

I = 1.012,44

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{360}\right)$$

I = 995,28

Interés ordinario/Tiempo aproximado

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{360}\right)$$

I = 995,28

Semestral

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{182{,}5}\right)$$

I = 1.997,14

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{182{,}5}\right)$$

I = 1.997,14

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{180}\right)$$

I = 2.024,88

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{182{,}50}\right)$$

I = 1.963,29

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{182{,}5}\right)$$

I = 1.963,29

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{180}\right)$$

I = 2.024,88

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{180}\right)$$

I = 1.990,56

Interés ordinario/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{180}\right)$$

I = 1.990,56

Cuatrimestral

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{121{,}67}\right)$$

I = 2.995,63

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{121{,}67}\right)$$

I = 2.995,63

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{120}\right)$$

I = 3.037,32

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{121{,}67}\right)$$

I = 2.944,86

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{121{,}67}\right)$$

I = 2.944,86

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{120}\right)$$

I = 3.037,32

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{120}\right)$$

I = 2.985,84

Interés ordinario/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{120}\right)$$

I = 2.985,84

Trimestral

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{91{,}25}\right)$$

I = 3.994,28

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{91{,}25}\right)$$

I = 3.994,28

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{90}\right)$$

I = 4.049,76

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{91{,}25}\right)$$

I = 3.926,58

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{91{,}25}\right)$$

I = 3.926,58

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{90}\right)$$

I = 4.049,76

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{90}\right)$$

I = 3.981,12

Interés ordinario/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{90}\right)$$

I = 3.981,12

Bimestral

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{60{,}83}\right)$$

I = 5.991,75

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{177}{60{,}83}\right)$$

I = 5.991,75

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{60}\right)}$$

I = 6.074,64

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{60,83}\right)}$$

I = 5.890,20

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{60,83}\right)}$$

I = 5.890,20

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{60}\right)}$$

I = 6.074,64

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{60}\right)}$$

I = 5.971,68

Interés ordinario/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{60}\right)}$$

I = 5.971,68

Mensual

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{30,42}\right)$$

I = 11.981,54

Interés exacto/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{30,42}\right)$$

I = 11.981,54

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{30}\right)$$

I = 12.149,28

Interés exacto/Tiempo aprox.

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{30,42}\right)$$

I = 11,778,46

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{174}{30,42}\right)$$

I = 11,778,46

Interés ordinario/Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (13.200)(0,156)\left(\frac{177}{30}\right)$$

I = 12.149,28

Tiempo aproximado/Año comercial	Interés ordinario/Tiempo aprox.
I = (C)(i)(t)	**I = (C)(i)(t)**
$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{30}\right)$	$\mathbf{I} = (13.200)(0{,}156)\left(\frac{174}{30}\right)$
I = 11.943,36	**I = 11.943,36**

4. Calcule el interés simple de un capital de $ 9.700 que actúa en un periodo desde el 12 de noviembre del 2018 hasta el 19 de junio del 2019. Si la tasa de interés es del 7% semestral. Considere Interés Ordinario y Exacto.

Datos

I = ?

C = $ 9.700

i = 7% semestral = 0,07

Fi = 12 de noviembre de 2018

Fc = 19 de junio de 2019

Desarrollo

Tabla 21. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo de interés.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2018	Noviembre	19	19
	Diciembre	31	30
2019	Enero	31	30
	Febrero	28	30
	Marzo	31	30
	Abril	30	30
	Mayo	31	30
	Junio	19	19
Total		**220**	**218**

Interés Exacto

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (9.700)(0{,}07)\left(\frac{220}{182{,}5}\right)$$

I = 818,52

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (9.700)(0{,}07)\left(\frac{218}{182{,}5}\right)$$

I = 811,08

Interés Ordinario

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (9.700)(0{,}07)\left(\frac{220}{180}\right)$$

I = 829,89

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (9.700)(0{,}07)\left(\frac{218}{180}\right)$$

I = 822,34

5. Un individuo solicita un préstamo de $ 2.700 a una tasa de interés del 12,30% anual, 6,10% semestral, 3,40% trimestral; inicia el periodo desde el 16 de julio del 2017 al 25 de mayo del 2018. Es necesario saber el interés exacto y ordinario.

Nota: En el Interés exacto tomar en consideración el promedio general y segundo semestre y tercer trimestre.

Datos

I = ?

C = $ 2.700

$\mathbf{i}_1$ = 12,30% anual = 0,123

$\mathbf{i}_2$ = 6,10% semestral = 0,061 semestral

$\mathbf{i}_3$ = 3,40% trimestral = 0,034 trimestral

Fi = 16 de junio de 2017

Fc = 25 de mayo de 2018

Desarrollo

Tabla 22. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo de interés.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2017	Julio	16	15
	Agosto	31	30
	Septiembre	30	30
	Octubre	31	30
	Noviembre	30	30
	Diciembre	31	30
2018	Enero	31	30
	Febrero	28	30
	Marzo	31	30
	Abril	30	30
	Mayo	25	25
Total		**314**	**310**

Anual

Interés Ordinario

Tiempo exacto/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}123)\left(\frac{314}{360}\right)$$

I = 289,67

Interés Exacto

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}123)\left(\frac{314}{365}\right)$$

I = 285,70

Tiempo aproximado/Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}123)\left(\frac{310}{360}\right)$$

I = 285,98

Tiempo aprox./Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}123)\left(\frac{310}{365}\right)$$

I = 282,06

Semestral

Interés Ordinario	Interés Exacto/Promedio General
Tiempo exacto/Año comercial	Tiempo exacto/Año calendario
I = (C)(i)(t)	**I = (C)(i)(t)**
$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{314}{180}\right)$	$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{314}{182{,}5}\right)$
I = 287,31	**I = 283,37**
Tiempo aprox./Año comercial	Tiempo aproximado/Año calendario
I = (C)(i)(t)	**I = (C)(i)(t)**
$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{310}{180}\right)$	$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{310}{182{,}5}\right)$
I = 283,05	**I = 279,76**

Interés Exacto/Promedio Específico[2]

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{314}{184}\right)$$

I = 281,06

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}061)\left(\frac{310}{184}\right)$$

I = 277,48

Trimestral

Interés Ordinario	Interés Exacto/Promedio General
Tiempo exacto/Año comercial	Tiempo exacto con año calendario
I = (C)(i)(t)	**I = (C)(i)(t)**
$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{314}{90}\right)$	$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{314}{91{,}25}\right)$

2 Se considera el periodo con el que se efectivizó el compromiso financiero. En este caso es el segundo semestre de un año bisiesto que es 184 días.

I = 320,28

Tiempo aprox./Año comercial

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{310}{90}\right)$$

I = 316,20

I = 315,89

Tiempo aprox. con año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{310}{91{,}25}\right)$$

I = 311,87

Interés Exacto/Promedio Específico

Tiempo exacto/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{314}{92}\right)$$

I = 313,32

Tiempo aproximado/Año calendario

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.700)(0{,}034)\left(\frac{310}{92}\right)$$

I = 309,33

6. Calcule el interés generado por un capital de $ 4.500 si la tasa de interés es de 5,80% semestral. El tiempo transcurre desde el 26 de julio de 2018 al 12 de diciembre de 2018. Considere en el Interés exacto (promedio y específico).

Datos

I = ?

C = $ 4.500

i = 5,80% semestral = 0,058

Fi = 26 de julio de 2018

Fc = 12 de diciembre de 2018

Desarrollo

Tabla 23. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo de interés.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2018	Julio	6	5
	Agosto	31	30
	Septiembre	30	30
	Octubre	31	30
	Noviembre	30	30
	Diciembre	12	12
Total		**140**	**137**

Interés Exacto (promedio)

Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (4.500)(0{,}058)\left(\frac{140}{182{,}5}\right)$$

I = 200,22

Tiempo aproximado

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (4.500)(0{,}058)\left(\frac{137}{182{,}5}\right)$$

I = 195,93

Interés Exacto (específico)

Tiempo exacto

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (4.500)(0{,}058)\left(\frac{140}{184}\right)$$

I = 198,59

Tiempo aproximado

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (4.500)(0{,}058)\left(\frac{137}{184}\right)$$

I = 194,33

7. Calcular el interés que genera un capital de $ 5.000 si la tasa de interés es del 19% anual y el tiempo de 11 meses y 30 días. Se requiere incrementar un 10% mensual a la tasa anual para aplicar a las ¾ partes del capital inicial a 10 meses.

Datos

C_1 = $ 5.000

i_1 = 19% anual = 0,19

$\mathbf{t_1}$ = 11 meses y 30 días
$\mathbf{C_2}$ = ¾ partes del C_1
$\mathbf{i_2}$ = 10% mensual más a la tasa anual
$\mathbf{t_2}$ = 10 meses

Desarrollo

$\mathbf{I_1 = (C_1)(i_1)(t_1)}$

$\mathbf{I_1} = (5.000)(0,19)\left(\frac{360}{360}\right)$ Tiempo aproximado/Año Comercial

$\mathbf{I_1 = 950}$

$\mathbf{I_1 = (C_1)(i_1)(t_1)}$

$\mathbf{I_1} = (5.000)(0,19)\left(\frac{360}{365}\right)$ Tiempo aproximado/Año Calendario

$\mathbf{I_1 = 936,99}$

Se requiere incrementar un 10% mensual a la tasa anual ya existente.

$$5.000\left(\frac{3}{4}\right) = 3.750$$

$\mathbf{I_2}$ = 10% de 19% = 1,9% por mes
$\mathbf{I_2}$ = 19% + (1,9% x 12) = 41,8% anual

$\mathbf{I_2 = (C_2)(i_2)(t_2)}$

$\mathbf{I_2} = (3.750)(0,418)\left(\frac{300}{360}\right)$ Tiempo aproximado/Año Comercial

$\mathbf{I_2 = 1.306,25}$

$\mathbf{I_2 = (C_2)(i_2)(t_2)}$

$\mathbf{I_2} = (3.750)(0,418)\left(\frac{300}{365}\right)$ Tiempo aproximado/Año Calendario

$\mathbf{I_2 = 1.288,36}$

Ejercicio 11

1. ¿Cuál es el interés que gana Don Julio Mendoza un empresario de la localidad con un capital de $ 12.350; si la tasa de interés es del 14% anual y el tiempo de 90 días?

2. La ingeniera Rosa Mendoza requiere conocer el interés de un capital de $ 7.000; considerando una tasa de interés del 9% anual con un tiempo de 140 días.

3. Calcular el interés de un capital de $ 15.000 con una tasa de interés del 9,50% trimestral en un tiempo de 185 días.

4. La Lic. Charito L. otorga un préstamo a Margot de $ 100.000 con una tasa de interés del 10% anual durante 200 días. ¿Calcular cuánto gano Charito de interés durante los 200 días?. Considere Año Calendario.

5. Es necesario que la Dra. Camila Cueva conozca el interés que ganaría de un capital de $ 30.000 con una tasa de interés del 14% anual si el tiempo es de 160 días.

6. Con un capital de $ 150.000 y una tasa de interés del 13,75% anual, considerando un tiempo de 280 días. Calcule el interés.

7. Calcule el interés de $ 1.200 a una tasa de interés de 0,04% diaria en un lapso de 31 días.

8. Calcule el interés de un capital de $ 12.000 a una tasa de interés del 7% semestral. Se considera el segundo semestre (el tiempo es de 170 días).

9. El capital que posee un individuo es de $ 8.700 con una tasa de interés del 10,20% anual si el tiempo transcurre desde el 13 de abril del 2018 hasta el 17 de noviembre de 2018. Calcule el interés exacto.

10. Calcule el interés de un capital de $ 85.000 con un tiempo consumido desde el 2 de mayo de 2018 al 5 de septiembre de

2018. El compromiso fenece 5 días antes y su tasa de interés es del 10,80% anual.

11. Calcule el interés de un capital de $ 15.000 al 11,80% anual desde el 13 de febrero del 2017 al 21 de marzo del 2018.

12. Es necesario conocer el interés simple que genera un capital prestado de $ 17.000 con una tasa de interés del 13,40% anual, si la obligación empieza el 23 de febrero del 2018 y culmina el 17 de octubre del 2018.

13. Se concede un capital de $ 1.400 a una tasa de interés del 4,70% cuatrimestral. El tiempo del compromiso financiero es desde el 5 de mayo al 23 de septiembre del 2018. ¿Cuál es el interés exacto?

14. Calcular el interés que genera una inversión de $ 25.000 en 2 años, si el interés inicial es del 15,20% durante los primeros 10 meses, sujetándose a un reajuste del 17,25% por los 8 meses siguientes y finalizando con un interés del 12,15% para el tiempo restante.

15. El joven Samuel Cueva acaba de ganar un capital de $ 80.000 al 11,50% anual, considerando un tiempo desde el 16 de abril al 21 de octubre del mismo año. Necesita saber el interés simple que le permitió tener dicho beneficio.

16. Calcule el interés de $ 22.000 si el préstamo inicia el 3 de febrero y culmina el 13 de agosto del mismo año, con una tasa de interés del 15,30% bimensual. Verifique cual es el cálculo más beneficioso para la persona que se endeuda.

17. Calcule el interés de $ 9.700 si la tasa de interés es de 9,80% trimestral. Inicia su periodo el 5 de agosto y culmina el 11 de mayo del año siguiente. Es de recordar que el segundo año es bisiesto.

18. Calcule el interés exacto y ordinario de un préstamo de $ 14.500 a una tasa de interés del 12,80% mensual. Inicia el 26 de octubre y culmina el 18 de abril (Periodos 2014–2015–2016).

3.4 Cálculo del capital

$$\textbf{Capital} \quad C = \frac{I}{(i)(t)}$$

Ejemplos prácticos:

1. ¿Qué capital generó $ 5.200 de interés a un tiempo de 165 días, con tasa de interés del 14,20%?

Datos	Desarrollo
C = ?	$C = \frac{I}{(i)(t)}$
t = 165	
I = $ 5.200	$C = \frac{5.200}{(0{,}142)\left(\frac{165}{360}\right)}$
i = 14,20% anual = 0,142	$C = \frac{5.200}{0{,}06508333333}$
	C = 79.897,57

2. Calcule el capital que genera un interés de $ 2.700 en un plazo dado desde el 5 de enero hasta el 18 de julio, si la tasa de interés es de 4,50% cuatrimestral. Considere para el cálculo el interés ordinario y exacto.

Datos
I = $ 2.700
C = ?
i = 4,50% cuatrimestral = 0,045
Fi = 05 de enero de 2018
Fc = 18 de julio de 2018

Desarrollo

Tabla 24. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo del Capital.

Año	Mes	T. Exacto	T. Aproximado
		Días	Días
2018	Enero	27	26
	Febrero	28	30
	Marzo	31	30
	Abril	30	30
	Mayo	31	30
	Junio	30	30
	Julio	18	18
Total		**195**	**194**

Interés Exacto

Tiempo exacto/Año calendario

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{i})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045\left(\frac{195}{121{,}67}\right)}\right]$$

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045(1{,}602695817)}\right]$$

$$\mathbf{C} = \left(\frac{2.700}{0{,}07212131174}\right)$$

C = 37.436,92

Tiempo aproximado/Año calendario

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{i})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045\left(\frac{194}{121{,}67}\right)}\right]$$

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045(1{,}594476864)}\right]$$

$$\mathbf{C} = \left(\frac{2.700}{0.07175145886}\right)$$

C = 37.629,90

Interés Ordinario

Tiempo exacto/Año calendario

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045\left(\frac{195}{120}\right)}\right]$$

Tiempo aproximado/Año calendario

$$\mathbf{C} = \left[\frac{2.700}{0{,}045\left(\frac{194}{120}\right)}\right]$$

$$C = \left[\frac{2.700}{0{,}045(1{,}625)}\right] \qquad C = \left[\frac{2.700}{0{,}045(1{,}616666667)}\right]$$

$$C = \left(\frac{2.700}{0{,}073125}\right) \qquad C = \left(\frac{2.700}{0{,}07275}\right)$$

C = 36.923,08 **C = 37.113,40**

3. Un microemprendimiento tiene como interrogante ¿qué capital producirá un interés de $ 7.200 si la tasa de interés es del 3,60% cuatrimestral y el tiempo de la obligación es 305 días?. Tome en cuenta interés exacto y ordinario.

Datos

I = $ 7.200

C = ?

i = 3,60% cuatrimestral = 0,036

t = 305 días

Desarrollo

Interés Exacto

Tiempo exacto/Año calendario

$$C = \frac{I}{(i)(t)}$$

$$C = \frac{7.200}{(0{,}036)\left(\frac{305}{121{,}67}\right)}$$

C = 79.783,61

Interés Ordinario

Tiempo aproximado/Año comercial

$$C = \frac{I}{(i)(t)}$$

$$C = \frac{7.200}{(0{,}036)\left(\frac{305}{120}\right)}$$

C = 78.688,52

Ejercicio 12

1. Se necesita encontrar el valor del capital afectado por una tasa de interés del 11% anual; durante 120 días y rendimiento de $ 1.100.

2. Encontrar el valor monetario que generó un rendimiento de $ 380 a una tasa de interés de 8,50% anual por 120 días (año calendario), es la necesidad de una estudiante.

3. Se requiere calcular el capital que permite obtener $ 750 de beneficio, si la tasa de interés es del 12,80% semestral durante un periodo de 150 días.

4. ¿Qué capital se debería poseer para que la tasa de interés del 10,80% anual, durante 30 días genere $ 2.500 de ganancia?

5. Se logra obtener un beneficio de $ 380, con una tasa de interés del 7% anual durante 170 días. ¿Cuál es el valor del capital?

6. ¿Cuál es el Capital de un interés de $ 20.000 a una tasa de interés del 22% semestral en 200 días?

7. Determine el capital que genera $ 540 con una tasa de interés del 6,80% semestral si el tiempo se comprometió desde el 03 de marzo al 14 de diciembre. Tome en cuenta Interés Exacto e Interés Ordinario.

8. Calcule la inversión necesaria para obtener un rédito de $ 3.500 en un periodo comprendido entre el 16 de julio del 2010 hasta el 15 de mayo del 2013, si la tasa de interés es del 14,85%.

3.5 Cálculo de la Tasa de Interés

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

Ejemplos prácticos:

1. A que tasa de interés anual se coloca un capital de $ 80.000 para que produzca $ 8.000 en un tiempo de 210 días.

Datos	**Desarrollo**
i = ?	$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$
C = $ 80.000	

I = $ 8.000

t = 210

$$\mathbf{i} = \frac{8.000}{(80.000)\left(\frac{210}{360}\right)}$$

i = 01714285714

i = 17,14% anual

2. El joven Noah Cueva solicita un capital de $ 10.000 que le genera un interés de $ 870 si el plazo es de 255 días. ¿Desea conocer la tasa de interés anual?. Considere en el cálculo Año calendario y Año comercial.

Datos

I = $ 870

i = ? anual

C = $ 10.000

t = 255 días

Desarrollo

Año calendario

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{870}{(10.000)\left(\frac{255}{365}\right)}$$

i = 0,124529411

i = 12,45% exacto

Año comercial

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{870}{(10.000)\left(\frac{255}{360}\right)}$$

i = 0,122823529

i = 12,28% ordinario

3. Un individuo adquiere $ 25.000 pagaderos desde el 15 de febrero hasta el 30 de abril del siguiente año. El interés generado es de $ 6.500. Calcule la tasa de interés mensual tomando en cuenta interés exacto.

Datos

C = $ 25.000

I = $ 6.500

Fi = 15 de febrero

Fc = 30 de abril siguiente año

i = ?

t = ?

Desarrollo

Tabla 25. Tiempo Exacto. Cálculo de la tasa de interés.

Mes	T. Exacto
	Días
Febrero	14
Marzo	31
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	21
Septiembre	30
Octubre	31
Noviembre	10
Diciembre	31
Enero	31
Febrero	28
Marzo	31
Abril	30
Total	**440**

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{6.500}{(25.000)\left(\frac{440}{30,42}\right)}$$

i = 0,0179

i = 1,8% mensual

Ejercicio 13

1. Calcular la tasa de interés necesaria para tener una ganancia de $ 1.800 si se realizó una inversión de $ 15.600 en un periodo comprendido entre el 16 de mayo del 2012 hasta el 30 de julio del 2013. Considere tiempo exacto y año calendario.

2. Calcular la tasa de interés anual invirtiendo un capital de $ 40.000. Si el interés en un año es de $ 3.200. Se debe calcular con tiempo aproximado y año comercial.

3. Rosita Mendoza tiene un capital de $ 1.350 que le permite generar un 10% de beneficio durante 190 días. Necesita conocer cuál fue la tasa de interés con la que se realizó los cálculos.

4. Si se presta $ 5.000 para ganar un interés de $ 410 en 180 días. ¿La tasa de interés anual es?

5. Encontrar cual es la tasa de interés anual con un capital de $ 170.000; si su interés representa el 3% del capital en un tiempo de 180 días (año comercial).

6. Un capital de $ 7.500, genera un beneficio del 10% del mismo en un tiempo de 230 días. Se necesita conocer la tasa de interés.

7. Identifique la tasa de interés semestral que da como rendimiento $ 2.500 de un capital de $ 27.500 si el tiempo comprometido es del 12 de julio al 26 de octubre, considerando interés exacto. Calcule el mismo acontecimiento si se pide una tasa de interés cuatrimestral de forma ordinaria.

3.6 Cálculo del Tiempo

$$t = \frac{I}{(C)(i)}$$

Ejemplos prácticos:

1. Calcule el tiempo si se presta un capital de $ 3.500 con una tasa de interés del 12% anual con un rendimiento de $ 180 en intereses.

Datos	**Desarrollo**
I = $ 180	$t = \frac{I}{(C)\ (i)}$
C = $ 3.500	

i = 12% anual = 0,12

t = ?

$$\frac{t}{360} = \frac{180}{(3.500)(0,12)}$$

$$\frac{t}{360} = 0,428571428$$

t = 0,4285 x 360

t = 154 días

2. Si el interés generado es de $ 500 con una tasa de interés del 21,2% bimensual. Calcule el tiempo con $ 5.000 de préstamo. Realice el cálculo con año calendario y comercial.

Datos

I = $ 500

C = $ 5.000

i = 21,2% bimensual = 0,212

t = ?

Desarrollo

Tiempo con Año calendario

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{i})}$$

$$\frac{t}{60,8} = \frac{500}{(5.000)(0,212)}$$

$$\frac{t}{60,8} = \frac{500}{1.060}$$

t = 0,47(60,8)

t = 29 días

Tiempo con Año comercial

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{i})}$$

$$\frac{t}{60} = \frac{500}{(5.000)(0,212)}$$

$$\frac{t}{60} = \frac{500}{1.060}$$

t = 0,47(60)

t = 28 días

Interés con Año calendario

$$\mathbf{I} = (\mathbf{C})(\mathbf{i})(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{I} = (5.000)(0,212)\left(\frac{29}{60,8}\right)$$

I = 505,59

Interés con Año calendario

$$\mathbf{I} = (\mathbf{C})(\mathbf{i})(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{I} = (5.000)(0,212)\left(\frac{28}{60,8}\right)$$

I = 488,16

Interés con Año comercial

$$\mathbf{I} = (\mathbf{C})(\mathbf{i})(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{I} = (5.000)(0{,}212)\left(\frac{29}{60}\right)$$

I = 512,33

Interés con Año comercial

$$\mathbf{I} = (\mathbf{C})(\mathbf{i})(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{I} = (5.000)(0{,}212)\left(\frac{28}{60}\right)$$

I = 494,67

Ejercicio 14

1. Un inversionista requiere conocer el tiempo que necesita para que un capital de $ 5.000 con una tasa de interés del 17% anual genere un rendimiento (I) de $ 300.

2. Si se presta un capital de $ 160.000 al interés del 15% anual con un rendimiento de $ 600. Determine el tiempo.

3. La Sra. Rosita Alejandro necesita conocer el tiempo que requiere para que su capital de $ 65.000 le genere un interés de $ 1.700 al 10% anual.

4. Si se solicita $ 10.000 afectados por una tasa de interés del 15% anual, que rinde $ 270. ¿Cuál es el tiempo otorgado?

5. Es indispensable que un inversionista conozca cuál es el tiempo en meses y días que requiere para que un capital de $ 3.700 genere $ 450 de interés si la tasa de interés es del 7,40% semestral.

6. ¿Cuál es el tiempo en años, meses y días que requiere un capital prestado de $ 12.000 para generar un beneficio del 15,20% de este valor, si la tasa de interés en el mercado es de 4,20% cuatrimestral. Considere año calendario.

7. Se necesita conocer el tiempo (meses y días) para que un capital de $ 6.500 genere un rendimiento del 8,50% de este, si la tasa de interés trimestral es de 3,40%. Año comercial y año calendario.

8. El Sr. Stalin L. accedió a un crédito bancario de $ 5.000 con un interés del 19% anual, para un plazo de 12 meses, las ¾ del capital recibido por este cliente es invertido para generar nuevos

préstamos a terceras personas. Con un interés mensual de 10% más que la tasa de interés emitida por el banco durante 11 meses. Calcular el interés pagado y cobrado respectivamente por el beneficiario, y ¿cuál fue el margen de ganancia por esta inversión?

9. Un capital de $ 300.000 fue invertido el 1ro de enero del 2024 con una tasa de interés anual de 8% que ha generado un interés de $ 12.000. ¿Cuántos meses ha invertido y cuál es el mes de retiro del mismo?

10. El Dr. Rolando L. desea realizar un préstamo en el Banco de Fomento de un capital de $ 8.000; la entidad le otorga el préstamo a un interés anual de $ 500 en un tiempo comprendido entre el 15 de octubre del 2013 hasta el 4 de abril del 2014. ¿Calcular la tasa de interés con tiempo exacto e interés exacto?. Considerar que se genera el crédito gracias a un refinanciamiento para 300 días con una tasa de interés del 5% más respecto al primer interés. Calcule el interés con año comercial.

11. Si la ganancia del joven Samuel Cueva es de $ 1.200 con el interés del 16,50% trimestral, conociendo que se suscribe la obligación el 13 de mayo y fenece el 21 de septiembre del mismo año. ¿Cuál será el capital que prestó?

Condiciones :

a) *Si el capital prestado no le alcanza para cubrir.*

Incrementarlo en un 60%, manteniendo la misma tasa de interés, aunque su interés se incremente en un 60% con respecto al inicial. ¿Qué tiempo necesita para pagarlo?

b) *Si la tasa de interés es alta partiendo de a).*

Por lo que necesita saber si incrementando 90 días más puede disminuirla. ¿Cuál será su valor?. El capital e interés se mantienen constantes.

3.7 Cálculo del Monto a Interés Simple

Para Mora (2009), el monto o valor futuro es la suma del capital inicial más los intereses obtenidos durante el tiempo que dure el compromiso financiero.

Por definición el M = C + I

Si reemplazamos el interés simple I = C * i * t por su igualdad se tiene:

$$M = C + C * i * t$$

$$M = C(1 + it)$$

Ejemplos prácticos:

1. Si se tiene un capital de $ 300.000 con una tasa de interés del 45% anual y una duración de 7 meses. ¿Cuál sería el monto con interés simple?

Datos	Desarrollo
M = ?	**M = C[1 + it]**
C = $ 300.000	$M = 300.000\left[1 + (0{,}45)\left(\frac{210}{360}\right)\right]$
i = 45% anual = 0,45 anual	
t = 7 meses	**M = 378.750**

2. Se requiere encontrar el monto de un capital de $ 85.000 a una tasa de interés 12,70% anual con un plazo de 280 días.

Datos	Desarrollo
M = ?	**M = C[1 + it]**
C = $ 85.000	$M = 85.000\left[1 + (0{,}127)\frac{(280)}{(360)}\right]$
t = 280 días	
i = 12,70% anual = 0,127 anual	**M** = 85.000(1,098777778) **M = 93.396,11**

I = M – C

I = 93.396,11 – 85.000

I = 8.396,11

3. Calcule el monto de un capital de $ 24.000 con una tasa de interés del 14% trimestral, si empieza desde el 4 de febrero de una año bisiesto al 4 de febrero del siguiente año. Se pide tomar en consideración interés exacto.

Datos

M = ?

C = $ 24.000

Fi = 4 de febrero

Fc = 4 de febrero del sig. año

i = 14% trimestral (0,14)

t = ?

Desarrollo

Tabla 26. Tiempo Exacto y Tiempo Aproximado. Cálculo del Monto a interés simple.

Mes	T. Exacto	T. Aprox
	Días	Días
Febrero	26	27
Marzo	31	30
Abril	30	30
Mayo	31	30
Junio	30	30
Julio	31	30
Agosto	21	30
Septiembre	30	30
Octubre	31	30
Noviembre	30	30

Tiempo Aproximado/Interés Exacto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 24.000\left[1 + (0{,}14)\left(\frac{361}{91{,}38}\right)\right]$$

M = 37.273,80

I = M – C

I = 37.273,80 – 24.000

I = 13.273,80

Mes	T. Exacto	T. Aprox
	Días	Días
Diciembre	31	30
Enero	31	30
Febrero	4	4
Total	**367**	**361**

Tiempo Exacto/Interés Exacto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 24.000\left[1 + (0{,}14)\left(\frac{367}{91{,}38}\right)\right]$$

M = 37.494,42

I = M – C

I = 37.494,42 – 24.000

I = 13.494,42 Mejor para prestamista

4. Calcule el monto de un capital de $ 39.000 al 2,40% bimensual en un tiempo de 285 días (año calendario y año comercial).

Datos

M = ?

C = $ 3.900

i = 2,40% bimestral

t = 285 días

Desarrollo

Año calendario

$$\frac{365}{60} = 60{,}83$$

$$\mathbf{M} = 39.000\left[1 + (0{,}024)\left(\frac{285}{60{,}83}\right)\right]$$

M = 43.385,34

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (39.000)(0{,}024)\left(\frac{285}{60{,}83}\right)$$

I = 4.385,34

Año comercial

$$\frac{360}{60} = 60$$

$$\mathbf{M} = 39.000\left[1 + (0{,}024)\left(\frac{285}{60}\right)\right]$$

M = 43.446

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (39.000)(0{,}024)\left(\frac{285}{60}\right)$$

I = 4.446

3.7.1 Cálculo del Tiempo del Monto a Interés Simple

$$t = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

Ejemplos prácticos:

1. Calcule el tiempo de un capital de $ 28.000 cuyo interés generado representa el 14% del mismo a una tasa de interés del 9,80% semestral.

Nota: Interés ordinario.

Datos

M = $ 31.920
C = $ 28.000
I = 14% (C) = $ 3.920
t = ?
i = 9,80% semestral

Desarrollo

M = C + I
M = 28.000 + 3.920
M = 31.920

$$\frac{\frac{M}{C} - 1}{i} = t$$

$$t = \frac{\frac{31.920}{28.000} - 1}{0,098}$$

$$t = \frac{0,14}{0,098}$$

t = 1,428
t = (1,428)(180)
t = 257,14
t = 8 meses y 17 días aprox.

2. Continuando el ejemplo anterior. Una vez conocido el tiempo, desea incrementar el capital a solicitar en un 38% más, con un interés que representa el 14% del capital inicial. Con ello se quiere saber cuánto es la tasa de interés cuatrimestral y con interés exacto.

Datos

M = ?

C. A = ?

C. N = C. A + [(C. A)(38%)]

I = [(C. A)(14%)]

t = 257,14

i = ?

Desarrollo

C. N = C. A + [(C. A)(0,38)]

C. N = 28.000 + [(28.000)(0,38)]

C. N = 38.640

I = [(C. A)(14%)]

I = 38.640(0,14)

I = 5.409,60

M = C + I

M = 38.640 + 5.409,60

M = 44.049,60

M = C(1 + it)

$$44.049{,}60 = 38.640\left[1 + (\mathbf{i})\left(\frac{257{,}14}{121{,}67}\right)\right]$$

$$\frac{44.049{,}60}{38.640} = 1 + (\mathbf{i})\,(2{,}11342155)$$

$$1{,}14 - 1 = (\mathrm{i})(2{,}11342155)$$

$$\frac{0{,}14}{2{,}11342155} = \mathbf{i}$$

i = 0,066243291 x 100

i = 6,62% cuatrimestral

3.7.2 Cálculo de la Tasa de Interés del Monto a Interés Simple

$$\mathbf{i} = \frac{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{C}} - \mathbf{1}}{\mathbf{t}}$$

Ejemplos prácticos:

1. Calcule la tasa de interés trimestral de un monto de $ 11.400 si su rendimiento fue de $ 1.650 durante 8 meses.

Datos	Desarrollo
M = $ 11.400	**C = M – I**
C = ?	**C** = 11.400 – 1650
t = 8 meses	**C = 9.750**
i = ?	
I = 1.650	$\mathbf{i} = \dfrac{\dfrac{\mathbf{M}}{\mathbf{C}} - \mathbf{1}}{\mathbf{t}}$
	$\mathbf{i} = \dfrac{\dfrac{11.400}{9.750} - 1}{\dfrac{8}{3}}$
	i = 0,0635
	i = 6,35%

2. Calcule la tasa de interés que genera un monto de $ 98.500 con un beneficio de $ 5.630 cuyo tiempo empieza el 16 de febrero del 2022 y culmina el 18 de octubre de ese mismo año.

Datos

M = $ 98.500

I = $ 5.630

i = ? A

C = ?

FS = 16 de febrero de 2022

FV = 18 de octubre de 2022

Desarrollo

Tabla 27. Tiempo aproximado. Cálculo de la tasa de interés.

Tiempo Aproximado	
Mes	**Días**
Febrero	15
Marzo	30
Abril	30

C = M – I

C = 98.500 – 5.630

C = 92.870

Tiempo Aproximado	
Mes	**Días**
Mayo	30
Junio	30
Julio	30
Agosto	30
Septiembre	30
Octubre	18
Total	**243**

$$\mathbf{M = C(1 + i * t)}$$

$$\frac{M}{C} - 1 = i * t$$

$$\mathbf{i} = \frac{\frac{M}{C} - 1}{t}$$

$$\mathbf{i} = \frac{\frac{98.500}{92.870} - 1}{\left(\frac{243}{360}\right)}$$

$$\mathbf{i} = \frac{1{,}060622375 - 1}{0{,}675}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}060622375}{0{,}675}$$

$$\mathbf{i} = 0{,}08981092646$$

i = 8,98% Anual

Ejercicio 15

1. Calcule el monto de un capital de $ 10.500 a una tasa de interés del 11,80% bimestral, si el tiempo es de 230 días.

2. Calcule el monto de un capital de $ 30.000 con una tasa de interés del 7,20% bimestral. Si se empieza el uno de marzo y se culmina el 4 de agosto del siguiente año (segundo año bisiesto). Tomar en consideración el tiempo exacto.

3. Cuanto es el valor total que recibe un comerciante después de tres meses si deposita $ 50.000 con un rendimiento del 15% mensual.

4. Calcular el valor futuro de un valor nominal de $ 150.000; si la tasa de interés es de 25% anual en un tiempo de 9 meses.

5. Si un individuo posee un capital de $ 3.000 con una tasa de mercado del 5% mensual a 120 días plazo. ¿Cuál es el monto que recibirá?

6. Determine el Monto de un capital de $ 50.000 al 5% de interés anual, durante 135 días.

7. Calcule el tiempo que requiere un capital de $ 35.000 para que genere un beneficio del 12,50% del mismo si la tasa de interés es del 8% cuatrimestral. Tome en cuenta interés ordinario.

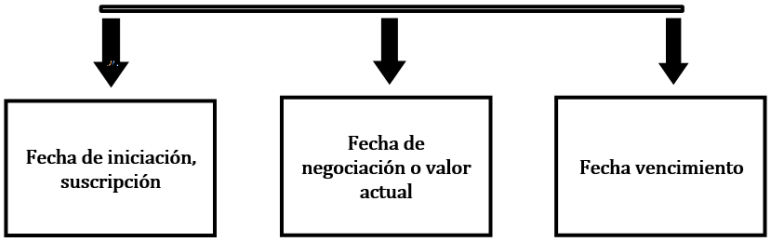
3.8 Cálculo del Valor Actual a Interés Simple

El valor actual (VA) se conoce también como valor presente (VP), representa el capital inicial invertido en el presente con una tasa de interés simple y que luego de un tiempo definido generará un monto (M). Por lo general se calcula con una fecha anterior al vencimiento de un documento, considerando para el efecto el tiempo que falta por recurrir desde la fecha de negociación (Herrera, 2015).

En otras palabras, es el cálculo inverso al monto. Mientras que el monto proyecta un valor futuro, el valor actual trae ese valor futuro al presente. En su cálculo se pueden presentar opciones como una tasa de interés nominal o anual.

$$VA = \frac{M}{1 + it}$$

Graficando se tiene:



Ejemplos prácticos:

1. Calcule el valor actual si se presta $ 4.000 a una tasa de interés de 10,70% anual con duración de 310 días. Se pretende negociar y anticipar el pago cumpliendo 180 días.

Datos

C = VN = $ 4.000

M = ?

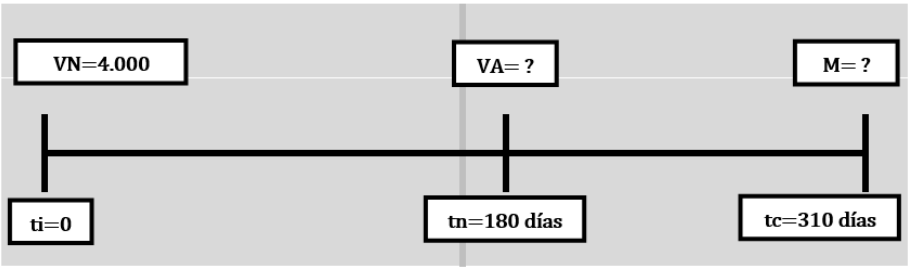
i = 10,70% anual = 0,107

tc = 310

tn = 180

VA = ?

Desarrollo



Monto	Valor Actual
$\mathbf{M = C(1 + it)}$	$\mathbf{VA} = \dfrac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$
$\mathbf{M} = 4.000 \left[1 + 0{,}107 \left(\dfrac{310}{360}\right)\right]$	$\mathbf{VA} = \dfrac{4.368{,}56}{1 + (0{,}107)\left(\dfrac{130}{360}\right)}$
M = 4.000(1,092138889)	
M = 4.368,56	**VA = 4.206,04**

$\mathbf{t_c}$ = 310 – 180
$\mathbf{t_c = 130}$

2. Determinar el valor actual de un capital que produjo una deuda de $ 73.000 a una tasa de interés anual del 12,50% en un plazo de 280 días.

Datos	Desarrollo
M = $ 73.000	$\mathbf{VA} = \dfrac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$
i = 12,50% anual = 0,125	$\mathbf{VA} = \dfrac{73.000}{1 + \left[(0{,}125)\left(\dfrac{280}{365}\right)\right]}$
t = 280	**VA = 66.612,50**
VA = ?	

3. Un documento de $ 45.000 cuyo vencimiento es de 232 días, desea conocer su valor actual si se cancela 60 días antes de su vencimiento con una tasa de interés del 12,50% semestral.

Datos	Desarrollo
M = $ 45.000	$\mathbf{VA} = \dfrac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$
VA = ?	$\mathbf{VA} = \dfrac{45.000}{1 + (0{,}125)\left(\dfrac{60}{180}\right)}$
i = 12,50% = 0,125	**VA = 43.200**
t = 232 días	
Fn = 9,8% = 0,098	

4. El interés generado por un préstamo es de $ 820 con una tasa de interés del 12,50%, si firma el compromiso el 01 de mayo y finaliza el 19 de abril del siguiente año. Se realiza un pago anticipado cumplidos 230 días. Se necesita saber el valor actual.

Datos

I = $ 820

VN = C = ?

M = ?

i = 12,50% anual = 0,125

Fi = 1 de mayo

Fc = 19 de abril del siguiente año.

VA = Valor Actual = ?

Tiempo cumplido = 230 días

Desarrollo

Tabla 28. Tiempo aproximado. Cálculo del valor actual.

Tiempo Aproximado	
Mes	**Días**
Mayo	30
Junio	30
Julio	30
Agosto	30
Septiembre	30
Octubre	30
Noviembre	30
Diciembre	30
Enero	30
Febrero	30
Marzo	30
Abril	19
Total	**349**

Capital

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{i})\,(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{C} = \frac{820}{(0{,}125)\left(\frac{349}{360}\right)}$$

C = 6.766,76

Monto

M = 6.766,76 + 820

M = 7.586,76

Valor Actual

$$VA = \frac{M}{1 + it}$$

$$VA = \frac{7.586,76}{1 + (0,125)\left(\frac{119}{360}\right)}$$

VA = 7.285,71

5. Considere el capital del ejercicio 4 que se incrementa en 12% más. Identifique el valor actual con los siguientes datos.

Datos

I = $ 1.200

C = Considerar capital inicial en 12% más del 1er ejercicio $ 7.578,77

i = ?

t = ?

Fi = 2 de febrero

Fn = 12 de mayo del siguiente año (el primer año es bisiesto).

VA = ?

Tiempo cumplido = 230 días

Desarrollo

Tabla 29. Tiempo Exacto y Aproximado. Cálculo del valor actual.

Mes	T. Exacto	T. Aprox
	Días	Días
Febrero	28	29
Marzo	31	30
Abril	30	30
Mayo	31	30
Junio	30	30
Julio	31	30
Agosto	31	30

Mes	T. Exacto	T. Aprox
	Días	Días
Septiembre	30	30
Octubre	31	30
Noviembre	30	30
Diciembre	31	30
Enero	31	30
Febrero	28	30
Marzo	31	30
Abril	30	30
Mayo	12	12
Total	**466**	**461**

Monto

M = 7.578,77 + 1.200
M = 8.778,77

Tiempo Exacto/Año Calendario

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{1.200}{(7.578,77)\left(\frac{466}{365,5}\right)}$$

i = 0,124 x 100
i = 12,4%

Tiempo Aproximado/Año Comercial

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{1.200}{(7.578,77)\left(\frac{461}{360}\right)}$$

i = 0,1236 x 100
i = 12,36%

Valor Actual

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.778,77}{1 + (0,124)\left(\frac{236}{365,5}\right)}$$

VA = 8.127,99

Valor Actual

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.778,77}{1 + (0,1236)\left(\frac{231}{360}\right)}$$

VA = 8.133,69

Tiempo Aprox./Año Calendario

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

Tiempo Exacto/Año Comercial

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{1.200}{(7.578,77)\left(\frac{461}{365,5}\right)}$$

$\mathbf{i}$ = 0,1255 x 100

i = 12,55%

$$\mathbf{i} = \frac{1.200}{(7.578,77)\left(\frac{466}{360}\right)}$$

$\mathbf{i}$ = 0,122 x 100

i = 12,2%

Valor Actual

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.778,77}{1 + (0,1255)\left(\frac{231}{365,5}\right)}$$

VA = 8.133,63

Valor Actual

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.778,77}{1 + (0,122)\left(\frac{236}{360}\right)}$$

VA = 8.128,66

Continuando se considera la secuencia de los cálculos del ejercicio 4 y 5.

Datos

I = Se aumenta un 15% más ($ 1.380)

C = $ 7.578,77

i = 6,55% semestral = 0,0655

t = ?

Fi = 02 de febrero

Fn = 02 de mayo del siguiente año (el primer año es bisiesto).

Tiempo cumplido = 200 días

VA = ?

Tiempo exacto y aproximado y año comercial

Desarrollo

Tabla 30. Tiempo Exacto y Aproximado. Cálculo del Valor Actual.

Mes	T. Exacto	T. Aproximado
	Días	Días
Febrero	28	29
Marzo	31	30
Abril	30	30

Mes	T. Exacto	T. Aproximado
	Días	Días
Mayo	31	30
Junio	30	30
Julio	31	30
Agosto	31	30
Septiembre	30	30
Octubre	31	30
Noviembre	30	30
Diciembre	31	30
Enero	31	30
Febrero	28	30
Marzo	31	30
Abril	30	30
Mayo	2	2
Total	**456**	**451**

Monto

M = 7.578,77 + 1.380

M = 8.878,77

Tiempo Exacto/Año Calendario

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.878{,}77}{1 + (0{,}0655)\left(\frac{256}{180}\right)}$$

VA = 8.122,15

Tiempo Aproximado/Año Comercial

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{8.878{,}77}{1 + (0{,}0655)\left(\frac{251}{180}\right)}$$

VA = 8.135,69

6. Es necesario extender el análisis, para ello se toma como base los datos del ejercicio 4 y 5.

Datos

I = Se aumenta un 15% más ($ 1.587)

C = Valor actual con tiempo exacto = $ 8.122,15

C = Valor actual con tiempo aprox. = $ 8.135,69

i = Tasa de beneficios para el individuo (4,8% cuatrimestral = 0,048)

M = $ 8.878,77

Año Calendario = (Sin considerar bisiesto)

t = ?

Desarrollo

$$VA = \frac{M}{1 + it}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{\frac{M}{VA} - 1}{i}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{\frac{8.878,77}{8.122,15} - 1}{0,048}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{0,09315513749}{0,048}$$

t = 236,13 días

T. Exacto/A. Calendario

$$VA = \frac{M}{1 + it}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{\frac{M}{VA} - 1}{i}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{\frac{8.878,77}{8.135,69} - 1}{0,048}$$

$$\frac{t}{121,67} = \frac{0,09133583015}{0,048}$$

t = 231,52 días

T. Aprox./A. Calendario

7. El Sr. Sabino Luzuriaga dispone de un capital de $ 705.882 el cual considera dividir en dos partes (C_1 y C_2) que son depositadas en una institución bancaria bajo las siguientes condiciones:

- Capital C_1: Se invierte a una tasa de interés simple del 20% anual.
- Capital C_2: Se invierte a una tasa de interés simple del 24% anual.

Ambos capitales se depositan el 16 de marzo de 2013 y se retiran el 15 de diciembre de 2013. Al finalizar el periodo de inversión, la suma de los intereses generados por C_1 y C_2 asciende a $ 120.000. Se solicita encontrar:

a). El valor de cada una de las partes del capital (C_1 y C_2).

b). El interés individual generado por cada parte del capital.

Posteriormente, el Sr. Sabino Luzuriaga una vez conocidos los valores de C_1 y C_2, otorga un préstamo a una tercera persona. Las condiciones de este préstamo son las siguientes:

- Capital Prestado: Corresponde a las dos terceras partes (2/3) del capital total (CI) inicial del Sr. Jácome.
- Interés Esperado: El interés total que se espera generar con este préstamo es equivalente a la tercera parte (1/3) del valor del interés generado por la segunda parte del capital (I_2) del ejercicio anterior.
- Plazo del Préstamo: El préstamo se concede desde el 4 de enero de 2014 hasta el 29 de mayo de 2014.

La persona que recibió el préstamo realiza un pago anticipado el 8 de marzo de 2014, al cual se le aplica una tasa de interés del 7,50% cuatrimestral. Se requiere calcular

a). El valor actual del pago anticipado realizado el 8 de marzo de 2014, considerando la tasa cuatrimestral proporcionada.

b). La tasa de interés semestral equivalente a la tasa de interés aplicada para el cálculo del interés del préstamo.

Datos

Capital = $ 705.882

$\mathbf{t_1}$ = 15 de marzo de 2013

$\mathbf{t_2}$ = 15 de diciembre de 2013

$\mathbf{i_1}$ = 20% anual aplicado a la 1parte

$\mathbf{i_2}$ = 24% anual aplicado a la 2parte

It = $ 120.000

VN = C = Valor actual

Desarrollo

Tabla 31. Tiempo Exacto. Cálculo del Valor Actual.

Mes	T. Exacto
	Días
Marzo	16

Mes	T. Exacto
	Días
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	30
Octubre	31
Noviembre	30
Diciembre	16
Total	**275**

$$\mathbf{Ct = c_1 + C_2}$$

$$\mathbf{Ct} = \frac{I_1}{(i_1)(t_{1)}} + \frac{I_2}{(i_2)(t_{2)}}$$

Ecuación 1 en 2

$$\mathbf{Ct} = \frac{It - I_2}{20\% \times \left(\frac{275}{360}\right)} + \frac{I_2}{24\% \times \left(\frac{275}{360}\right)}$$

$$\mathbf{Ct} = \frac{It - I_2}{(0{,}20 \times 0{,}7638888889)} + \frac{I_2}{(0{,}24 \times 0{,}7638888889)}$$

$$\mathbf{Ct} = \frac{(120.000 - I_2)}{(0{,}1527777778)} + \frac{I_2}{(0{,}1833333333)}$$

$$705.882 = \frac{0{,}1833333333\ (120.000 - I_2) + 0{,}1527777778(I_2)}{(0{,}1833333333)\ (0{,}1527777778)}$$

$$705.882 = \frac{22.000 - 0{,}1833333333\ (I_2) + 0{,}1527777778(I_2)}{0{,}0280092592}$$

$19.771{,}2319 = 22.000 - 0{,}183333333(I_2) + 0{,}1527777778(I_2)$
$19.771{,}2319 - 22.000 = (I_2)(-0{,}183333333 + 0{,}1527777778)$
$-2.228{,}7681 = -0{,}030555555\ I_2$

$$\mathbf{I_2} = \frac{2.228{,}7681}{0{,}030555555}$$

$\mathbf{I_2 = 72.941{,}50278}$

reemplazando el valor I_2

I_1 = It – I_2
I_1 = 120.000 – 72.941,50
I_1 = 47.058,49722

Capital Total = C_1 + C_2
Capital Total = 308.019,25 + 397.862,74
Capital Total = 705.881,99
Capital Total = 705.882

Obtención de partes de capital

$$C_1 = \frac{I_1}{i_1 \times t}$$

$$C_1 = \frac{47.058,49722}{0,20\left(\frac{275}{360}\right)}$$

$$C_1 = \frac{47.058,49722}{0,1527777778}$$

C_1 = 308.019,2545

$$C_2 = \frac{I_2}{i_2 \times t}$$

$$C_2 = \frac{72.941,50278}{0,24\left(\frac{275}{360}\right)}$$

$$C_2 = \frac{72.941,50278}{0,1833333333}$$

C_2 = 397.862,7424

Préstamo a la tercera persona

I_p = Interés que genera la tercera parte de I_2

$$I_P = \frac{72.941,50278}{3}$$

I_p = 24.313,83426

Capital prestado

308.019,2545 — 1
x — 2/3

$$x = \frac{308.019,2545 \times 2/3}{1}$$

x = 205.346,1697

Tabla 32. Tiempo Exacto. Préstamo tercera persona.

Mes	T. Exacto
	Días
Enero	28
Febrero	28
Marzo	31
Abril	30
Mayo	29
Total	**146**

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I_p}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{24.313,83426}{(205.346,1697)\left(\frac{146}{180}\right)}$$

$$\mathbf{i} = \frac{24.313,83426}{166.558,5599}$$

i = 0,1459776926 semestral
i = 14,59776926% semestral

Monto

M = C + I_p
M = 205.346,1697 + 24.313,83426
M = 229.660

Comprobación monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 205.346,1697\left[1 + (0,1460)\left(\frac{146}{180}\right)\right]$$

M = 205.346,1697(1 + 0,118422222)
M = 229.663,7194

Si se realiza un pago el 8 de marzo de 2014
Tiempo faltante = 146 – 64 = **82**

Tabla 33. Tiempo Exacto. Cálculo del Valor Actual.

Mes	T. Exacto
	Días
Enero	28
Febrero	28
Marzo	8
Total	**64**

$$\mathbf{VA} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{229.663,7194}{1 + (0,075)\left(\frac{82}{90}\right)}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{229.663{,}7194}{1 + 0{,}0683333333}$$

$$\mathbf{VA} = \frac{229.663{,}7194}{1{,}0683333333}$$

$$\mathbf{VA = 214.973{,}84}$$

Ejercicio 16

1. Un documento se firma por $ 53.000 para un tiempo de 7 meses y su pago anticipado se realiza cumplidos 123 días, a una tasa de interés del 11,70% cuatrimestral. ¿Cuál es su valor actual?

2. Una persona contrae una obligación financiera por un capital de $ 10.000 pactada a una tasa de interés del 8.50% bimestral. El plazo original para la liquidación de esta obligación es de un año y 5 meses. Sin embargo, el deudor decide realizar un pago anticipado transcurridos 280 días desde el inicio de la obligación con la misma tasa de interés. Calcule el valor actual.

3. Calcular el valor actual de un documento de $ 50.000 si la suscripción de la obligación se genera el 2 de agosto y la fecha de vencimiento es el 20 de marzo del siguiente año. La tasa de interés es del 18% trimestral.

4. Calcular el valor actual de un monto de $ 62.000 que se suscribió el 15 de abril con un plazo al 25 de diciembre, considerando una tasa de interés del 12% anual. Se observa un no cumplimiento de la obligación a la fecha pactada, proyectando su cancelación el 02 de febrero con una tasa de interés del 2% mensual.

5. El valor nominal de un préstamo es de $ 10.500 con una tasa de interés del 13% semestral, la fecha de suscripción es el 11 de febrero y su vencimiento el 15 de marzo del siguiente año. El individuo llega a pactar una negociación el 16 de septiembre con una tasa de interés del 11% cuatrimestral. Calcule el valor actual.

6. La fecha de negociación se realiza el día siguiente al 14 de junio de un documento cuyo valor es de $ 25.000 con una tasa de interés del 5% trimestral. La tasa de interés con el que se suscribe dicha deuda es del 2% bimensual. Dicha suscripción se generó 120 días antes a la negociación y 46 días posterior hasta su vencimiento. Se necesita saber cuánto le prestaron en realidad.

7. Con una tasa de interés del 4,75% anual se invirtió un capital $ 475.000 al cabo de 9 meses y medio se obtuvo un monto de $ 700.625. Se desea conocer el valor que se obtendrá al cuarto mes.

8. Calcular el valor actual de un documento cuyo valor es de $ 14.540 que vence en 300 días, a una tasa de interés del 11,30%. Considerando que se realiza el pago anticipado una vez cumplido 125 días.

9. El documento tiene un valor de $ 30.420 si vence en 300 días a un interés del 11% anual. Se realiza un pago anticipado cumplidos 180 días. Calcule el valor actual.

10. Calcule el valor actual de un documento de $ 25.000 con una tasa de interés del 12% anual. El plazo a vencer es de 250 días y se realiza el pago del valor de la deuda una vez transcurridos 100 días.

11. Calcule el valor actual de un documento de $ 150.000 que fenece en 180 días, considerando una tasa de interés del 1,80% anual. Se realizará un pago anticipado al cumplirse 90 días desde el inicio de la operación bancaria.

12. Calcule el valor actual de un pagaré cuyo valor nominal es de $ 1.800 a una tasa de interés del 12% anual con un plazo de vencimiento de 210 días. Se realizará el pago anticipado cumplidos 85 días del plazo de dicha operación bancaria.

13. Calcular el valor de un documento cuyo capital es de $ 25.000 que vence en 290 días a una tasa de interés de 8,50% semestral, es importante manifestar que el pago anticipado se realiza a los 100 días cumplidos.

14. Un empresario adquirió un préstamo de $ 365.562,50 al 18% anual para 320 días. ¿Determinar el monto del préstamo y cuánto pagó por concepto de interés? ¿Calcular el valor actual a 20 días antes de su vencimiento?

15. Determinar el valor actual de un documento cuyo valor es de $ 18.550 que vence en 300 días con una tasa de interés de 8,30% anual. El pago anticipado debe realizarse una vez cumplidos 115 días.

16. Calcular el valor de un capital de $ 18.000 que vence en 150 días a una tasa interés del 7,80% anual. El pago anticipado se realiza cumplidos 75 días.

3.9 Interés sobre Saldos Deudores

El activar en el sistema bancario un préstamo, trae consigo un compromiso de pagos periódicos (mensuales, bimensuales, trimestrales…) dando lugar a que una parte de ese pago se use para cubrir los intereses y otra parte para reducir lo que realmente debe del capital original.

El ***Método de interés sobre saldos deudores*** permite que, en el siguiente periodo de pago, los intereses no se calculen sobre el monto inicial que solicitó, sino solo sobre la cantidad de dinero que aún le falta por cancelar el préstamo, conocido también como “saldo deudor”.

Es sinónimo de pagar intereses únicamente por lo que realmente está adeudando en ese momento. A medida que cancela la deuda, la cantidad de dinero que debe disminuye, por lo tanto los intereses subsiguientes son menores. Este es el sistema más común y justo en la mayoría de los préstamos, como los utilizados para la adquisición de casa o carro.

Por su parte el ***Método Lagarto o método de acumulación de intereses,*** es una de esas reglas que siempre asume un valor constante de intereses pese a que se van realizando pagos continuos de capital (Mora, 2009). Ocurre cuando al pedir un préstamo y cumplidos pagos superiores a la mitad del periodo de tiempo pactado, el interés del compromiso financiero sigue siendo el mismo.

Ejemplos prácticos:

1. Una entidad financiera otorga un préstamo de $ 250.000 con una tasa de interés del 3,30% trimestral. El periodo del compromiso financiero es de un año. Se solicita calcular el valor de las cuotas mensuales por el Método de Saldos Deudores y el Método Lagarto.

Datos

C = $ 250.000

i = 3,30% trimestral = (0,033) trimestral

t = 12 meses

a) Método Lagarto

M = Monto = ?

Cfm = Cuota fija mensual = ?

I = Interés = ?

b) Método Saldos Deudores

Cfmsi = cuota fija sin interés

Tabla

Cf = Cuota fija = ?

Tasa de Interés r = i = ?

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

u = ?

S = ?

Cfm = ?

d) Mora financiera

Mf = ?

i = 3,50% trimestral

t = 12 y 15 días cuota 5ta y 7ma

Desarrollo

a) Método Lagarto

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 250.000 \left[1 + (0{,}033)\left(\frac{360}{90}\right)\right]$$

M = 283.000

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{\#pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{283.000}{12}$$

Cfm = 23.583,33

Interés

I = M – C

I = 283.000 – 250.000

I = 33.000

b) Método Saldos Deudores

Cuota fija mensual sin interés

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{\#pagos}}$$

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{250.000}{12}$$

Cfmsi = 20.833,33

Tabla 34. Tabla financiera de Cuotas o Pagos Mensuales.

Tiempo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	250.000	2.750	20.833,33	23.583,33
2	229.166,67	2.520,83	20.833,33	23.354,16
3	208.333,34	2.291,67	20.833,33	23.125
4	187.500,01	2.062,50	20.833,33	22.895,83
5	166.666,68	1.833,33	20.833,33	22.666,66
6	145.833,35	1.604,17	20.833,33	22.437,50
7	125.000,02	1.375	20.833,33	22.208,33
8	104.166,69	1.145,83	20.833,33	21.979,16
9	83.333,36	916,67	20.833,33	21.750
10	62.500,03	687,50	20.833,33	21.520,83

Tiempo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
11	41.666,70	458,33	20.833,33	21.291,66
12	20.833,37	229,17	20.833,33	21.062,50
Total		**17.875**	**250.000**	**267.874,96**

Cálculo cuotas

$\mathbf{I_1 = (C_1)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_1} = (250.000)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_1 = 2.750}$

$\mathbf{Cuota_1 = I_1 + Cfmsi}$

$Cuota_1 = 2.750 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_1 = 23.583,33}$

$\mathbf{I_2 = (C_2)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_2} = (229.166,66)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_2 = 2.520,83}$

$\mathbf{Cuota_2 = I_2 + Cfmsi}$

$Cuota_2 = 2.520,83 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_2 = 23.354,16}$

$\mathbf{I_3 = (C_3)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_3} = (208.333.33)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_3 = 2.291,67}$

$\mathbf{Cuota_3 = I_3 + Cfmsi}$

$Cuota_3 = 2.291,67 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_3 = 23.125}$

$\mathbf{I_4 = (C_4)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_4} = (187.500)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_4 = 2.062,50}$

$\mathbf{Cuota_4 = I_4 + Cfmsi}$

$Cuota_4 = 2.062,50 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_4 = 22.895,83}$

$\mathbf{I_5 = (C_5)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_5} = (166.666,66)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_5 = 1.833,33}$

$\mathbf{Cuota_5 = I_5 + Cfmsi}$

$Cuota_5 = 1.833,33 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_5 = 22.666,66}$

$\mathbf{I_6 = (C_6)(i)(t)}$

$$\mathbf{I_6} = (145.833,33)(0,033)\left(\frac{30}{90}\right)$$

$\mathbf{I_6 = 1.604,17}$

$\mathbf{Cuota_6 = I_6 + Cfmsi}$

$Cuota_6 = 1.604,17 + 20.833,33$

$\mathbf{Cuota_6 = 22.437,50}$

$\mathbf{I_7 = (C_7)(i)(t)}$

$\mathbf{I_7} = (125.000)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_7 = 1.375}$

$\mathbf{Cuota_7 = I_7 + Cfmsi}$

$Cuota_7 = 1.375 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_7 = 22.208{,}33}$

$\mathbf{I_8 = (C_8)(i)(t)}$

$\mathbf{I_8} = (104.166{,}66)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_8 = 1.195{,}83}$

$\mathbf{Cuota_8 = I_8 + Cfmsi}$

$Cuota_8 = 1.195{,}83 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_8 = 21.979{,}16}$

$\mathbf{I_9 = (C_9)(i)(t)}$

$\mathbf{I_9} = (83.333{,}33)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_9 = 916{,}67}$

$\mathbf{Cuota_9 = I_9 + Cfmsi}$

$Cuota_9 = 916{,}67 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_9 = 21.750}$

$\mathbf{I_{10} = (C_{10})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{10}} = (62.500)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_{10} = 687{,}50}$

$\mathbf{Cuota_{10} = I_{10} + Cfmsi}$

$Cuota_{10} = 687{,}50 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_{10} = 21.520{,}83}$

$\mathbf{I_{11} = (C_{11})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{11}} = (41.666{,}66)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_{11} = 458{,}33}$

$\mathbf{Cuota_{11} = I_{11} + Cfmsi}$

$Cuota_{11} = 458{,}33 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_{11} = 21.291{,}66}$

$\mathbf{I_{12} = (C_{12})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{12}} = (20.833{,}33)(0{,}033)\left(\frac{30}{90}\right)$

$\mathbf{I_{12} = 229{,}17}$

$\mathbf{Cuota_{12} = I_{12} + Cfmsi}$

$Cuota_{12} = 229{,}17 + 20.833{,}33$

$\mathbf{Cuota_{12} = 21.062{,}50}$

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{Total\ cuotas}}{\mathbf{\#\ pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{267.874{,}96}{12}$$

$\mathbf{Cfm = 22.322{,}91}$

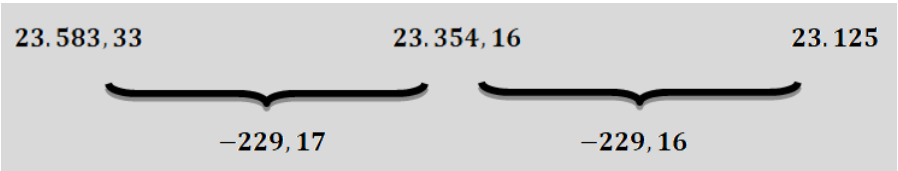
Tasa de interés real

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{17.875}{250.000\left(\frac{360}{360}\right)}$$

i = 0,0715 x 100
i = 7,15% anual
i = 0,5958% mensual

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética



$$\mathbf{Pm} = \frac{-229{,}16 - 229{,}16}{2}$$

Pm = –229,165

Diferencia: 229,165

Última cuota

u = a + (n – 1)(d)
u = 23.538,33 + (12 – 1)(–229,165)
u = 23.538,33 + (11)(–229,165)
u = 23.538,33 – 2.520,815
u = 21.062,52

Total cuotas o monto

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}}(\mathbf{a} + \mathbf{u})$$

$$\mathbf{S} = \frac{12}{2}(23.583{,}33 + 21.062{,}52)$$

S = 267.875,10

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{267.875{,}10}{12}$$

Cfm = 22.322,93

d) Mora financiera

5ta cuota

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (22.666{,}66)(0{,}035)\left(\frac{12}{90}\right)$$

I = 105,78

Cf = C + I
Cf = 22.666,66 + 105,78
Cf = 22.772,44

7ma cuota

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (22.208{,}33)(0{,}035)\left(\frac{12}{90}\right)$$

I = 103,64

Cf = C + I
Cf = 22.208,33 + 103,64
Cf = 22.311,97

2. En un compromiso financiero se registra un préstamo de $ 360.000 con una tasa de interés del 6,80% semestral. El periodo del compromiso financiero se proyecta para 3 años. Se solicita calcular el valor de las cuotas semestrales por el Método de Saldos Deudores y el Método Lagarto.

Datos

C = $ 360.000

i = 6,80% semestral

t = 3 años

a) Método Lagarto

M = ?

I = ?

b) Método Saldos Deudores

Cfmsi = ?

Tabla

Cfs = ?

Tasa de Interés real = i = ?

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

u = ?

Cfm = ?

d) Mora financiera

Mf = ?

i = 4,80%

t = 12 y 15 días cuota 5ta y 7ma

i = 6,9% semestral

Desarrollo

a) Método Lagarto

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 360.000\left[1 + (0{,}068)\left(\frac{1080}{180}\right)\right]$$

M = 506.880

Cuota fija semestral

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\#\mathbf{pagos}}$$

b) Método Saldos Deudores

Cuota fija mensual sin interés

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{\mathbf{C}}{\#\mathbf{pagos}}$$

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{360.000}{6}$$

Cfmsi = 60.000

$$\mathbf{Cfm} = \frac{506.880}{6}$$

Cfm = 84.480

Interés

I = M – C

I = 506.880 – 360.000

I = 146.880

Cálculo cuotas

$$\mathbf{I_1} = (360.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_1 = 24.480

$Cuota_1$ = I_1 + Cfmsi

$Cuota_1$ = 24.480 + 60.000

$Cuota_1$ = 84.480

$$\mathbf{I_2} = (300.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_2 = 20.400

$Cuota_2$ = I_2 + Cfmsi

$Cuota_2$ = 20.400 + 60.000

$Cuota_2$ = 80.400

$$\mathbf{I_3} = (240.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_3 = 16.320

$Cuota_3$ = I_3 + Cfmsi

$Cuota_3$ = 16.320 + 60.000

$Cuota_3$ = 76.320

$$\mathbf{I_4} = (180.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_4 = 12.240

$Cuota_4$ = I_4 + Cfmsi

$Cuota_4$ = 12.240 + 60.000

$Cuota_4$ = 72.240

$$\mathbf{I_5} = (120.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_5 = 8.160

$Cuota_5$ = I_5 + Cfmsi

$Cuota_5$ = 8.160 + 60.000

$Cuota_5$ = 68.160

$$\mathbf{I_6} = (60.000)(0{,}068)\left(\frac{180}{180}\right)$$

I_6 = 4.080

$Cuota_6$ = I_6 + Cfmsi

$Cuota_6$ = 4.080 + 60.000

$Cuota_6$ = 64.080

Tabla 35. Tabla de Cuotas o Pagos Mensuales.

Tiempo	Deuda	Interés	Capital	Cuota	M. Lagarto
1	360.000	24.480	60.000	84.480	84.480
2	300.000	20.400	60.000	80.400	84.480
3	240.000	16.320	60.000	76.320	84.480
4	180.000	12.240	60.000	72.240	84.480
5	120.000	8.160	60.000	68.160	84.480
6	60.000	4.080	60.000	64.080	84.480
Total		**85.680**	**360.000**	**445.680**	**506.880**

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfs} = \frac{\textbf{Total cuotas}}{\textbf{\# pagos}}$$

$$\mathbf{Cfs} = \frac{445.680}{6}$$

Cfs = 74.280

Tasa de interés anual

$$\mathbf{Cfs} = \frac{445.680}{6}$$

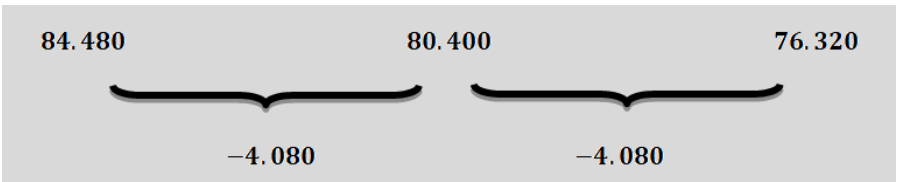
$$\mathbf{i} = \frac{85.680}{360.000\left(\frac{1.080}{360}\right)}$$

i = 0,0793 x 100

i = 7,93% anual

i = 3,965% semestral

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética



$$\mathbf{Pm} = \frac{-4.080 - 4.080}{2}$$

Pm = –4.080

Diferencia: 4.080

Total cuotas o monto

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}}(\mathbf{a} + \mathbf{u})$$

$$\mathbf{S} = \frac{6}{2}(84.480 + 64.080)$$

S = 445.680

Última cuota

u = a + (n – 1)(d)

u = 84.480 + (6 – 1) (–4.080)

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{n}}$$

u = 84.480 + (5)(–4.080)
u = 84.480 – 20.400
u = 64.080

$$\textbf{Cfm} = \frac{445.680}{6}$$

Cfm = 74.280

d) Mora financiera

Cuota 4 con t = 12
Cuota 5 con t = 15
i = 6,90% semestral

4ta cuota

I = (C)(i)(t)

$$\textbf{I} = (180.000)(0{,}069)\left(\frac{12}{180}\right)$$

I = 828

Cf = C + I
Cf = 72.240 + 828
Cf = 73.068

5ta cuota

I = (C)(i)(t)

$$\textbf{I} = (120.000)(0{,}069)\left(\frac{15}{180}\right)$$

I = 690

Cf = C + I
Cf = 68.160 + 690
Cf = 68.850

3. Un individuo registra un préstamo de $ 65.000 con una tasa de interés del 3,60% bimensual. Si el tiempo de la obligación es de 15 años. Se solicita calcular el valor de las cuotas mensuales por el Método de Saldos Deudores y el Método Lagarto.

Datos

C = $ 65.000
i = 3,60% bimensual
t = 15 años
Pagos = mensuales

a) Método Lagarto

M = ?
Cfm = ?
I = ?

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

u = ?
S = ?
Cfm = ?

b) Método Saldos Deudores

Cfmsi = ?

Tabla

Cfm = ?

Tasa de Interés real = i = ?

d) Diferencias

e) Mora financiera

Mf = ?

i = 5,10% trimestral

t = 20 y 9 días cuota 13va y 38va

Desarrollo

a) Método Lagarto

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 65.000\left[(1 + (0{,}036)\left(\frac{5.400}{60}\right)\right]$$

M = 275.600

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\#\mathbf{pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{275.600}{180}$$

Cfm = 1.531,11

Interés

I = M – C

I = 275.600 – 65.000

I = 210.600

b) Método Saldos Deudores

Cuota fija mensual sin interés

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{\mathbf{C}}{\#\ \mathbf{pagos}}$$

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{65.000}{180}$$

Cfmsi = 361,11

Tabla 36. Tabla de Cuotas o Pagos Mensuales.

Tiempo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	65.000	1.170	361,11	1.531,11
2	64.638,89	1.163,50	361,11	1.524,61
3	64.277,78	1.157	361,11	1.518,11
..			..	..
..			..	..
180			361,11	367,61
Total		**105.766,90**	**65.000**	**170.766,90**

Cálculo cuotas

$\mathbf{I_1 = (C_1)(i)(t)}$

$I_1 = (65.000)(0.036)\left(\frac{30}{60}\right)$

$\mathbf{I_1 = 1.170}$

$\mathbf{Cuota_1 = I_1 + Cfmsi}$

$Cuota_1 = 1.170 + 361,11$

$\mathbf{Cuota_1 = 1.531,11}$

$\mathbf{I_2 = (C_2)(i)(t)}$

$I_2 = (64.638,89)(0.036)\left(\frac{30}{60}\right)$

$\mathbf{I_2 = 1.163,50}$

$\mathbf{Cuota_2 = I_2 + Cfmsi}$

$Cuota_2 = 1.163,50 + 361,11$

$\mathbf{Cuota_2 = 1.524,61}$

$\mathbf{I_3 = (C_3)(i)(t)}$

$I_3 = (64.277,78)(0.036)\left(\frac{30}{60}\right)$

$\mathbf{I_3 = 1.157}$

$\mathbf{Cuota_3 = I_3 + Cfmsi}$

$Cuota_3 = 1.157 + 361,11$

$\mathbf{Cuota_3 = 1.518,11}$

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética



Última cuota

$\mathbf{u = a + (n - 1)(d)}$

$\mathbf{u} = 1.531,11 + (180 - 1)(-6,5)$

$\mathbf{u} = 1.531,11 - 1.163,50$

$\mathbf{u = 367,61}$

$\mathbf{u = Cfm(1 + i)}$

$\mathbf{u} = 361,11\left[(1 + (0,036)\left(\frac{30}{60}\right)\right]$

$\mathbf{u = 367,61}$

Sumatoria o Monto

$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}}(\mathbf{a} + \mathbf{u})$

$\mathbf{S} = \frac{180}{2}(1.531,11 + 367,61)$

$\mathbf{S = 170.884,80}$

Interés

$\mathbf{I = S - C}$

$\mathbf{I} = 170.884,80 - 65.000$

$\mathbf{I = 105.884,80}$

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{170.884{,}80}{180}$$

Cfm = 949,36

d) Diferencia

Diferencia de la cuota fija mensual (DCfm)

Método lagarto (Cfm)	>	**Método Saldos Deudores (Cfm)**
1.531,11	>	949,36

581,75

Diferencia del interés (Di)

Método lagarto (i)	>	**Método Saldos Deudores (i)**
210.600	>	105.884,80

104.715,20

e) Mora

13va cuota

u = a + (n – 1)(d)

u = 1.531,11 + (13 – 1)(–6,5)
u = 1.531,11 + (12)(–6,5)
u = 1.531,11 – 78
u = 1.453,11

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (1.453{,}11)(0{,}051)\left(\frac{20}{90}\right)$$

I = 16,47

18va cuota

u = a + (n – 1)(d)
u = 1.531,11 + (38 – 1)(–6,5)
u = 1.531,11 + (37)(–6,5)
u = 1.531,11 – 78
u = 1.290,61

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (1.290{,}61)(0{,}051)\left(\frac{9}{90}\right)$$

I = 6,58

4. La entidad financiera otorga un préstamo por $ 25.000 a 12 meses plazo a 4,50% cuatrimestral, sobre saldos deudores. Calcular la cuota mensual que debe pagar.

a). Método lagarto.

b). Método saldo deudores, elaboración de tabla, cálculo con progresión aritmética.

c). Si se demora 12 días y 15 días en la 5ta y 7ma cuota respectivamente con una tasa de interés del 4,80% cuatrimestral. Calcule la mora financiera.

Datos

C = $ 25.000

i = 4,50% cuatrimestral

t = 12 meses

a) Método Lagarto

M = ?

Cfm = ?

I = ?

b) Método Saldos Deudores

Cfmsi = ?

Tabla

Cfm = ?

Tasa de Interés real = i = ?

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

u = ?

S = ?

Cfm = ?

d) Mora financiera

Mf = ?

i = 4,80%

t = 12 y 15 días cuota 5ta y 7ma

Desarrollo

a) Método Lagarto

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 25.000 \left[1 + (0{,}045)\left(\frac{360}{120}\right)\right]$$

M = 28.375

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\#\mathbf{pagos}}$$

b) Método Saldos Deudores

Cuota fija mensual sin interés

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{\mathbf{C}}{\#\ \mathbf{pagos}}$$

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{25.000}{12}$$

Cfmsi = 2.083,33 cuota sin interés

$$Cfm = \frac{28.375}{12}$$

Cfm = 2.364,58

Interés

I = M – C

I = 28.375 – 25.000

I = 3.375

Tabla 37. Tabla de Cuotas o Pagos Mensuales.

Tiempo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	25.000	281,25	2.083,33	2.364,58
2	22.916,67	257,81	2.083,33	2.341,14
3	20.833,34	234,38	2.083,33	2.317,71
4	18.750,01	210,94	2.083,33	2.294,27
5	16.666,68	187,5	2.083,33	2.270,83
6	14.583,35	164,06	2.083,33	2.247,39
7	12.500,02	140,62	2.083,33	2.223,95
8	10.416,69	117,19	2.083,33	2.200,52
9	83.333,36	93,75	2.083,33	2.177,08
10	62.500,03	70,31	2.083,33	2.153,64
11	41.666,70	46,88	2.083,33	2.130,21
12	20.833,37	23,44	2.083,33	2.106,77
Total		**1.828,13**	**24.999,96**	**26.828,09**

Cálculo de interés mensual por cada cuota

$I_1 = (C_1)(i)(t)$

$$I_1 = (25.000)(0,045)\left(\frac{30}{120}\right)$$

I_1 = 281,25

$I_2 = (C_2)(i)(t)$

$$I_2 = (22.916,67)(0,045)\left(\frac{30}{120}\right)$$

I_2 = 257,81

$I_7 = (C_7)(i)(t)$

$$I_7 = (12.500,02)(0,045)\left(\frac{30}{120}\right)$$

I_7 = 140,62

$I_8 = (C_8)(i)(t)$

$$I_8 = (10.416,69)(0,045)\left(\frac{30}{120}\right)$$

I_8 = 117,19

$\mathbf{I_3 = (C_3)(i)(t)}$

$\mathbf{I_3} = (20{,}833{,}34)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_3 = 234{,}38}$

$\mathbf{I_4 = (C_4)(i)(t)}$

$\mathbf{I_4} = (18.750{,}01)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_4 = 210{,}94}$

$\mathbf{I_5 = (C_5)(i)(t)}$

$\mathbf{I_5} = (16.666{,}68)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_5 = 187{,}50}$

$\mathbf{I_6 = (C_6)(i)(t)}$

$\mathbf{I_6} = (14.583{,}35)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_6 = 164{,}06}$

$\mathbf{I_9 = (C_9)(i)(t)}$

$\mathbf{I_9} = (8.333{,}36)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_9 = 93{,}75}$

$\mathbf{I_{10} = (C_{10})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{10}} = (6.250)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_{10} = 70{,}31}$

$\mathbf{I_{11} = (C_{11})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{11}} = (4.166{,}67)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_{11} = 46{,}88}$

$\mathbf{I_{12} = (C_{12})(i)(t)}$

$\mathbf{I_{12}} = (20.833{,}34)(0{,}045)\left(\frac{30}{120}\right)$

$\mathbf{I_{12} = 23{,}44}$

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\#\mathbf{pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{26.828{,}09}{12}$$

Cfm = 2.235,67

Tasa de interés real

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

$$\mathbf{i} = \frac{1.828{,}13}{(25.000)\left(\frac{360}{360}\right)}$$

i = 0,0731

i = 7,31% anual

i = 0,609% mensual

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

$$2.364{,}58 \qquad 2.341{,}14 \qquad 2.317.71$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{-23{,}44} \qquad \underbrace{\qquad\qquad}_{-23{,}43}$$

$$\mathbf{Pm} = \frac{-23{,}44 - 23{,}43}{2}$$

Pm = –23,44

Diferencia: –23,44

Última cuota

u = a + (n – 1)(d)

u = 2.364,58 + (12 – 1) (–23,44)

u = 2.364,58 + (11)(–23,44)

u = 2.364,58 – 257,84

u = 2.106,74

Sumatoria

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}}(\mathbf{a} + \mathbf{u})$$

$$\mathbf{S} = \frac{12}{2}(2.364{,}58 + 2.106{,}74)$$

S = 26.827,92

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{26.827{,}92}{12}$$

Cfm = 2.235,66

d) Mora financiera

5ta cuota

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.270{,}83)\ (0{,}048)\ \left(\frac{12}{120}\right)$$

I = 10,90

Cf = C + I

Cf = 2.270,83 + 10,90

Cf = 2.281,73

7ma cuota

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (2.223{,}95)(0{,}048)\left(\frac{15}{120}\right)$$

I = 13,34

Cf = C + I

Cf = 2.223,95 + 13,44

Cf = 2.237,39

5. Un joven empresario adquiere un vehículo a la concesionaria "XY" por $ 16.000 a 7 meses plazo, con una tasa de interés del 4,18% trimestral. ¿Calcular con saldos deudores?

Datos

C = $ 16.000

i = 4,18% trimestral

t = 7 meses

I = ?

Cuotas = mensuales ?

a) Método Lagarto

M = ?

Cfm = ?

I = ?

b) Método Saldos Deudores

Cfmsi = ?

Tabla

Cfm = ?

Tasa de Interés real = i = ?

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética

u = ?

S = ?

Cfm = ?

d) Diferencias

Desarrollo

a) Método Lagarto

Monto

$$\mathbf{M} = 16.000 \left[1 + 0{,}0418 \left(\frac{210}{90}\right)\right]$$

M = 17.560,53

b) Método Saldos Deudores

Cuota fija mensual sin interés

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{\#\ pagos}}$$

$$\mathbf{Cfmsi} = \frac{16.000}{7}$$

Cfmsi = 2.285,71

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{\#pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{17.560,53}{7}$$

Cfm = 2.508,65

Interés

I = M – C

I = 17.560,53 – 16.000

I = 1.560,53

Tabla 38. Tabla de Cuotas o Pagos Mensuales.

Tiempo	Deuda	Interés	Capital sin interés	Cuota fijo mensual
1	16.000	167,20	2.285,71	2.452,91
2	13.714,29	143,31	2.285,71	2.429,02
3	11.428,58	119,43	2.285,71	2.405,14
4	9.142,87	95,54	2.285,71	2.381,25
5	6.857,16	71,66	2.285,71	2.357,37
6	4.571,45	47,77	2.285,71	2.333,48
7	2.285,74	23,89	2.285,71	2.309,60
Total		**668,80**	**15.999,97**	**16.668,77**

Cálculo de intereses

$\mathbf{I_1 = (C_1)(i)(t)}$

$\mathbf{I_1} = (16.000)(0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_1 = 167{,}20}$

$\mathbf{I_2 = (C_2)(i)(t)}$

$\mathbf{I_2} = (13.714{,}29)(0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_2 = 143{,}21}$

$\mathbf{I_3 = (C_3)(i)(t)}$

$\mathbf{I_3} = (11.428{,}58)(0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_3 = 119{,}43}$

$\mathbf{I_4 = (C_4)(i)(t)}$

$\mathbf{I_4} = (9.142{,}87)(0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_4 = 95{,}54}$

Cálculo de cuotas

$\mathbf{Cuota_1 = Cfmsi + I_1}$

$Cuota_1 = 2.285{,}71 + \$\,167{,}20$

$\mathbf{Cuota_1 = 2.452{,}91}$

$\mathbf{Cuota_2 = Cfmsi + I_2}$

$Cuota_2 = 2.285{,}71 + \$\,143{,}21$

$\mathbf{Cuota_2 = 2.429{,}02}$

$\mathbf{Cuota_3 = Cfmsi + I_3}$

$Cuota_3 = 2.285{,}71 + \$\,119{,}43$

$\mathbf{Cuota_3 = 2.405{,}14}$

$\mathbf{Cuota_4 = Cfmsi + I_4}$

$Cuota_4 = 2.285{,}71 + \$\,95{,}54$

$\mathbf{Cuota_4 = 2.381{,}25}$

$\mathbf{I_5 = (C_5)(i)(t)}$

$\mathbf{I_5} = (6.857{,}16)(0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_5 = 71{,}66}$

$\mathbf{Cuota_5 = Cfmsi + I_5}$

$Cuota_5 = 2.285{,}71 + \$\,71{,}66$

$\mathbf{Cuota_5 = 2.357{,}37}$

$\mathbf{I_6 = (C_6)(i)(t)}$

$\mathbf{I_6} = (4.571{,}45)\ (0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_6 = 47{,}77}$

$\mathbf{Cuota_6 = Cfmsi + I_6}$

$Cuota_6 = 2.285{,}71 + \$\,47{,}77$

$\mathbf{Cuota_6 = 2.333{,}48}$

$\mathbf{I_7 = (C_7)(i)(t)}$

$\mathbf{I_7} = (2.285{,}74)\ (0{,}0418)\left(\frac{1}{3}\right)$

$\mathbf{I_7 = 23{,}89}$

$\mathbf{Cuota_7 = Cfmsi + I_7}$

$Cuota_7 = 2.285{,}71 + \$\,23{,}89$

$\mathbf{Cuota_7 = 2.309{,}60}$

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{\#pagos}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{16.668{,}77}{7}$$

Cfm = 2.381,25

Tasa de interés real

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{C})(\mathbf{t})}$$

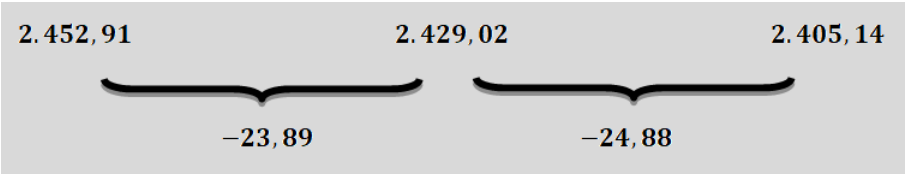
$$\mathbf{i} = \frac{668{,}80}{(16.000)\left(\frac{210}{360}\right)}$$

i = 0,0716 x 100%

i = 7,16% anual real

i = 0,596% mensual

c) Método Saldos Deudores por progresión aritmética



$$\mathbf{Pm} = \frac{-23{,}89 - 23{,}88}{2}$$

Pm = –23,885

Diferencia: –23,885

Última cuota

u = a + (n – 1)(d)
u = 2.452,91 + (7 – 1) (–23,885)
u = 2.452,91 + (6)(–23,885)
u = 2.452,91 + (–143,31)
u = 2.309,60

Sumatoria

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}}(\mathbf{a} + \mathbf{u})$$

$$\mathbf{S} = \frac{7}{2}(2.452,91 + 2.309,60)$$

S = 16.668,78

Cuota fija mensual

$$\mathbf{Cfm} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{Cfm} = \frac{16.668,78}{7\text{meses}}$$

Cfm = 2.381,25

d) Diferencia

Diferencia de la cuota fija mensual (DCfm)

Método lagarto (Cfm)	>	**Método Saldos Deudores (Cfm)**
2.508,65	>	2.381,25
	127,40	

Diferencia del interés (Di)

Método lagarto (i)	>	**Método Saldos Deudores (i)**
1.560,53	>	668,80
	891,73	

Ejercicio 17

1. Una entidad financiera otorga un préstamo por $ 20.000 durante un periodo al 4,50% mensual sobre saldos deudores. Calcule la tasa mensual a calcular. Existe mora de 7 y 17 días en las cuotas 6ta y 9na respectivamente con la i = 8,60% bimensual.

2. Una institución financiera otorga un préstamo por $ 50.000 con i=6,70% trimestral, para un tiempo de 15 años. Se desea calcular las cuotas fijas bimensuales a través del método lagarto,

de acumulación de interés, y saldo deudores con progresión aritmética. Se han observado periodos de mora en la cuota 6 y 18 con 5 y 15 días respectivamente con una i= 8.30% cuatrimestral.

3. Una entidad financiera otorga un préstamo de $ 13.000 a 24 meses plazo, con una tasa de interés del 9,70% trimestral, sobre saldos deudores. ¿Calcular las cuotas trimestrales que debe pagar el cliente?

4. El Banco de los Andes otorga un préstamo de $ 20.000 a 18 meses plazo a una tasa de interés del 4,30% bimensual, sobre saldos deudores. Calcula las cuotas bimensuales que se debe pagar al cliente.

5. Un individuo adquiere el primero de marzo un electrodoméstico en $ 1.450 a 9 meses plazo a una tasa de interés del 3,50% trimestral. Se requieres conocer las cuotas mensuales. Considerar tiempo aproximado, año comercial.

6. Una institución financiera otorga un préstamo de $ 42.600 a 10 meses plazo con una tasa de interés de 1,15% mensual sobre saldos deudores. Encuentre el valor de las cuotas mensuales.

7. Una Caja de ahorros concede un préstamo de $ 12.000 con una tasa de interés del 9% semestral sobre saldo deudores y 15 meses de plazo. ¿Se necesita conocer las cuotas mensuales a pagar?

8. Se requiere conocer las cuotas mensuales que debe cancelar la Lic. Neli Luzuriaga gracias a un préstamo otorgado por una entidad financiera por el valor de $ 57.500 a 9 meses plazo con una tasa de interés del 7,30% semestral.

9. Un talentoso guitarrista, compra una costosa amplificación a la empresa “Yamaha” por $ 28.000. A un plazo de 6 meses, considerando una tasa de interés del 10% trimestral. Calcule con el Método de saldos deudores.

Capítulo 4
Descuento

– Comparación entre descuento racional y comercial

– El redescuento

– Documentos de crédito y su función en el descuento

– Descuento racional

– Descuento comercial

– Valor actual con descuento bancario

– Análisis de la relación descuento racional / descuento bancario y comparación entre tasa de interés y tasa de descuento



Capítulo 4: Descuento

Objetivo: Analizar las operaciones de reducción anticipada del valor nominal de un documento financiero, distinguiendo las modalidades racional y comercial.

Marco Conceptual: El **descuento racional** ($Dr = M - VA$) calcula el ahorro de intereses sobre el valor actual, operando con tasa efectiva de interés. El **descuento comercial o bancario** ($Db = M * d * t$) aplica la tasa de descuento sobre el valor nominal, cobrando el interés de forma anticipada —resultando siempre en un mayor costo para el deudor. El **valor actual con descuento bancario** se obtiene como $Cb = M - Db$. Se introduce la **relación de equivalencia entre tasas**: $i = d / (1 - dt)$ y $d = i / (1 + it)$. Complementariamente se analiza el **redescuento** como operación interbancaria con el Banco Central, y los documentos de crédito habilitantes: letra de cambio y pagaré.

Metodología: Resolución gráfica mediante líneas temporales con fecha de suscripción, fecha de negociación y fecha de vencimiento. Comprobación algebraica cruzada entre ambas modalidades de descuento.

Articulación con Cap. V: El descuento en sus distintas formas constituye el insumo conceptual para las **ecuaciones de valor,** donde múltiples flujos con diferentes fechas de vencimiento deben homogeneizarse a un punto temporal único.

4. Descuento

El descuento es una ***operación financiera que tiene como objetivo principal reemplazar un capital futuro, conocido como valor nominal por un capital equivalente con vencimiento presente denominado valor actual o efectivo*** (Villalobos, 2009). En esencia, consiste en la reducción en el precio de un documento cuando este se negocia antes de su fecha de vencimiento.

La naturaleza "anticipada" del descuento, en contraste con el interés simple "vencido", genera un costo efectivo más elevado para el prestatario, incluso si las tasas nominales parecen similares. Esto ocurre al descontar el interés del monto del préstamo en el mismo momento que se entrega. Como resultado el prestatario recibe una cantidad de dinero real (el producto) menor al valor nominal del documento, pero está obligado a reembolsar el monto nominal completo.

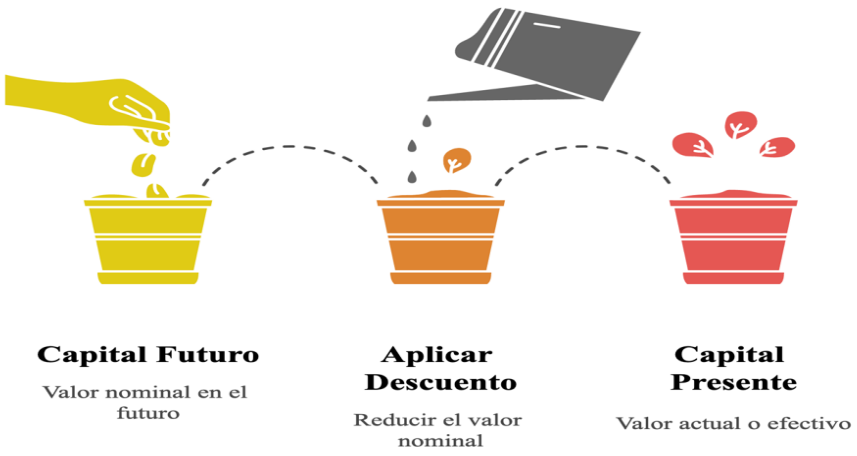


Figura 6. El descuento de capital.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

Esta dinámica significa que el prestatario está pagando intereses sobre una porción del dinero que en realidad no posee durante todo el periodo del préstamo. Comprender esta sutil pero crucial diferencia es vital para determinar la verdadera carga financiera de una operación de descuento.

4.1 Comparación entre Descuento Racional y Comercial

La diferencia principal entre el descuento racional y el comercial radica en la base sobre la cual se calculan los intereses. Para una misma tasa nominal, el descuento comercial siempre resultará en un monto de descuento mayor que el descuento racional y consecuentemente el valor efectivo recibido por el deudor será menor. Esta disparidad surge porque el descuento comercial se aplica sobre el valor nominal (futuro) del documento, mientras que el descuento racional se calcula sobre el valor actual (presente) que se anticipa.

Tabla 39. Comparación de Descuento Racional vs. Descuento Comercial.

Característica	**Descuento Racional**	**Descuento Comercial**	**Implicación para el Deudor**
Base de Cálculo	Valor Actual o Efectivo (C0)	Valor Nominal o Futuro (Cn)	El deudor paga intereses sobre el dinero que realmente recibe (racional) vs. sobre el monto total al vencimiento (comercial).
Tasa Utilizada	Tasa de interés efectiva (i)	Tasa de descuento (d)	Diferentes interpretaciones de la tasa porcentual.
Momento de Cobro del Interés	Implícitamente al vencimiento (como interés simple)	Anticipado, al inicio de la operación	El deudor “siente” el costo del interés de inmediato en el descuento comercial.

Característica	Descuento Racional	Descuento Comercial	Implicación para el Deudor
Valor Efectivo Recibido	Mayor (para la misma tasa numérica nominal)	Menor (para la misma tasa numérica nominal)	El deudor recibe más dinero por el mismo valor nominal en el descuento racional.
Descuento Obtenido	Menor (para la misma tasa numérica nominal)	Mayor (para la misma tasa numérica nominal)	El costo del descuento es más alto en el descuento comercial.

Nota: Elaboración propia con información tomada de Bresani et al. (2018)

4.2 El Redescuento

Es una operación financiera en la cual una institución financiera, generalmente un banco comercial endosa a una entidad autorizada para realizar operaciones de redescuento, como el Banco Central, utilizando títulos de crédito que aún no han vencido. A cambio, la entidad de redescuento entrega al banco comercial el valor de dichos títulos. En esencia, los bancos comerciales renegocian con el Banco Central créditos sobre los que ya han cobrado interés a sus propios clientes.

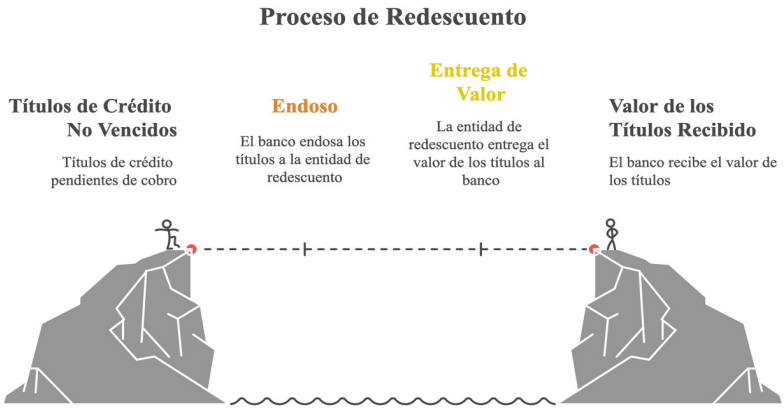


Figura 7. Ciclo del redescuento.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

4.3 Documentos de Crédito y su función en el descuento

Las operaciones de descuento y redescuento se materializan a través de la negociación de documentos de crédito específicos, conocidos como títulos valores. Estos documentos son esenciales para la fluidez de las transacciones comerciales y financieras.

- **Títulos Valores**

Un título valor es un documento que incorpora un derecho de pago o cobro que es esencialmente transmisible de una persona a otra. Para poder ejercer el derecho contenido en el título valor es indispensable poseer el documento físico.

Estos documentos gozan de una protección legal especial y son considerados bienes muebles, lo que implica que se les aplican las normas de transmisión de cosas muebles y no las propias de la cesión de derechos de crédito. Sirven como un instrumento para la transferencia de dinero, además actúan como un instrumento de crédito a corto y medio plazo.

- **Letra de Cambio**

Es un título valor que representa una orden de pago incondicionada, emitida por una persona (el librador) para que un tercero (el librado o deudor) pague una suma de dinero determinada a una persona específica (el tomador o beneficiario) en una fecha de vencimiento establecida.

Es un documento oficial, timbrado por el Estado y se caracteriza por involucrar al menos a tres participantes desde su emisión. ***A diferencia del pagaré, las letras de cambio tradicionalmente no admiten el cobro de intereses.***

- **Pagaré**

El pagaré es otro título valor muy similar a la letra de cambio, pero con una diferencia fundamental en su naturaleza: es un documento escrito mediante el cual una persona (el suscriptor o deudor) se compromete a cancelar una cantidad de dinero al tenedor del pagaré en una fecha previamente acordada.

A diferencia de la letra de cambio donde el acreedor emite la orden de pago, en el pagaré es el propio deudor quien lo emite. El pagaré no requiere ser timbrado por el Estado.

4.4 Descuento Racional (o Matemático/Lógico)

Es conocido también como ***descuento matemático o lógico*** y en ocasiones como "***descuento real***" o "***descuento justo***", es una forma de descuento simple donde el ahorro de intereses, se calcula sobre el valor actual o efectivo (Co) de la operación, utilizando una tasa de interés efectiva (i) (Bresani et al., 2018; Ramirez et al., 2009). Su lógica es análoga a la de la capitalización simple, donde Co es el capital que efectivamente genera los intereses durante el periodo de la operación.

$$Dr = M - \frac{M}{1 + it}$$

$$Dr = M - Co$$

NOTA: Si bien el cálculo se realiza con tasa de interés efectiva, por razones académicas se aplica tasa de interés nominal.

Abreviaturas

Fecha suscripción	Fs
Fecha descuento	Fd
Fecha vencimiento	Fv
Tasa de interés	i
Descuento racional	Dr
Descuento bancario	Db
Valor actual con descuento bancario	Cb
Valor actual	C

Ejemplo práctico:

1. Encontrar el valor actual y el descuento racional de un capital de $ 16.000 si la obligación se suscribe el 1 de enero de 2013 y fenece el 30 de mayo del mismo año, el interés es del 12% anual (tiempo exacto – interés ordinario). El descuento se realiza el 15 de febrero considerando una tasa del 4,50% bimestral (año calendario). Es necesario realizar la respectiva comprobación.

Datos

Documento (nominal) = 16.000

Fs = 01 de enero de 2013

Fv = 30 de mayo de 2013

i = 12% anual = (0,12) anual (Tiempo exacto – interés ordinario)

Fd = 15 de febrero de 2013

i = 4,50% bimestral (Año comercial – interés exacto)

Desarrollo

a). Cálculo del monto de la letra de cambio aplicando el interés del 12% anual a 150 días. Número de días determinados desde el 01 de enero de 2013 hasta el 30 de mayo de 2013.

Tabla 40. Cálculo del Monto – Descuento racional. Tiempo exacto.

Mes	T. Exacto
	Días
Enero	31
Febrero	28
Marzo	31
Abril	30
Mayo	30
Total	**150**

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 16.000\left[1 + (0{,}12)\left(\frac{150}{360}\right)\right]$$

M = 16.800

b). Cálculo del valor actual utilizando para ello el monto de $ 16.800 con el interés del 4,50% bimestral. Para este cálculo se debe considerar año comercial e interés exacto.

Tabla 41. Cálculo del Valor Actual - Descuento racional. Tiempo aproximado.

Mes	T. Exacto
	Días
Febrero	15
Marzo	30
Abril	30
Mayo	30
Total	**105**

Valor actual

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{16.800}{\left[1 + (0{,}045)\left(\frac{105}{60{,}83}\right)\right]}$$

C = 15.589,11

c). Cálculo del descuento racional y realizamos su comprobación.

Descuento racional

Dr = M – C

Dr = 16.800 – 15.589,11

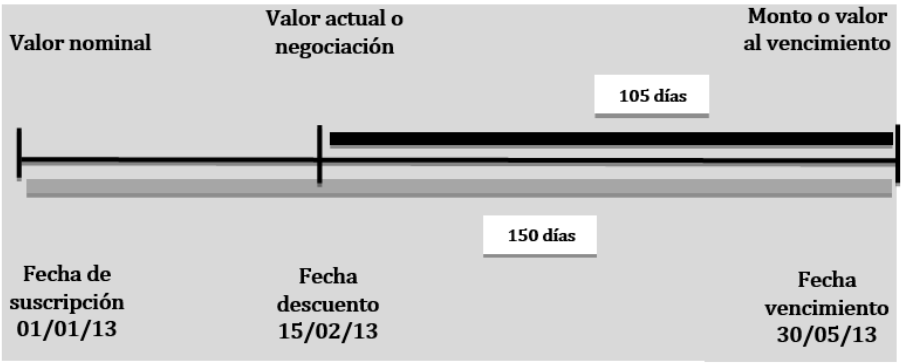
Dr = 1.210,89

Comprobación

$$\mathbf{I} = (15.589{,}11)(0{,}045)\left(\frac{105}{60{,}83}\right)$$

I = 1.210,89

d). Solución gráfica.



4.5 Descuento Comercial (o Bancario)

El descuento comercial es la modalidad de descuento más extendida en la práctica bancaria y empresarial. También conocido como descuento bancario es un instrumento de financiación a corto plazo utilizado principalmente por empresas y ofrecido por entidades financieras. En esta modalidad los intereses se calculan sobre del documento y se aplican utilizando una tasa de descuento (d). ***Una característica importante es que el interés se cobra de forma anticipada en el momento que se otorga el préstamo o crédito.***

Esta operación es atractiva para las empresas porque les permite obtener liquidez inmediata de ventas a crédito, sin tener que esperar a la fecha de vencimiento de los documentos.

$$Db = (M)(d)(t)$$

Ejemplos prácticos:

1. Se requiere conocer el valor del descuento bancario de un documento nominal de $ 45.000 a 150 días plazo que se firmó el

14 de diciembre del 2013. La tasa de interés fue del 14% anual (tiempo aproximado – interés ordinario), su descuento se realizó el 16 de marzo del año siguiente a una tasa de interés del 3,50% trimestral.

Datos

C = $ 45.000

Fs = 14 de diciembre de 2013

Fv = 14 de mayo de 2014

i = 14% anual = (0,14) anual (Año comercial)

Fd = 16 de marzo de 2014

d = 3,50% trimestral (Año comercial)

Desarrollo

a). Cálculo del monto aplicando el interés del 14% anual a 150 días. Número de días determinados desde el 14 de diciembre de 2013 hasta el 14 de mayo de 2014.

Tabla 42. Tiempo Aproximado para monto. Cálculo del descuento bancario.

Mes	T. Aproximado
	Días
Diciembre	16
Enero	30
Febrero	30
Marzo	30
Abril	30
Mayo	14
Total	**150**

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 45.000\left[1 + (0{,}14)\left(\frac{150}{360}\right)\right]$$

M = 47.625

b). Cálculo del descuento bancario utilizando para ello el monto $ 47.625 el interés del descuento 3,50% trimestral. Para el cálculo se consideró año comercial.

Tabla 43. Tiempo Aproximado para Cálculo del descuento bancario.

Mes	T. Aproximado
	Días
Marzo	15
Abril	30
Mayo	14
Total	**59**

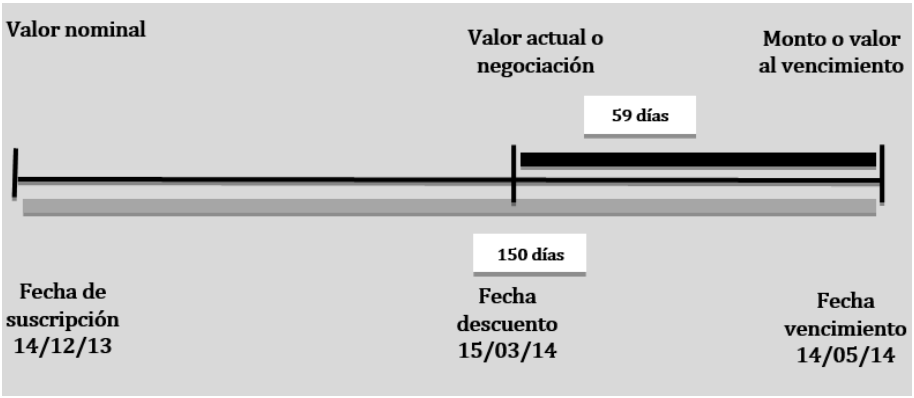
Descuento bancario

Db = (M)(d)(t)

$$\mathbf{Db} = 47.625\left[0{,}035\left(\frac{59}{90}\right)\right]$$

Db = 1.092,73

c). Solución gráfica.



2. Con la siguiente información desarrolle el ejercicio.

Datos	
Tiempo exacto/Interés ordinario	Tiempo aproximado/Interés exacto
VN = 8.500	**VN** = 8.500
i = 11,50% anual	**i** = 5,70% semestral
Fi = 07 de febrero de 2013	**Fi** = 07 de febrero de 2013
Fc = 31 de diciembre de 2013	**Fc** = 30 de diciembre de 2013
C = ?	**C** = ?
Fn = 75 días antes del vencimiento	**Fn** = 08 de julio de 2013
$\mathbf{i}_1$ = en menos de 0,3% respecto a i	$\mathbf{i}_2$ = 5,60% semestral

Dr = ?

Db = ?

Cd = en menos de 0,2% respecto al valor actual.

Cb = ?

T. aprox. / Interés Exacto = ?

Dr = ?

Db = ?

d = menos 0,1% con respecto de i inicial

T. exacto/Interés Ordinario = ?

Desarrollo

Tabla 44. Tiempo exacto y aproximado con Interés exacto para Cálculo del descuento racional y bancario.

Mes	T. Exacto	T. Aprox.
	Días	Días
Febrero	22	
Marzo	31	
Abril	30	
Mayo	31	
Junio	30	
Agosto	31	
Septiembre	30	
Octubre	31	15
Noviembre	30	30
Diciembre	31	30
Total	**297**	**75**

Tabla 45. Tiempo exacto y aproximado con Interés ordinario para Cálculo del descuento racional y bancario.

Mes	T. Exacto	T. Aprox.
	Días	Días
Febrero	24	
Marzo	30	
Abril	30	
Mayo	30	
Junio	30	23
Agosto	30	31
Septiembre	30	30
Octubre	30	31
Noviembre	30	30
Diciembre	30	30
Total	**294**	**175**

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 8.500\left[1 + (0{,}115)\left(\frac{297}{360}\right)\right]$$

M = 9.306,44

Monto

M = C(1 + it)

$$\mathbf{M} = 8.500\left[1 + (0{,}057)\left(\frac{294}{182{,}5}\right)\right]$$

M = 9.280,51

Valor actual

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{9.306,44}{1 + (0,112)\left(\frac{75}{365}\right)}$$

$$\mathbf{C} = \frac{9.306,44}{1,023013}$$

C = 9.097,09

Dr_1 = M – C
Dr_1 = 9.306,44 – 9.097,09
Dr_1 = 209,35

Db_1 = (M)(d)(t)

$$\mathbf{Db_1} = (9.306,44)(0,11)\left(\frac{75}{365}\right)$$

Db_1 = 210,35

Cb = M – Db
Cb = 9.306,44 – 210,35
Cb = 9.096,09

DifDr = DifDr – Dr_2
DifDr = 209,35 – 479,18
DifDr = –269,83

Valor actual

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{9.280,51}{1 + (0,056)\left(\frac{175}{180}\right)}$$

$$\mathbf{C} = \frac{9.280,51}{1.054444444}$$

C = 8.801,33

Dr_2 = M – C
Dr_2 = 9.280,51 – 8.801,33
Dr_2 = 479,18

Db_2 = (M)(d)(t)

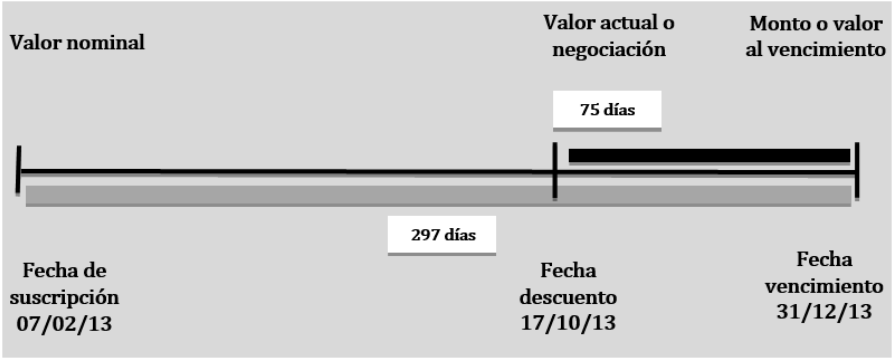
$$\mathbf{Db_2} = (9.280,51)(0,055)\left(\frac{175}{180}\right)$$

Db_2 = 496,25

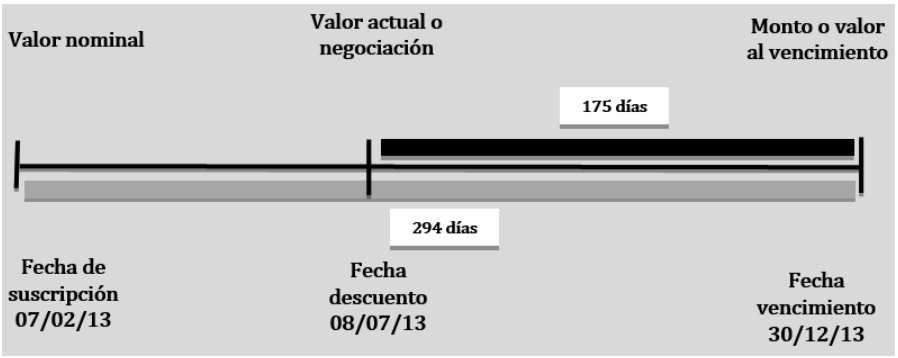
Cb = M – Db
Cb = 9.280,51 – 496,25
Cb = 8.784,26

DifDb = $DifDb_1$ – Db_2
DifDb = 210,35 – 496,25
DifDb = –285,90

Solución gráfica.
Gráfica 1



Gráfica 2



Respuesta: Al individuo le resulta mejor el resultado con el descuento racional.

Al banco pequeño le es favorable el resultado con el descuento racional.

4.6 Valor Actual con Descuento Bancario

$$Cb = M - Db$$

Ejemplo práctico:

1. Se produce una deuda con un valor nominal de $ 23.000 la tasa de interés es del 3,2% trimestral, con fecha de suscripción el 9 de febrero del 2013 al 16 de octubre del mismo año (interés exacto – tiempo exacto). Por motivos desconocidos se anticipa el pago de la deuda el 15 de agosto del mismo año, rigiendo una tasa de interés del 2,9% trimestral. Calcular el descuento racional, descuento bancario, valor actual con descuento bancario y la gráfica. Es de recordar que para calcular el valor actual y el descuento racional se realizara con interés ordinario y tiempo exacto.

Datos

VN = $ 23.000

$\mathbf{i_1}$ = 3,20% trimestral a la frima

Fi = 09 de febrero de 2013

Fc = 16 de octubre de 2013

Fn = 15 de agosto de 2013

$\mathbf{i_2}$ = 2,90% trimestral a la negociación

Desarrollo

Tabla 46. Interés y tiempo exacto para monto.

Mes	T. Exacto Días
Febrero	20
Marzo	31
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	30
Octubre	16
Total	**250**

Monto

$$\mathbf{M = C(1 + it)}$$

$$\mathbf{M} = 23.000\left[1 + (0{,}032)\left(\frac{250}{91{,}25}\right)\right]$$

$$\mathbf{M = 25.016{,}44}$$

Tabla 47. Tiempo exacto e Interés ordinario. Valor Actual.

Mes	T. Exacto Días
Agosto	17
Septiembre	30
Octubre	16
Total	**63**

Valor actual

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{25.016{,}44}{1 + (0{,}029)\left(\frac{63}{90}\right)}$$

$$\mathbf{C} = \frac{25.016{,}44}{1{,}0203}$$

$$\mathbf{C = 24.518{,}71}$$

Descuento racional

Dr = M – C
Dr = 25.016,44 – 24.518,71
Dr = 497,73

Comprobación

I = (C)(i)(t)

$$\mathbf{I} = (24.518{,}71)(0{,}029)\left(\frac{63}{90}\right)$$

I = 497,73

Descuento bancario

Db = (M)(d)(t)

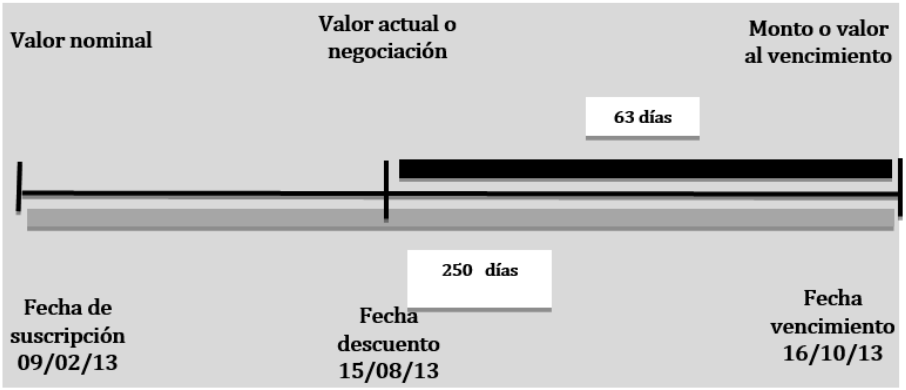
$$\mathbf{Db} = (25.016{,}44)(0{,}029)\left(\frac{63}{90}\right)$$

Db = (25.016,44)(0,029)(0,7)
Db = 507,83

Valor actual con descuento

Cb = M – Mb
Cb = 25.016,44 – 507,83
Cb = 24.508,61

Gráfica 1



4.7 Análisis de la relación Descuento Racional / Descuento Bancario y comparación entre Tasa de Interés y Tasa de Descuento

El descuento racional utiliza la tasa de interés al igual que el valor actual, mientras que la tasa de descuento es aplicada en el descuento bancario, comercial o bursátil como también en el Monto. Tomar en consideración que siempre el descuento bancario es mayor al racional.

Monto en función del valor actual como descuento bancario

$$\mathbf{M = \frac{Cb}{1 - dt}}$$

Ejemplo práctico:

1. El descuento racional de una operación financiera es de $ 50.600; su valor actual es de $ 30.200 a una tasa de interés de negociación del 3,40% cuatrimestral. El capital suscrito es de 45% menos que el valor actual. ¿Si el tiempo está dado por 20 periodos la tasa de interés trimestral es?

Datos

Dr = $ 50.600

C = V.A = $ 30.200

i = 3,40% cuatrmestral = (0,034) cuatrimestral (Fn).

C = 45% Menos que el V.A

t = 20 periodos 7.200 días

i = ? trimestral

t de negociación = ?

I = ?

M = ?

Db = ?

Nota: El ejercicio busca un análisis crítico del lector en atención al marco teórico, en atención a resultados no convencionales a una posible realidad.

Desarrollo

Monto

Dr = M – C

M = Dr + C

M = 50.600 + 30.200

M = 80.800

Tiempo

M = C(1 + it)

$$\frac{M}{C} = 1 + it$$

$$\frac{M}{C} - 1 = it$$

Capital

C = V.A – (V.A x 0,45)
C = 30.200 - (30.200 x 0,45)
C = 30.200 - 13.590
C = 16.610

Interés

I = M – C
I = 80.800 – 16.610
I = 64.190

Tasa de interés inicial

M = C(1 + it)

$$\frac{M}{C} = 1 + it$$

$$\frac{M}{C} - 1 = it$$

$$\frac{\frac{M}{C} - 1}{t} = i$$

$$\mathbf{i} = \frac{\frac{M}{C} - 1}{t}$$

$$\mathbf{i} = \frac{\frac{80.800}{16.610} - 1}{\frac{7.200}{90}}$$

i = 0,04830674293 x 100
i = 4,831% Trimestral

$$\frac{\frac{M}{C} - 1}{i} = t$$

$$\mathbf{t} = \frac{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{C}} - \mathbf{1}}{\mathbf{i}}$$

$$\mathbf{t} = \frac{\frac{80.800}{30.200} - 1}{0,034}$$

$$\frac{t}{120} = 49,27931437$$

t = 49,27931437 x 120
t = 5.913,52 días

Descuento racional (comprobación)

Dr = (C)(i)(t)

$$\mathbf{Dr} = (30.200)(0,034)\left(\frac{5.913,52}{120}\right)$$

Dr = 50.600,02

Descuento bancario

Db = (M)(d)(t)

$$\mathbf{Db} = (80.800)(0,034)\left(\frac{5.913,52}{120}\right)$$

Db = 135.380,18

Valor actual con descuento bancario

Cb = M – Db
Cb = 80.800 – 135.380,18
Cb = –54.580,18

Monto comprobación

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{Cb}}{\mathbf{1 - dt}}$$

$$\mathbf{M} = \frac{-54.580,18}{1 - (0,034)\left(\frac{5.913,52}{120}\right)}$$

M = 80.800

Relación entre tasas

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{1 - d\ x\ t}} \qquad \mathbf{d} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1 + i \times t}}$$

Reemplazando tasa de descuento en i

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{1 - dt}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}034}{1 - (0{,}034)\left(\frac{5.913{,}52}{120}\right)}$$

i = –0,050333285 cuatrimestral

Reemplazando tasa de interés en d

$$\mathbf{d} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1 - it}}$$

$$\mathbf{d} = \frac{0{,}034}{1 + (0{,}034)\left(\frac{5.913{,}52}{120}\right)}$$

d = 0,012707917 cuatrimestral

Valor actual

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{1 + it}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{80.800}{1 + (-0{,}050333285)\left(\frac{5913{,}52}{120}\right)}$$

C = –54.580,19

Descuento racional

Dr = (M)(d)(t)

$$\mathbf{Dr} = (80.800)(0{,}012707917)\left(\frac{5.913{,}52}{120}\right)$$

Dr = 50.600

Descuento bancario

Db = M – C
Db = 80.800 – (–54.580,19)
Db = 80.800 + 54.580,19
Db = 135.380,19

Ejercicio 18

1. La operación financiera es la siguiente: Su valor nominal es $ 20.000 a una tasa de interés del 4,20% cuatrimestral, la misma que está comprendida desde el 19 de Febrero del 2014 al 16 de Octubre del 2014 (interés exacto – tiempo exacto). Se realiza el anticipo el 18 de Agosto del 2014 con una tasa de interés del 3,90% cuatrimestral (interés ordinario– tiempo exacto). Calcule el valor actual, Dr, Db.

2. El valor de una letra de cambio es de $ 60.000 a 280 días plazo. Si se descuenta 55 días antes a una tasa de interés del 3,50% bimensual.

3. Si se conoce el valor nominal de una letra de cambio de $ 35.000 con fecha de suscripción el 11 de enero y de vencimiento el 27 de marzo del siguiente año considerando que es bisiesto con una tasa de interés del 12,40% anual. Se desea conocer los descuentos debido a que dos días posteriores al 15 de septiembre se llega a una negociación con una tasa de interés del 6,30% semestral. Calcule con Tiempo exacto e Interés exacto y realice la gráfica.

4. Se otorga un préstamo a un empresario de $ 32.000 a una tasa de interés del 2,80% semestralmente, con fecha de suscripción del 02 de febrero de 2016. Su vencimiento es el 08 de agosto de 2016, ante el evento el empresario genera un pago anticipado cumplidos 90 días con una tasa de interés 1,20% semestral. Conoce que la tasa de descuento es igual a la tasa de interés del pago anticipado, el tiempo será exacto con año calendario y el año 2016 es bisiesto. Encontrar el valor actual con descuento bancario y realizar el análisis de la relación de descuento racional/bancario y comparación de las tasas de interés y descuento.

5. Es otorgado un préstamo de $ 15.000 a una tasa de interés del 3,40% cuatrimestral, con fecha de inicio el 15 de enero del 2016 y culminación el 23 de diciembre del mismo año. Se realiza un pago anticipado cumpliendo 145 días, con tasa de interés del 2,80% trimestral y de descuento del 4,90% semestral. Se requiere calcular el valor actual con descuento bancario, el análisis de la relación descuento bancario y comparación de tasa de interés. Calcule con tiempo exacto y año calendario.

6. Una persona solicita a un banco un préstamo de $ 16.000 suscrito el 1 de enero a una tasa de interés del 0,83% mensual a un plazo de 360 días, la persona realiza un pago anticipado 125 días antes de la fecha de vencimiento a una tasa de interés del 1,60% bimestral y la tasa de descuento del 3,20% cuatrimestral. Calcular la fecha de vencimiento, la fecha en que genera el pago anticipado, el

monto, el valor actual, el descuento bancario y racional, el valor actual con descuento bancario y la relación de tasas.

7. Una concesionaria vende un vehículo con un valor nominal de $ 22.000; el individuo cancela el 30% del mismo, la diferencia solicita pagarla a 5 años con pagos trimestrales y con una tasa de interés del 6,50% semestral. Se requiere calcular con el Método Lagarto y Saldos Deudores. Existe la posibilidad de que se cancele la deuda 7 meses antes. La tasa de interés para este evento financiero es del 5,80% cuatrimestral, la tasa de descuento es igual. Encuentre: Descuento racional, descuento bancario, valor actual con descuento bancario, monto con descuento bancario y relaciones de tasas de interés y descuento. Existe mora de 12 días en el 12avo mes y 19 días en el 17avo pago.

Capítulo 5
Ecuaciones de valor

– Propósito de las ecuaciones de valor

– Fecha focal

– Primera forma: reemplazo de un conjunto de deudas en una sola

– Segunda forma: comparación de ofertas de compra / venta

– Tercera forma: cálculo del monto de una serie de depósitos al corto plazo

– Cuarta forma: cálculo del valor actual de una serie de pagos sucesivos al corto plazo



Capítulo 5: Ecuaciones de Valor

Objetivo: Establecer la equivalencia financiera entre conjuntos de obligaciones heterogéneas mediante su traslado a una fecha focal común.

Marco Conceptual: Una ecuación de valor es una igualdad entre el valor presente de las deudas originales y el valor presente de los pagos sustitutos, evaluados en una misma fecha focal (Bresani et al., 2018; Mora, 2009). Se desarrollan cuatro formas aplicadas: **(1)** reemplazo de múltiples deudas en un solo pago; **(2)** comparación de alternativas de compra/venta; **(3)** cálculo del monto acumulado de una serie de depósitos sucesivos; **(4)** cálculo del valor actual de una serie de pagos futuros. Para valores anteriores a la fecha focal se capitaliza con $(1 + it)$; para valores posteriores se descuenta con $1/(1 + it)$ o se aplica tasa de descuento según el régimen acordado.

Metodología: Diagramas de tiempo con representación vectorial de flujos. La fecha focal es un parámetro libre cuya selección no altera el valor de la incógnita.

Articulación con Cap. VI: La acumulación periódica de depósitos en cuentas de ahorro —con liquidaciones a fechas de corte— es una aplicación directa de la tercera y cuarta forma de las ecuaciones de valor en el régimen de interés simple.

5. Ecuaciones de valor

La ecuación de valor representa una ***igualdad financiera donde dos conjuntos de obligaciones o flujos de caja, con diferentes fechas de vencimiento llegan a tener el mismo valor en una fecha específica denominada "fecha focal"*** (Bresani et al., 2018). En esencia, es un mecanismo que permite comparar y unificar el valor de diversas transacciones financieras en un punto común en el tiempo.

Las ecuaciones de valor proporcionan la metodología pertinente para "trasladar" todos los capitales u obligaciones a una fecha única de referencia, lo que permite realizar una comparación prolija entre las mismas. Además, son muy útiles al momento de resolver problemas complejos reemplazando un conjunto de obligaciones originales por uno o varios pagos nuevos, considerando para el efecto condiciones de equivalencia financiera. Este proceso de reemplazo se realiza en atención a un acuerdo mutuo entre el acreedor y el deudor, asegurando que las partes tengan confianza en el acto financiero.

5.1 Propósito de las Ecuaciones de Valor

Mora (2009) explica la existencia de cuatro formas de uso importantes para las ecuaciones de valor:

- **Remplazar un conjunto de obligaciones o deudas por un solo pago.**

  Esta acción permite a un individuo o empresa ordenar las finanzas con diferentes montos, tasas de interés y fechas de vencimiento, mejorando su capacidad financiera y el cumplimiento óptimo del deudor.

- **Comparación de ofertas para comprar o vender.**

  Es una opción de cálculo que permite comparar alternativas de pago o inversión, evaluando cuál de ellas es la más ventajosa. Por ejemplo, se puede comparar dos o tres propuestas para la compra de un bien o servicio con la finalidad de escoger a aquella de menor costo.

- **Cálculo del monto de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo.**

  Útil al momento de querer conocer el capital acumulado más intereses de una serie continua de depósitos y tiempos iguales.

- **Cálculo del valor actual o presente de una serie de pagos sucesivos a corto plazo.**

  Este tipo de cálculo se emplea para conocer el valor actual de depósitos futuros realizados de forma consecutiva.

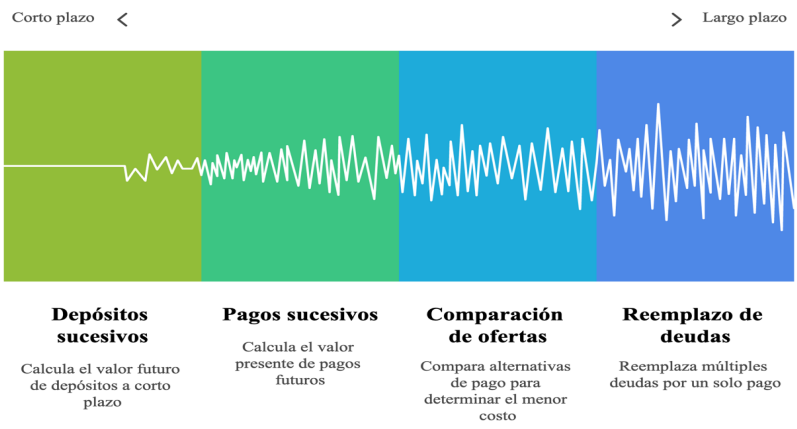


Figura 8. Propósito de las ecuaciones de valor.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

5.2 Fecha Focal: definición e importancia

La fecha focal es una fecha específica en el tiempo a la cual se trasladan todos los flujos de caja (tanto deudas como pagos) de una operación financiera para poder ser comparados y sumados. Es el ***punto de referencia temporal donde se igualan los pagos, estableciendo una equivalencia***. Gráficamente, en un diagrama económico, la fecha focal se representa a menudo con una línea de trazos.

La importancia de la fecha focal radica en la naturaleza de las operaciones financieras: no es posible sumar o restar valores monetarios que corresponden a diferentes momentos en el tiempo sin antes "homogeneizarlos" a una fecha común. La fecha focal cumple precisamente esta función, actuando como un punto de convergencia temporal para todos los capitales involucrados en la operación. Al trasladar todas las deudas y pagos a esta fecha, se permite una comparación justa y la formulación de una ecuación algebraica válida.

5.3 Primera forma: Reemplazo de un conjunto de deudas en una sola

Ejemplos prácticos:

1. La empresa desea remplazar en un solo pago a 150 días y con una tasa de interés del 7% semestral las siguientes obligaciones: $ 3.000 a 35 días plazo; $ 5.500 a 90 días plazo; $ 10.000 a 210 días plazo y $ 15.000 a 9 meses plazo.

Datos

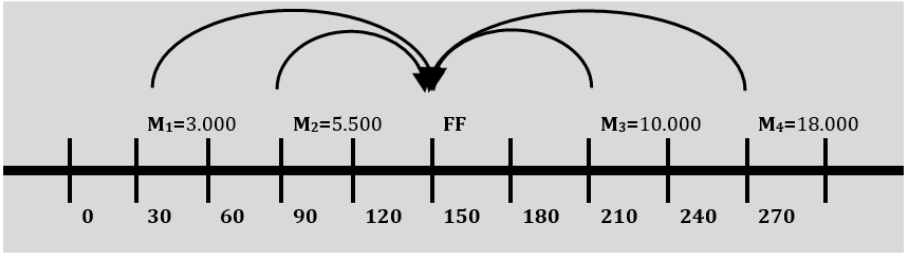
$\mathbf{M_1}$ = $ 3.000 a 35 días
$\mathbf{M_2}$ = $ 5.500 a 90 días
$\mathbf{M_3}$ = $ 10.000 a 210 días

$\mathbf{M_4}$ = $ 18.000 a 9 meses = 270 días

FF = 150 días como Fecha focal

i = 7% semestral

Desarrollo



Calcular los tiempos:

$\mathbf{t_1}$ = 150 – 35 = **115** Monto

$\mathbf{t_2}$ = 150 – 90 = **60** Monto

$\mathbf{t_3}$ = 150 – 210 = **|–60|** Valor Actual

$\mathbf{t_4}$ = 150 – 270 = **|–120|** Valor Actual

Cálculo con la tasa de interés

$$\mathbf{x = M_1\,(1 + it_1) + M_2\,(1 + it_2) + \frac{M_3}{1 + it_3} + \frac{M_4}{1 + it_4}}$$

$$x = 3.000\left[1 + 0{,}07\left(\frac{115}{180}\right)\right] + 5.500\left[1 + 0{,}07\left(\frac{60}{180}\right)\right] + \frac{10.000}{1 + (0{,}07)\left(\frac{60}{180}\right)} + \frac{18.000}{1 + (0{,}07)\left(\frac{120}{180}\right)}$$

x = 3.134,17 + 5.628,33 + 9.771,999 + 17.197,45

x = 35.731,94

Cálculo con la tasa de descuento

$$\mathbf{x = M_1\,(1 + it_1) + M_2\,(1 + it_2) + M_3\,(1 + dt_3) + M_4\,(1 + dt_4)}$$

$$x = 3.000\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{115}{180}\right)\right] + 5.500\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{60}{180}\right)\right] + 10.000\left[1 - (0{,}07)\left(\frac{60}{180}\right)\right]$$
$$+18.000\left[(1 - (0{,}07)\left(\frac{120}{180}\right)\right]$$

x = 3.134,17 + 5.628,33 + 9.766,67 + 17.160

x = 35.689,17

2. Se necesita reemplazar 3 letras de cambio: $ 800 a 15 días plazo; $ 1.600 a 55 días plazo; $ 3.200 a 100 días plazo; por una sola letra de cambio a 160 días plazo con una tasa de interés del 4,60% Cuatrimestral.

Datos

M_1 = $ 800 a 15 días

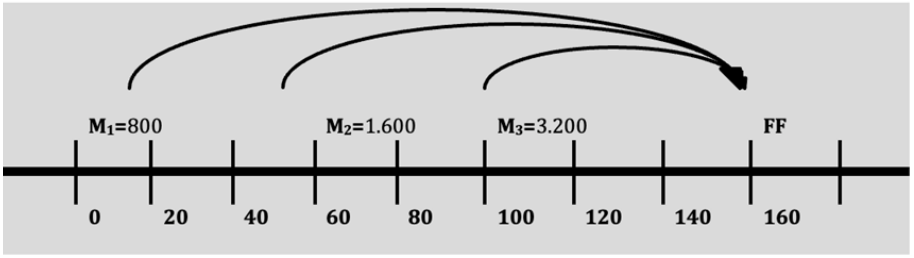
M_2 = $ 1.600 a 55 días

M_3 = $ 3.200 a 100 días

FF = 160 días como Fecha focal

i = 4,60% cuatrimestral

Desarrollo



Calcular los tiempos:

t_1 = 160 – 15 = **145**

t_2 = 160 – 55 = **105**

t_3 = 160 – 100 = **60**

Cálculo con la tasa de interés

$$\mathbf{x = M_1 (1 + it_1) + M_2 (1 + it_2) + M_3 (1 + it_3)}$$

$$\mathbf{x} = 800\left[1 + (0{,}046)\left(\frac{145}{120}\right)\right] + 1.600\left[1 + (0{,}046)\left(\frac{105}{120}\right)\right] + 3.200\left[1 + (0{,}046)\left(\frac{60}{120}\right)\right]$$

x = 844,47 + 1.664,40 + 3.273,60

x = 5.782,47

3. Las deudas que mantiene un individuo son de $ 25.000 a 2 años plazo; $ 40.000 a 2 años 8 meses plazo; y $ 75.000 a 4 años plazo. Tiene la urgencia de remplazar con un solo pago las deudas al día de hoy con una tasa de interés del 1,50% mensual.

Datos

M_1 = $ 25.000 a 2 años plazo (720 días) = (24 meses)

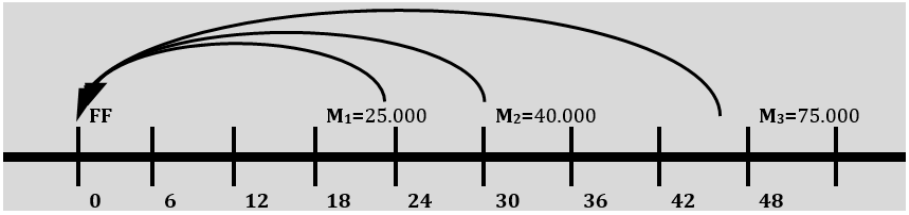
M_2 = $ 40.000 a 2 años 8 meses plazo (960 días) = (32 meses)

M_3 = $ 75.000 a 4 años plazo (1440 días) = (48 meses plazo)

FF = hoy

i = 1,50% mensual

Desarrollo



Calcular tiempos

t_1 = |–24|

t_2 = |–32|

t_3 = |–48|

Cálculo de la suma de deudas

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{M_1}}{\mathbf{1 + it_1}} + \frac{\mathbf{M_2}}{\mathbf{1 + it_2}} + \frac{\mathbf{M_3}}{\mathbf{1 - it_3}}$$

$$\mathbf{x} = \frac{25.000}{1 + (0{,}015)\left(\frac{24}{1}\right)} + \frac{40.000}{1 + (0{,}015)\left(\frac{32}{1}\right)} + \frac{75.000}{1 + (0{,}015)\left(\frac{48}{1}\right)}$$

x = 18.382,35 + 27.027,03 + 43.604,65

x = 89.014,03

Cálculo con la tasa de descuento

$$\mathbf{x = M_1 (1 + dt_1) + M_2 (1 + dt_2) + M_3 (1 + dt_3)}$$

$$\mathbf{x} = 25.000\left[1 - (0{,}015)\left(\frac{24}{1}\right)\right] + 40.000\left[1 - (0{,}015)\left(\frac{32}{1}\right)\right] + 75.000\left[1 - (0{,}015)\left(\frac{48}{1}\right)\right]$$

$$\mathbf{x} = 16.000 + 20.800 + 21.000$$

$$\mathbf{x = 57.800}$$

5.4 Segunda forma: Comparación de ofertas de compra/venta

Ejemplos prácticos:

1. Una pareja tiene la intención de adquirir una motocicleta, si las ofertas son las siguientes: Oferente 1: $ 3.000 al contado y $ 2.000 a 12 meses plazo; Oferente 2: $ 1.000 al contado y $ 2.000 a 4 meses plazo y 8 meses plazo respectivamente; y Oferente 3: $ 1.500 al contado, $ 2.000 a 6 meses plazo y $ 1.500 a 7 meses. Si la tasa de interés en el mercado es de 3,20% trimestral, encontrar la mejor oferta.

Datos

Oferta 1

$\mathbf{M_0}$ = $ 3.000 contado

$\mathbf{M_1}$ = $ 2.000 a 12 meses plazo

Oferta 2

$\mathbf{M_0}$ = $ 1.000 contado

$\mathbf{M_1}$ = $ 2.000 a 4 meses plazo

$\mathbf{M_2}$ = $ 2.000 a 8 meses plazo

Oferta 3

$\mathbf{M_0}$ = $ 1.500 contado

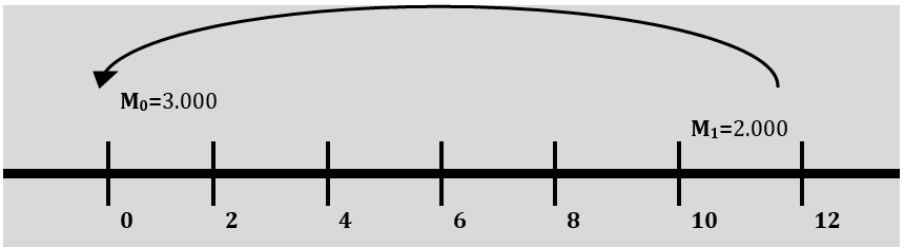
$\mathbf{M_1}$ = $ 2.000 a 6 meses plazo

$\mathbf{M_2}$ = $ 1.500 a 7 meses plazo

i = 3,20% trimestral

Desarrollo

Oferta 1



$$\mathbf{X} = \mathbf{M_0} + \frac{\mathbf{M_1}}{\mathbf{1 + it}}$$

$t_1 = 0 - 360 = \mathbf{|-360|}$

$$\mathbf{X} = 3.000 + \frac{2.000}{1 + 0{,}032\left(\frac{360}{90}\right)}$$

$\mathbf{X} = 3.000 + 1.773{,}05$

$\mathbf{X = 4.773{,}05}$

Oferta 2



$$\mathbf{X} = \mathbf{M_0} + \frac{\mathbf{M_1}}{\mathbf{1 + it}} + \frac{\mathbf{M_2}}{\mathbf{1 + it}}$$

$t_1 = 0 - 120 = \mathbf{|-120|}$

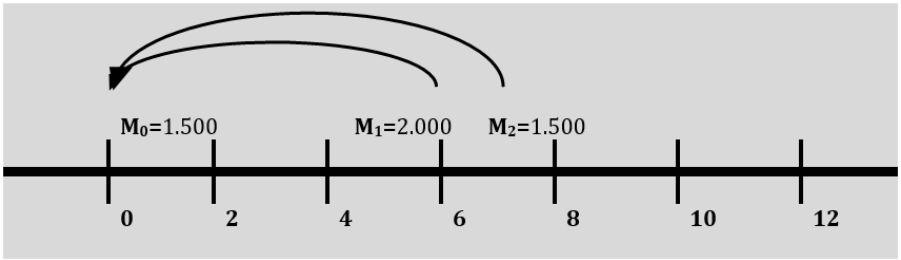
$t_2 = 0 - 240 = \mathbf{|-240|}$

$$\mathbf{X} = 1.000 + \frac{2.000}{1 + 0{,}032\left(\frac{120}{90}\right)} + \frac{2.000}{1 + 0{,}032\left(\frac{240}{90}\right)}$$

$\mathbf{X} = 1.000 + 1.918{,}16 + 1.842{,}75$

$\mathbf{X = 4.760{,}91}$

Oferta 3



$$\mathbf{X} = \mathbf{M_0} + \frac{\mathbf{M_1}}{\mathbf{1 + it}} + \frac{\mathbf{M_2}}{\mathbf{1 + it}}$$

$t_1 = 0 - 180 = \mathbf{|-180|}$
$t_2 = 0 - 210 = \mathbf{|-210|}$

$$\mathbf{X} = 1.500 + \frac{2.000}{1 + 0{,}032\left(\frac{180}{90}\right)} + \frac{1.500}{1 + 0{,}032\left(\frac{210}{90}\right)}$$

$\mathbf{X} = 1.500 + 1.879{,}70 + 1.395{,}785$
$\mathbf{X = 4.775{,}48}$

Respuesta: Para la pareja la mejor oferta es la Segunda.

2. Las ofertas para adquirir un terreno se presentan a continuación: Oferente 1: $ 100.000 a 1 mes plazo; $ 50.000 a 11 meses plazo; Oferente 2: $ 50.000 al contado, $ 50.000 a 3 meses plazo, $ 50.000 a 6 meses plazo; Oferente 3: $ 70.000 contado, $ 60.000 a 3 meses plazo y $ 10.000 a 4 y 5 meses plazo respectivamente. Si la tasa de interés es de 7,30% semestral.

Datos

Oferta 1

$\mathbf{M_0}$ = $ 100.000 a un mes plazo

$\mathbf{M_1}$ = $ 50.000 a 11 meses plazo

Oferta 2

$\mathbf{M_0}$ = $ 50.000 al contado

$\mathbf{M_1}$ = $ 50.000 a 3 meses plazo

$\mathbf{M_2}$ = $ 50.000 a 6 meses plazo

Oferta 3

$\mathbf{M_0}$ = $ 70.000 al contado

$\mathbf{M_1}$ = $ 60.000 a 3 meses plazo

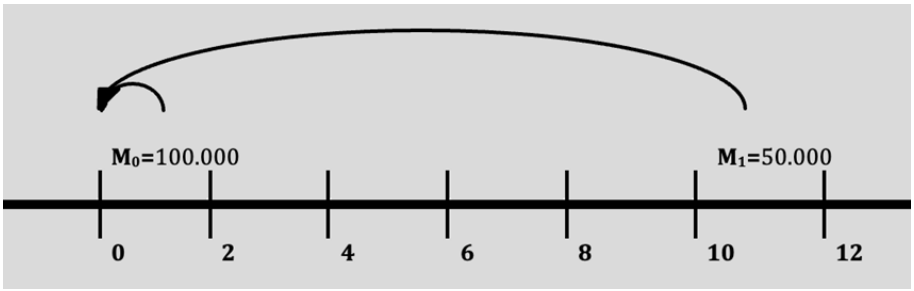
$\mathbf{M_2}$ = $ 10.000 a 4 meses plazo

$\mathbf{M_{23}}$ = $ 10.000 a 5 meses plazo

i = 7,30% semestral

Desarrollo

Oferta 1



$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{M_1}}{\mathbf{1 + it}} + \frac{\mathbf{M_2}}{\mathbf{1 + it}}$$

$\mathbf{t_1}$ = 0 – 30 = **|–30|**

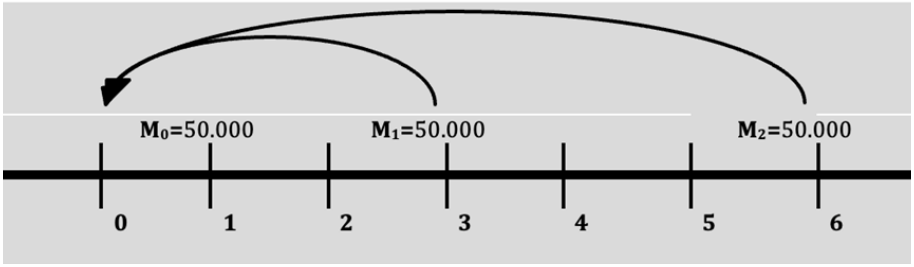
$\mathbf{t_2}$ = 0 – 330 = **|–330|**

$$\mathbf{X} = \frac{100.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{30}{180}\right)} + \frac{50.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{330}{180}\right)}$$

X = 98.797,96 + 44.098,19

X = 142.896,15

Oferta 2



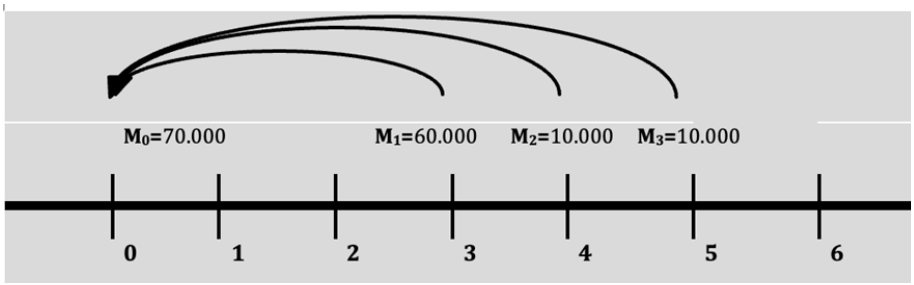
$$X = M_0 + \frac{M_1}{1+it} + \frac{M_2}{1+it}$$

$t_1 = 0 - 90 = |-90|$
$t_2 = 0 - 180 = |-180|$

$$X = 50.000 + \frac{50.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{90}{180}\right)} + \frac{50.000}{1 + 0{,}073,\left(\frac{180}{180}\right)}$$

$X = 50.000 + 48.239{,}27 + 46.598{,}32$
$\mathbf{X = 144.837{,}59}$

Oferta 3



$$X = M_0 + \frac{M_1}{1+it} + \frac{M_2}{1+it}$$

$t_1 = 0 - 90 = |-90|$
$t_2 = 0 - 120 = |-120|$
$t_3 = 0 - 150 = |-150|$

$$X = 70.000 + \frac{60.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{90}{180}\right)} + \frac{10.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{120}{180}\right)} + \frac{10.000}{1 + 0{,}073\left(\frac{150}{180}\right)}$$

$X = 70.000 + 57.887{,}12 + 9.535{,}92 + 9.426{,}55$
$\mathbf{X = 146.849{,}59}$

Respuesta: La mejor oferta para adquirir el terreno es la Primera

5.5 Tercera forma: Cálculo del monto de una serie de depósitos al corto plazo

Ejemplo práctico:

1. Un individuo realiza depósitos de $ 40 durante 5 meses consecutivos a una tasa de interés del 7% Anual.

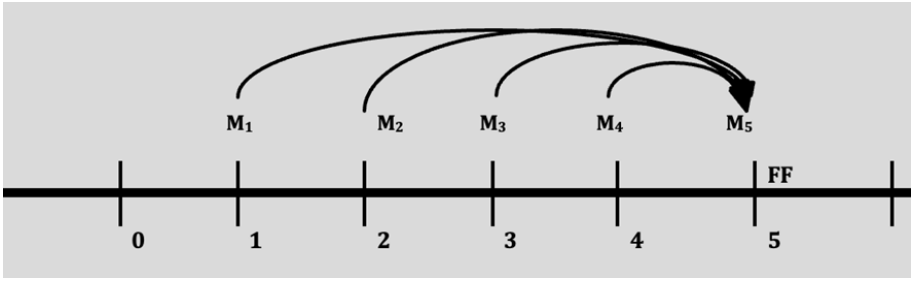
a). Desea saber el monto al final de quinto mes.

Datos

$\mathbf{M_{1...5}}$ = $ 40

i = 7% anual

Desarrollo



Cálculo de tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 150 – 30 = **120**
$\mathbf{t_2}$ = 150 – 60 = **90**
$\mathbf{t_3}$ = 150 – 90 = **60**
$\mathbf{t_4}$ = 150 – 120 = **30**
$\mathbf{t_5}$ = 150 – 150 = **0**

Cálculo de la suma de cuotas

$$\mathbf{x = M_1(1 + it_1) + M_2(1 + it_2) + M_3(1 + it_3) + M_4(1 + it_4) + M_5(1 + it_5)}$$

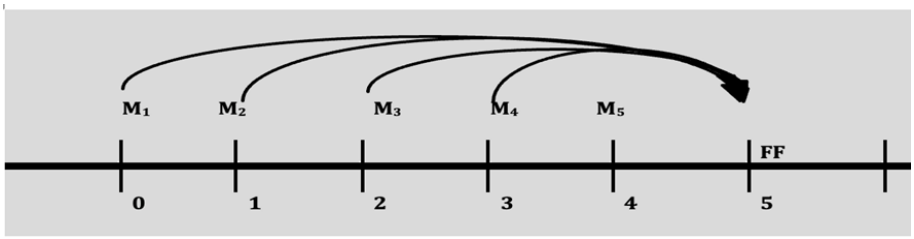
$$X = 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{30}{360}\right)\right] + 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{90}{180}\right)\right] + 40\left[1 - (0.07)\left(\frac{60}{360}\right)\right]$$
$$+40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{30}{360}\right)\right] + 40$$

x = 40,93 + 40,7 + 40,47 + 40,23 + 40
x = 202,33

Cálculo de interés

I = M – C
I = 202,33 – 200
I = 2,33

b). Calcular el monto si los 5 depósitos son anticipados.



Cálculo de tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 150 – 0 = **150**
$\mathbf{t_2}$ = 150 – 30 = **120**
$\mathbf{t_3}$ = 150 – 60 = **90**
$\mathbf{t_4}$ = 150 – 90 = **60**
$\mathbf{t_5}$ = 150 – 120 = **30**

Cálculo de la suma de cuotas

$$\mathbf{x = M_1(1 + it_1) + M_2(1 + it_2) + M_3(1 + it_3) + M_4(1 + it_4) + M_5(1 + it_5)}$$

$$\mathbf{X} = 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{150}{360}\right)\right] + 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{120}{180}\right)\right] + 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{90}{360}\right)\right] + 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{60}{360}\right)\right] + 40\left[1 + (0{,}07)\left(\frac{30}{360}\right)\right]$$

x = 41,17 + 40,93 + 40,70 + 40,47 + 40,23
x = 203,50

Cálculo de interés

I = M – C
I = 203,50 – 200
I = 3,50

5.6 Cuarta forma: Cálculo del valor actual de una serie de pagos sucesivos al corto plazo

Ejemplo práctico:

1. Un cuenta ahorrista realiza pagos consecutivos cada mes por un valor de $ 35.000 con una tasa de interés del 3% bimensual.

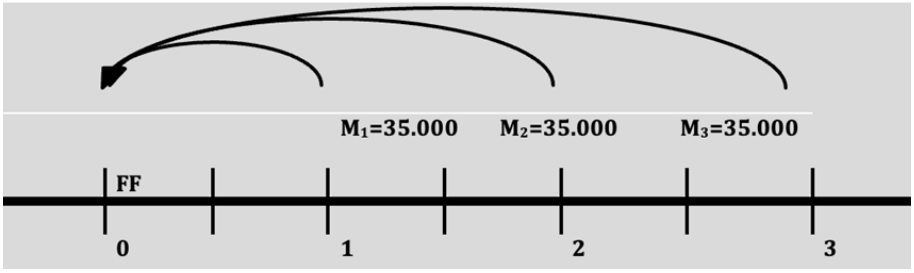
Datos

$\mathbf{M}_{1,2,3}$ = $ 35.000

i = 3% bimensual

Desarrollo

a). Desea saber el valor actual de los tres pagos.



Cálculo de tiempos

$\mathbf{t}_1$ = 0 – 30 = **|–30|**
$\mathbf{t}_2$ = 0 – 60 = **|–60|**
$\mathbf{t}_3$ = 0 – 90 = **|–90|**

Cálculo de la suma de cuotas

$$\mathbf{x} = \frac{35.000}{1 + (0{,}03)\left(\frac{30}{60}\right)} + \frac{35.000}{1 + (0{,}03)\left(\frac{60}{60}\right)} + \frac{35.000}{1 + (0{,}03)\left(\frac{90}{60}\right)}$$

x = 34.482,76 + 33.980,58 + 33.492,82

x = 101.956,16 Deuda real

Cálculo de interés

(35.000)(3) = **105.000**

I = M – C
I = 101.956,16 – 105.000
I = 3.043,84

b). Calcular con interés del 8% mensual.

$$\mathbf{x} = \frac{35.000}{1 + (0{,}08)\left(\frac{30}{30}\right)} + \frac{35.000}{1 + (0{,}08)\left(\frac{60}{30}\right)} + \frac{35.000}{1 + (0{,}08)\left(\frac{90}{30}\right)}$$

x = 34.407,41 + 30.172,41 + 28.225,81

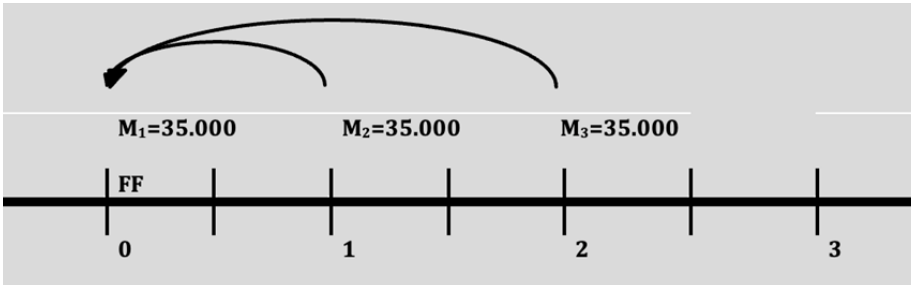
x = 90.805,63 Deuda real

Cálculo de interés

(35.000)(3) = **105.000**

I = M – C
I = 90.805,63 – 105.000
I = |–14.194,37|

c). Calcular la deuda si los pagos son anticipados.



Cálculo de tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 0 – 0 = **0**
$\mathbf{t_2}$ = 0 – 30 = **|–30|**
$\mathbf{t_3}$ = 0 – 60 = **|–60|**

Cálculo de la suma de cuotas

$$\mathbf{x} = 35.000 + \frac{35.000}{1 + (0{,}03)\left(\frac{30}{60}\right)} + \frac{35.000}{1 + (0{,}03)\left(\frac{60}{60}\right)}$$

x = 35.000 + 34.482,76 + 33.980,58
x = 103.463,34 Deuda real

Cálculo de interés

(35.000)(3) = **105.000**

I = M – C
I = 103.463,34 – 105.000
I = |–1.536,66|

Ejercicio 19

1. La compañía Cueva y Mendoza desea reemplazar varias obligaciones financieras por un único pago: $ 5.500 a 30 días plazo; $ 700 a 75 días plazo; $ 7.500 a 120 días plazo y $ 4.200 a 210 días plazo por un solo pago a 190 días a una tasa de interés del 14,50% anual.

2. Las obligaciones adquiridas se detallan a continuación: $ 25.000 a 65 días plazo; $ 36.000 a 125 días plazo; $ 80.000 a 215 días plazo y $ 96.000 a 290 días plazo. Desea reemplazar por un solo pago a 98 días con una tasa de interés 4,80% cuatrimestral.

3. David desea adquirir una moto, su búsqueda ha generado las siguientes ofertas de distintas casas comerciales: oferente 1 $ 250 al contado, $ 1.000 a 6 meses plazo y $ 1000 a un año; oferente 2 $ 500 al contado, $ 1.000 a 4 meses y $ 750 a 8 meses; oferente 3. $ 1.000 a 1 mes plazo, $ 600 a 4 meses plazo y $ 650 a 11 meses plazo. Considere una tasa de interés del 6% semestral.

4. El joven Samuel Cueva, desea comprar una cama de 2 plazas para ello analiza propuestas de tres oferentes: Oferente 1 $ 500 al contado y al doceavo mes; Oferente 2 $ 250 al contado, $ 300 al cuarto y sexto mes respectivamente y $ 150 al noveno mes, y; Oferente 3 $ 350 al contado, $ 325 al sexto y doceavo mes. ¿Cuál de las tres ofertas le conviene al Sr. Cueva si se considera una tasa del 3,60% bimensual.

5. Se requiere comprar un vehículo y tres casas concesionarias ofertan el mismo tipo de auto con el siguiente plan de pagos:

$\mathbf{M_1}$ = $ 5.500 C; $ 5.000 a 5 meses y $ 2.500 a 9 meses, i =6,10% semestral.

$\mathbf{M_2}$ = $ 4.000 C; $ 7.000 a 3 meses y $ 2.000 a 12 meses, i = 12,30% anual.

$\mathbf{M_3}$ = $ 1.000 C; $ 6.000 a 6 meses y $ 6.000 a 12 meses, i = 3,40% trimestral.

6. Se realizan 6 depósitos sucesivos de $ 150 producto de una obligación con un fondo de cesantía a una tasa de interés del 1,50% trimestral si los mismos se depositan cada tres meses. Encuentre el monto calculado al final de los periodos y de forma anticipada.

7. El pago de un seguro médico de la Sra. Dorita Marín proyecta cancelaciones de $ 350 bimensuales, hasta el momento se ha realizado cinco pagos si la tasa de interés para los dos primeros es del 12,30% anual y los siguientes 4,20% cuatrimestral. Calcule el valor presente de dichos valores al final de los periodos y de forma anticipada.

8. Un individuo necesita endeudarse para adquirir un vehículo. El pago sucesivo al corto plazo a la entidad financiera es de $ 2.500 durante 6 meses con una tasa de interés del 3% mensual (Interés exacto). El 40% del valor adquirido vía préstamo lo deposita en su cuenta de ahorro personal de forma progresiva durante tres meses (cada mes) con la finalidad de obtener un monto a una tasa de interés del 6% semestral (Interés Exacto).

Con el 60% de la deuda realiza la búsqueda del automotor en 3 concesionarias (Interés exacto)".

M_1 = $ 1.000 C, $ 4.500 a 3 meses y $ 4.500 a 8 meses, i = 1,80% mensual.

M_2 = $ 2.500 C, $ 3.500 a 5 meses y $ 4.000 a 12 meses, i = 2,70%bimestral.

M_3 =$ 1.500 C, $ 5.000 a 7 meses y $ 3.500 a 10 meses, i = 3,60% trimestral.

En la mejor oferta el individuo propondrá la siguiente serie de pagos, de los cuáles necesitará saber cuan eficiente resultaría si se reemplaza por un solo pago.

$\mathbf{M_1}$ = 10%, 3 meses plazo.

$\mathbf{M_2}$ = 25%, 5 meses plazo. **i** = 4,90% Cuatrimestral

$\mathbf{M_3}$ = 35%, 8 meses plazo. **FF** = 180 días.

$\mathbf{M_4}$ = 30%, 12 meses plazo.

9. El joven Noah Cueva necesita endeudarse para adquirir un vehículo, el pago sucesivo a corto plazo a la entidad financiera es de $ 2.000 durante 6 meses con una tasa de interés del 4% cuatrimestral (Interés exacto). El 45% del valor adquirido vía préstamo los deposita en su cuenta de ahorro personal de forma progresiva cada mes durante tres meses con la finalidad de obtener un monto a una tasa de interés del 6% semestral (Interés Exacto).

Con el 60% de la deuda realiza la búsqueda del automotor en 3 concesionarias (Interés aproximado).

$\mathbf{M_1}$ = $ 1.000 C, $ 4.500 a 3 meses y $ 4.500 a 8 meses, i = 1,80% mensual.

$\mathbf{M_2}$ = $ 2.500 C, $ 3.500 a 5 meses y $ 4.000 a 12 meses, i = 2,70%bimestral.

$\mathbf{M_3}$ = $ 1.500 C, $ 5.000 a 7 meses y $ 3.500 a 10 meses, i = 3,60% trimestral.

A la mejor oferta el individuo propondrá la siguiente serie de pagos, de los cuáles necesitará saber cuan eficiente resultaría si se reemplaza por un solo pago.

$\mathbf{M_1}$ = 25%; 3 meses plazo.

$\mathbf{M_2}$ = 10%; 5 meses plazo. **i** = 4,9% Cuatrimestral

$\mathbf{M_3}$ = 30%; 8 meses plazo. **f** = 120 días.

$\mathbf{M_4}$ = 35%; 12 meses plazo.

Capítulo 6
Cuentas de ahorro

– Conceptualización de una cuenta de ahorro
– Tipos de cuentas de ahorro



Capítulo 6: Cuentas de Ahorro

Objetivo: Aplicar el cálculo de interés simple al seguimiento y liquidación de cuentas bancarias con movimientos periódicos de depósitos y retiros.

Marco Conceptual: Una cuenta de ahorro es un instrumento de acumulación patrimonial que genera intereses sobre los saldos disponibles (Bresani et al., 2018). Se tipifican cuatro modalidades: *a la vista, a plazo con giro incondicional, a plazo con giro diferido y para vivienda*. El cálculo del saldo con intereses opera mediante dos métodos equivalentes: **(1) por transacciones**, donde cada depósito y retiro genera su propio interés desde su fecha hasta la fecha de corte; **(2) por saldos**, donde el interés se calcula sobre cada saldo neto resultante durante el tiempo que permanece sin alteración.

Metodología: Tablas de liquidación con columnas de fecha, depósito, retiro, saldo e interés acumulado. Comprobación cruzada entre ambos métodos. Las tasas de interés pueden variar entre periodos según las condiciones contractuales.

Articulación con Cap. VII: El capítulo cierra el bloque de interés simple y abre el régimen de **interés compuesto**, donde los intereses generados en cada período se capitalizan y generan nuevos rendimientos, superando estructuralmente al crecimiento lineal del interés simple.

6. Cuentas de Ahorro

Continuando, las cuentas de ahorro representan uno de los instrumentos financieros más accesibles y fundamentales para la gestión de las finanzas personales y empresariales. A diferencia de los complejos documentos de crédito y las operaciones de descuento, una cuenta de ahorro es una herramienta sencilla y segura cuyo propósito primordial es el de acumular capital a lo largo del tiempo de manera confiable y con un crecimiento constante.

6.1 Conceptualización de una Cuenta de Ahorro

Una cuenta de ahorro ***es un sistema que permite a individuos y empresas ir acumulando dinero de forma periódica, ya sea para mantener el dinero en un lugar seguro o para alcanzar metas financieras a corto o largo plazo***. Aunque su función principal es el de salvaguardar el capital, estas cuentas también brindan la flexibilidad de realizar depósitos y retiros en cualquier momento, lo que las convierte en un instrumento con alta liquidez y accesibilidad.



Figura 9. Ciclo del ahorro.
Nota: Elaboración propia aplicando app.napkin.

Es crucial diferenciar estas cuentas de otras como las de cheques, que no generan intereses o lo hacen a tasas de interés muy baja. La principal ventaja de una cuenta de ahorro es que ofrece un crecimiento continuo sobre los depósitos a través del pago de intereses.

6.2 Tipos de Cuentas de Ahorro

Existen diversas modalidades de cuentas de ahorro, cada una adaptada a diferentes necesidades financieras. Entre las más comunes se encuentran:

- **Cuenta de ahorro a la vista**: aunque se les llama "ahorro", en estas cuentas el ahorrador no recibe intereses o reajustes. Su objetivo principal es mantener el dinero en un lugar seguro y disponible en cualquier momento.
- **Cuenta de ahorro a plazo con giro incondicional**: permite al ahorrador girar la totalidad del dinero en cualquier momento. Pueden ser reajustables o no y limitan el número de giros que se pueden realizar en un periodo sin perder los intereses.
- **Cuenta de ahorro a plazo con giro diferido**: en esta modalidad el ahorrador solo puede retirar el dinero previo aviso al banco con una anticipación mínima (comúnmente de 30 días).
- **Cuentas para la vivienda**: son cuentas específicas diseñadas para personas que buscan obtener un subsidio para la compra o construcción de una vivienda. Suelen requerir un contrato con la institución financiera que establece el monto mínimo de ahorro comprometido.

En el proceso de cálculo y análisis de las cuentas de ahorro y la liquidación a una fecha determinada se utiliza el interés simple utilizando dos mecanismos para su resolución: i. se considera la transacción (depósito

o retiro) y ii. se trabaja sobre saldos. A continuación la resolución de ejercicios.

Ejemplos prácticos:

1. Las transacciones realizadas en una cuenta de ahorros se detallan a continuación: Apertura de la cuenta 2 de febrero $ 500; día del amor y la amistad retiro de $ 150; 26 de marzo depósito de $ 350; 1 abril depósito de $ 75; junio 4 retiro de $ 475; junio 28 retiro de $ 50; 5 de agosto depósito de $ 200. Se requiere conocer el saldo de la cuenta al 10 de septiembre, si la tasa de interés ha sido constante al 2,3% bimensual. (2 métodos).

Tabla 48. Cuenta de Ahorro (Tiempo exacto).

Fecha		Deposito	Retiro	Saldo	Interés	
Mes	Día				+	—
02	02	500		500	41,78	
02	14		150	350		11,85
03	26	350		700	22,36	
04	01	75		775	4,62	
06	04		475	300		17,78
06	28		50	250		1,42
08	05	200		450	2,80	
Intereses a favor y en contra					**71,56**	**31,05**
			Intereses	**40,51**		
Saldo al 10 de septiembre				**490,51**		

a). Cálculo con depósitos y retiros.

Cálculo de tiempos

Se procede a calcular el tiempo de inicio y vencimiento de cada una de las transacciones (depósitos o retiros). Para el efecto se considera la fecha inicial de apertura de la cuenta y la fecha de corte o saldo. *La fecha de inicio es desde la firma del compromiso financiero*.

Febrero	27	15					
Marzo	31	31	6				
Abril	30	30	30	30			
Mayo	31	31	31	31			
Junio	30	30	30	30	27	3	
Julio	31	31	31	31	31	31	
Agosto	31	31	31	31	31	31	27
Septiembre	10	10	10	10	10	10	10
Totales	**221**	**209**	**169**	**163**	**99**	**75**	**37**

Cálculo de intereses:

Depósito

$$\mathbf{i} = (500)(0{,}023)\left(\frac{221}{60{,}83}\right) = \mathbf{41{,}78}$$

Retiro

$$\mathbf{i} = (150)(0{,}023)\left(\frac{209}{60{,}83}\right) = \mathbf{11{,}85}$$

Depósito

$$\mathbf{i} = (350)(0{,}023)\left(\frac{169}{60{,}83}\right) = \mathbf{22{,}36}$$

Deposito

$$\mathbf{i} = (75)(0{,}023)\left(\frac{163}{60{,}83}\right) = \mathbf{4{,}62}$$

Retiro

$$\mathbf{i} = (475)(0{,}023)\left(\frac{99}{60{,}83}\right) = \mathbf{17{,}78}$$

Retiro

$$\mathbf{i} = (50)(0{,}023)\left(\frac{75}{60{,}83}\right) = \mathbf{1{,}42}$$

Depósito

$$\mathbf{i} = (200)(0{,}023)\left(\frac{37}{60{,}83}\right) = \mathbf{2{,}80}$$

b). Cálculo con saldos deudores.

Cálculo de tiempos

1		**2**		**3**		**4**		**5**		**6**		**7**	
Feb.	12	Feb.	15	Mar.	6	Abr.	30	Jun.	24	Jun.	3	Ago.	27
	12	Mar.	25		**6**	May.	31		**24**	Jul.	31	Sep.	10
			40			Jun.	3			Ago.	4		**37**
							64				**38**		

Cálculo de intereses:

Interés 1

$$\mathbf{i} = (500)(0{,}023)\left(\frac{12}{60{,}83}\right) = \mathbf{2,27}$$

Interés 2

$$\mathbf{i} = (150)(0{,}023)\left(\frac{40}{60{,}83}\right) = \mathbf{6,29}$$

Interés 3

$$\mathbf{i} = (350)(0{,}023)\left(\frac{6}{60{,}83}\right) = \mathbf{1,59}$$

Interés 4

$$\mathbf{i} = (75)(0{,}023)\left(\frac{64}{60{,}83}\right) = \mathbf{18,75}$$

Interés 5

$$\mathbf{i} = (475)(0{,}023)\left(\frac{24}{60{,}83}\right) = \mathbf{2,72}$$

Interés 6

$$\mathbf{i} = (50)(0{,}023)\left(\frac{38}{60{,}83}\right) = \mathbf{3,59}$$

Interés 7

$$\mathbf{i} = (200)(0{,}023)\left(\frac{37}{60{,}83}\right) = \mathbf{6,30}$$

Sumatoria de intereses = 2,27 + 6,29 + 1,59 + 18,75 + 2,72 + 3,59 + 6,30

Sumatoria de intereses = 40,51

2. Una cuenta de ahorro a recibido las siguientes transacciones: 15 de febrero con saldo de $ 2.500 con una tasa de interés al 2,30% bimensual; 25 de marzo retiro de $ 370; 15 de abril retiro de $ 750 con una tasa de interés del 3,50% trimestral; 1 de mayo y 28 de mayo depósitos por valores de $ 320; retiro el 17 de junio con una tasa de interés del 5,70% semestral por el valor de $ 500; y retiro el 13 de julio de $ 150. Desea conocer el saldo al 6 de agosto. (Método de Saldos deudores).

Tabla 49. Cuenta de Ahorro (Tiempo exacto).

Fecha		**Depósito**	**Retiro**	**Saldo**	**Interés**
Mes	**Día**				
01	17	2.500		2.500	35,92
02	25		370	2.130	16,91
03	15		750	1.380	8,47
04	01	320		1.700	17,61
05	28	320		2.020	15,66
06	17		500	1.520	12,34
07	13		150	1.370	10,70
			Intereses		**117,61**
		Saldo al 6 de agosto		**1.487,61**	

Cálculo de tiempos (saldos)

Feb.	14	Mar.	7	Abr.	16	May.	27	May.	4	Jun.	14	Jul.	19
Mar.	24	Abr.	14						16		12	Ago.	6
	38		**21**		**16**		**27**		**20**		**26**		**25**

Cálculo de intereses:

Interés 1

$$\mathbf{i} = (2.500)(0{,}023)\left(\frac{38}{60{,}83}\right) = \mathbf{35,92}$$

Interés 2

$$\mathbf{i} = (2.130)(0{,}023)\left(\frac{21}{60{,}83}\right) = \mathbf{16,91}$$

Interés 3

$$\mathbf{i} = (1.380)(0{,}035)\left(\frac{16}{91{,}25}\right) = \mathbf{8,47}$$

Interés 4

$$\mathbf{i} = (1.700)(0{,}035)\left(\frac{27}{91{,}25}\right) = \mathbf{17,61}$$

Interés 5

$$\mathbf{i} = (2.020)(0{,}035)\left(\frac{20}{90{,}25}\right) = \mathbf{15,66}$$

Interés 6

$$\mathbf{i} = (1.520)(0{,}057)\left(\frac{26}{182{,}5}\right) = \mathbf{12,34}$$

Interés 7

$$\mathbf{i} = (1.370)(0{,}057)\left(\frac{25}{182{,}5}\right) = \mathbf{10,70}$$

Sumatoria de intereses = 35,92 + 16,91 + 8,47 + 17,61 + 15,66 + 12,34 + 10,70

Sumatoria de intereses = 117,61

Ejercicio 20

1. Se realiza la apertura una cuenta de ahorros con $ 5.000 al 20 de Mayo; el 28 del mismo mes se depositan $ 1.000; el 7 de Junio se retiran $ 1.500; seguido se retiran $ 2.000 el 25 de Junio; el

10 de Julio en cambio se depositan $ 200; y el 31 de Julio se vuelve a retirar $ 600. Esta cuenta de ahorro genera rentabilidad a una tasa de interés del 13,50% anual. ¿Cuál será el saldo que presente la cuenta de ahorros al 20 de Agosto? (tiempo exacto y año calendario).

2. La cuenta de ahorro de la Lic. Neli Luzuriaga presenta los siguientes movimientos financieros: parte con un saldo de $ 6.000 al 18 de Julio; retira el 3 de Agosto $ 2.500; deposita el 24 de Agosto $ 900; retira el 12 de Septiembre $ 3.500; retira $ 280 el 31 de Octubre y deposita el 17 de Noviembre $ 1.200. Desea saber los intereses acumulados al 24 de Diciembre. Si la tasa de interés es del 7,60% semestral (tiempo exacto y año calendario). Considere aplicar los dos métodos.

3. La Dra. Camila Cueva es poseedora de una cuenta de ahorros si su saldo al 10 de julio fue de $ 3.800. Sus movimientos se realizan desde julio hasta diciembre detallados a continuación: depósito de $ 500 el 22 de agosto; depósito de $ 1.100 el 08 de octubre. Cuál es el saldo de la cuenta con intereses del 23% anual al 31 de diciembre.

4. La ingeniera Rosa Mendoza mantiene una cuenta de ahorros con su saldo al 25 de octubre es de $ 11.000. Entre los meses de octubre a febrero ha realizado algunas operaciones que se detallan a continuación: Retiró $ 4.600 el 31 de octubre; depositó $ 1.900 el 19 de noviembre; depositó $ 2.700 el 22 de diciembre; depositó $ 900 el 16 de enero. Desea conocer el saldo de la cuenta con corte al 28 de febrero, teniendo una tasa de interés del 19% anual.

5. El Sr. Sabino Luzuriaga posee una cuenta de ahorro en el Banco de Loja. Realiza una serie de depósitos y retiros en las fechas que se detallan a continuación:

- El 1 de marzo realiza un depósito de $ 30.000
- El 13 de abril realiza un retiro de $ 15.000

- El 15 de mayo realiza un depósito de $ 10.000
- El 20 de junio realiza un depósito de $ 15.000
- El 14 de julio realiza un retiro de $ 5.000
- El 25 de agosto realiza un retiro de $ 10.000
- El 4 de septiembre realiza un depósito de $ 5.000

Si la cuenta esta afectada por una tasa de interés del 12,40% anual ¿Encuentre el saldo de la misma al 30 de septiembre?

6. Un comerciante propietario de una cuenta de ahorros realiza una secuencia de depósitos y retiro con los siguientes valores y fechas: El 09 de enero de 2016 depositó $ 12.000 para abrir dicha cuenta; el 27 de enero de 2016 deposito $ 3.000; el 15 de marzo de 2016 retiro 5.000; el 03 de abril de 2016 retiro $ 500; el 30 de abril de 2016 depositó $ 500; el 09 de junio de 2016 retiro $ 300; el 28 de junio de 2016 depositó $ 4.000; el 21 de julio de 2016 retiro $ 1.000; el 05 de agosto de 2016 retiro $ 600, sabiendo que la cuenta de ahorro gana una tasa de interés del 15,20% anual. ¿Cuál será el valor final de la cuenta al 05 de agosto de 2016?

7. La Lic. Dorita L. tiene una cuenta de ahorros en la Cooperativa de Ahorro y Crédito "Fortaleza". A continuación el detalle de sus movimientos: el 21 de Marzo deposita $ 3.800 para la apertura de la cuenta; el 1 de Abril retiró $ 875; el 28 de Mayo depositó $ 1.530; el 16 de Junio depositó $ 120; el 13 de Julio retiró $ 380; el 8 de Agosto realiza un depósito de $ 415 y el 29 de Septiembre retira $ 610. Para el efecto la tasa de interés vigente es del 1,12% mensual. ¿Desea conocer el saldo su cuenta al 30 de Septiembre?. Considere tiempo exacto y año comercial.

Capítulo 7
Interés compuesto

– Conceptualización de interés compuesto
– Análisis comparativo: interés simple vs. Interés compuesto
– Monto con interés compuesto
– Tasas equivalentes
– Tiempo en interés compuesto
– Valor actual con interés compuesto
– Descuento compuesto



Capítulo 7: Interés compuesto

Objetivo: Desarrollar el régimen de capitalización periódica acumulativa, donde los intereses de cada período se incorporan al capital base del período siguiente, generando crecimiento exponencial.

Marco Conceptual: La fórmula del monto compuesto es $M = C(1 + i)^n$, donde i es la tasa por período de capitalización y n el número total de períodos. Se introducen: la **tasa nominal** (anual con frecuencia de capitalización explícita) y la **tasa efectiva** por período (i = *tasa anual / nº capitalizaciones*). Para períodos fraccionarios se aplican ajustes proporcionales o exponenciales. Las **tasas equivalentes** son tasas de distinta frecuencia que producen idéntico monto final $(1 + i) = (1 + j/m)^m$. La **tasa anticipada** se distingue de la vencida por el momento de cobro del interés. El **valor actual compuesto** es $VA = M(1 + i)^{-n}$ y el **descuento compuesto** opera con la misma lógica exponencial. El **tiempo en interés compuesto** se despeja mediante logaritmos: $n = log(M/C) / log(1 + i)$.

Metodología: Cálculo iterativo período a período contrastado con la fórmula directa; comparativo sistemático con el régimen simple para evidenciar el efecto acumulativo (Ramírez et al., 2009).

Articulación con Cap. VIII: El monto y el valor actual compuesto son los operadores de traslado temporal que sustentan las **ecuaciones de valor en interés compuesto**.

7. Interés Compuesto

7.1 Conceptualización de Interés Compuesto

Partimos conceptualizando al interés compuesto como la capitalización de intereses sobre el capital existente. Los rendimientos obtenidos en un tiempo determinado se suman al capital primigenio, el cual se transforma en un nuevo capital conocido como insoluto para el cálculo del siguiente periodo.

A diferencia del interés simple que se calcula sobre el capital inicial, ***el interés compuesto actúa sobre el capital inicial y los que siguen llamados insolutos, aumentando de forma continua al igual que los intereses*** (Ramirez et al., 2009). En esencia, se produce un efecto multiplicador donde "los intereses producen nuevos intereses". Este proceso es a menudo descrito de manera didáctica como el "efecto bola de nieve" donde una pequeña inversión inicial, al rodar a lo largo del tiempo, acumula rendimientos que a su vez generan más rendimientos, aumentando su masa a un ritmo acelerado.

Si se tiene una cuenta de ahorro con un valor de $ 2.300 e interés compuesto del 6% anual, el resultado sería.

- **Primer año**: El interés se calcula sobre el capital inicial de $ 2.300. Los intereses generados son $ 2.300 × 0,06 = $ 138. Al final del primer año, el monto total es $ 2.300 + $ 138 = $ 2.438
- **Segundo año**: Ahora, el interés se calcula sobre la nueva base $ 2.438 acumulados. El interés generado es $ 2.438 × 0,06 = $ 146,28. El monto total al final del segundo año asciende a $ 2.438 + $ 146,28 = $ 2.584,28

El ejemplo demuestra que a diferencia del interés simple que habría generado $ 138 en ambos años, el interés compuesto generó $ 8,28 adicionales en el segundo año. Esta diferencia aunque pequeña al principio se magnifica con el tiempo, demostrando que el factor fundamental que impulsa el crecimiento exponencial no es la complejidad de la fórmula, sino el simple y poderoso mecanismo de la capitalización periódica.

7.2 Análisis comparativo: Interés Simple vs. Interés Compuesto

Para apreciar la verdadera potencia del interés compuesto, es útil contrastarlo con el interés simple:

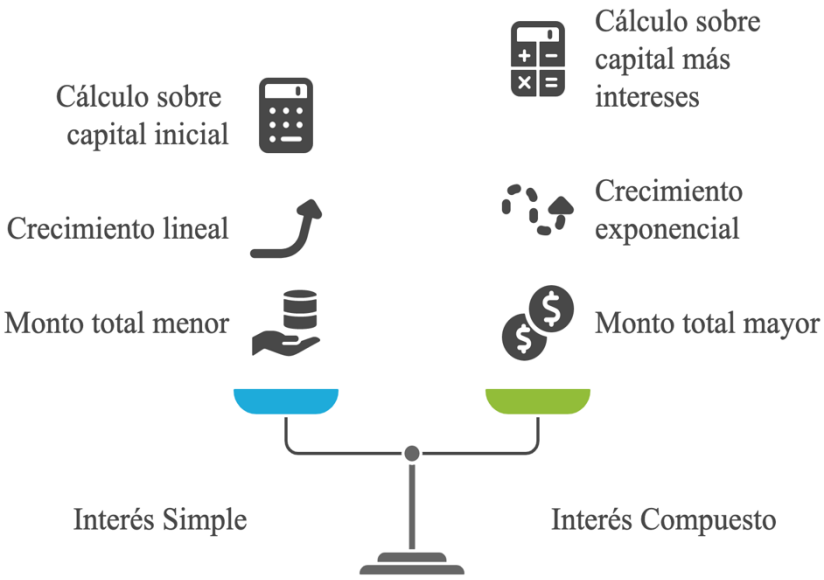


Figura 10. Comparativo: Interés Simple vs. Interés Compuesto.
Nota: Elaboración propia aplicando app.napkin.

A continuación, se presenta un ejemplo que permite observar y comprender la diferencia entre interés simple y compuesto:

Se necesita conocer el monto, considerando el interés simple y compuesto de un capital de $ 20.000 a una tasa de interés del 7,50% durante 8 periodos.

Interés Simple

Cálculo de interés simple

I = (C)(i)(t)
I = (20.000)(0,075)(8)
I = 12.000

Cálculo monto a interés simple

M = C[1 + it]
M = 20.000[1 + (0,075 * 8)]
M = 32.000

Interés Compuesto

Primer periodo

M = C[1 + it]
M = 20.000[1 + (0,075 * 1)]
M = 21.500

Segundo periodo

M = C[1 + it]
M = 21.500[1 + (0,075 * 1)]
M = 23.112,50

Tercer periodo

M = C[1 + it]
M = 23.112,50[1 + (0,075 * 1)]
M = 24.845,94

Cuarto periodo

M = C[1 + it]
M = 24.845,94[1 + (0,075 * 1)]
M = 26.709,39

Quinto periodo

M = C[1 + it]
M = 26.709,39[1 + (0,075 * 1)]
M = 28.712,59

Sexto periodo

M = C[1 + it]
M = 28.712,59[1 + (0,075 * 1)]
M = 30.866,03

Sétimo periodo

M = C[1 + it]
M = 30.866,03[1 + (0,075 * 1)]
M = 33.180,98

Octavo periodo

M = C[1 + it]
M = 33.180,98[1 + (0,075 * 1)]
M = 35.669,55

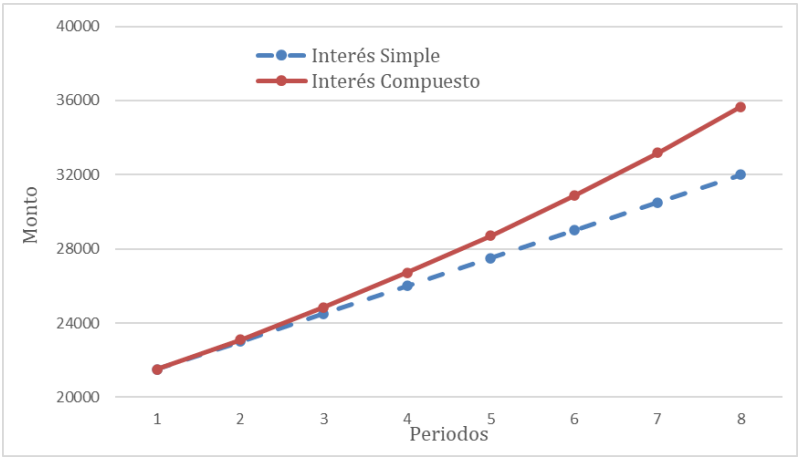


Figura 11. Comparación Interés Simple – Interés Compuesto.
Nota: Elaboración propia.

Este contraste evidencia que la base de cálculo en constante crecimiento es el motor que produce una mayor acumulación de riqueza a largo plazo por parte del interés compuesto. Dentro de su cálculo se debe considerar variables con cálculos previos como la tasa de interés capitalizable (i) y los periodos de capitalización (n).

- **Tasa de interés capitalizable** que se operativiza con ***el uso de la tasa de interés nominal***. A diferencia de las tasas de interés efectivas utilizadas de forma directa en las fórmulas financieras, la tasa nominal es una tasa anual que indica la frecuencia con la que los intereses se acumularán o capitalizarán a lo largo del año o periodo.

$$i = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# de capitalizaciones en el año o periodo}} = \frac{\textbf{t}}{\textbf{m}}$$

Por ejemplo, una tasa anual capitalizable trimestralmente del 12% significa que la tasa de interés real que se aplicará en cada período de capitalización es del 3% (12% dividido entre 4 periodos trimestrales).

Es importante considerar que la tasa nominal por sí sola no es suficiente para realizar cálculos financieros; siempre debe ir acompañada con su respectivo período de capitalización para ser convertida en la tasa efectiva correspondiente a ese período.

- **Los períodos de capitalización** son la ***frecuencia con la que los intereses se suman al capital inicial que permiten generar nuevos intereses***. El capital y su crecimiento dependerán de cuan alta sea la frecuencia de capitalización a interés compuesto. Las capitalizaciones pueden ser anuales, semestrales, cuatrimestrales, trimestrales, bimensuales, mensuales, quincenales, semanales, o incluso diarios.

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{\#\ total\ de\ meses}}{\mathbf{\#\ meses\ en\ el\ periodo\ de\ capitalización}}$$

Ejemplos prácticos:

1. Calcular el número de periodos de capitalización y la tasa de interés por periodos de capitalización considerando una tasa de interés del 11,50% anual capitalizable trimestralmente y periodo de tiempo de 6 años.

Datos

t = 6 años

i = 11,50% anual capitalizable trimestral

n = ?

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{\#\ total\ de\ meses}}{\mathbf{\#\ meses\ periodo\ capitalización}}$$

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{tasa\ anual}}{\mathbf{\#\ capitalizaciones\ en\ el\ año}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{6 \times 12}{3} \qquad \mathbf{i} = \frac{0{,}115}{4}$$

n = 24 periodos **i = 0,0288**

2. Se requiere conocer el periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización si existe una tasa del 14,60% anual capitalizable cuatrimestralmente con duración de 19 años.

Datos

t = 19 años

i = 14,60% anual capitalizable cuatrimestral

n = ?

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{19 \times 12}{4}$$

n = 57 periodos

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\textbf{\# capitalizaciones en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}146}{3}$$

i = 0,0487

Ejercicio 21

1. Con una tasa de interés del 6,14% anual capitalizable bimensualmente por 30 años. Calcular el periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización.

2. Se tiene una tasa de interés del 11,50% anual capitalizable trimestralmente, si el tiempo es de 9 periodos. Calcular el periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización.

3. Es necesario conocer el valor del periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización si el tiempo es de 21 años y tasa de interés del 10,60% anual capitalizable cuatrimestralmente.

4. Al colocar un capital a 10 años plazo con una tasa de interés del 9,50% anual capitalizable bimensualmente. Se necesita encontrar el número de periodos capitalizables y la tasa de interés compuesto por periodos de capitalización.

5. El joven Dustin C. tiene en su haber un capital colocado a 30 años con una tasa de interés del 14,25% anual capitalizable semestralmente. Desea conocer el número de periodos y la tasa de interés capitalizables.

6. Calcular el número de periodos y la tasa de interés por periodo de capitalización. Para el efecto se considera un capital con un interés compuesto a 16 años plazo y una tasa de interés del 11,60% anual capitalizable trimestral.

7. Encuentre la tasa de interés y los periodos capitalizables de un capital colocado a interés compuesto durante 8 años y tasa de interés del 12,40% anual capitalizable mensual.

8. Se necesita calcular el periodo de capitalización y la tasa por periodo de interés compuesto durante 18 años a una tasa de interés del 7,50% anual capitalizable bimensualmente.

9. Durante 15 años plazo y tasa de interés del 13,45% anual capitalizable trimestralmente se posee un capital. Paro lo cual se necesita calcular el periodo de capitalización y la tasa por periodo de capitalización.

10. Calcular el periodo de capitalización y la tasa por periodo de interés compuesto durante 21 años a una tasa de interés del 15,40% anual capitalizable cuatrimestralmente.

11. Calcular el periodo de capitalización y la tasa por periodo de interés compuesto durante 19 años a una tasa de interés del 21% anual capitalizable semestralmente.

12. La Dra. Janina C. desea calcular el número de periodos y la tasa de interés capitalizable de un capital colocado a interés compuesto durante 17 años a una tasa de interés del 10,30% anual capitalizable trimestralmente.

13. Se solicita realizar el cálculo de las capitalizaciones y su tasa de interés. Si el capital se prestó con interés compuesto para 19 años a una tasa de interés del 15,20% anual capitalizable semestralmente.

14. Al colocar un capital a interés compuesto por 13 años y tasa de interés del 14,50% anual capitalizable mensual. Es necesario calcular el periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización.

15. Calcular el periodo de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización de un capital colocado a interés compuesto durante 15 años a una tasa de interés del 17,70% anual capitalizable bimensual.

7.3 Monto con Interés Compuesto

El monto, también conocido como valor futuro, representa la cantidad total de dinero acumulada al final de un periodo de inversión o de un préstamo. Este valor está conformado por el capital inicial (C) más todos los intereses generados y capitalizados a lo largo del tiempo.

La fórmula general para calcular el monto con interés compuesto es una de las más importantes en la disciplina y se presenta como:

$$M = C\,(1 + i)^{n} \text{ con interés anual o efectiva}$$

$$M = C\,(1 + \frac{j}{m})^{m \times t} \text{ con interés nominal}$$

Las variables que forman parte de la fórmula:

Monto	M
Capital	C
Tasa de interés efectiva	I
Tasa de interés nominal	j
Número de capitalizaciones en el año	n
Tiempo	t

El cálculo del Monto con interés compuesto y capitalizaciones menores a un año se describen a continuación.

Capitalización Semestral.– La capitalización del interés se realiza dos veces al año (cada seis meses).

Con n = 2

Fórmula: $M = C\,(1 + \frac{j}{2})^2$

Capitalización Cuatrimestral.– El interés se capitaliza tres veces en el año (cada cuatro meses).

Con n = 3

Fórmula: $M = C\,(1 + \frac{j}{3})^3$

Capitalización Trimestral.– Su capitalización es de cuatro veces al año (cada tres meses).

Con n = 4

Fórmula: $M = C\,(1 + \frac{j}{4})^4$

Capitalización Bimensual o Bimestral.– Se capitaliza el interés seis veces en el año (cada dos meses).

Con n = 6

$$\text{Fórmula: } M = C\,(1 + \frac{j}{6})^{6}$$

Capitalización Mensual.– En el año se capitaliza el interés doce veces (cada mes).

Con n = 12

$$\text{Fórmula: } M = C\,(1 + \frac{j}{12})^{12}$$

Capitalización Diaria.– El interés se capitaliza 365 veces al año (cada día).

Con n = 365

$$\text{Fórmula: } M = C\,(1 + \frac{j}{365})^{365}$$

Ejemplos prácticos:

1. Un comerciante adquiere un préstamo de $ 9.000 a 10 periodos plazo, con una tasa de interés de 11,06% anual capitalizable trimestralmente. ¿Calcular el monto y sus intereses que debe cancelar a la fecha de vencimiento?

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 10 años

j = 11,06% AK trimestral[4]

C = $ 9.000

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{10 \times 12}{3}$$

$$\mathbf{n = 40}$$

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\textbf{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}1106}{4}$$

$$\mathbf{i = 0{,}0277}$$

c) Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\mathbf{M} = 9.000(1 + 0{,}0277)^{40}$$

$$\mathbf{M = 26.847{,}06}$$

d) Interés compuesto

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$\mathbf{I} = 26.847{,}06 - 9.000$$

$$\mathbf{I = 17.847{,}06}$$

2. Un individuo obtiene un préstamo de $ 5.322 a 4 años, con una tasa de interés de 9,35% anual capitalizable semestralmente. ¿Calcular el monto y sus intereses que debe cancelar a la fecha de vencimiento?

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 4 años

j = 9,35% AK trimestral

C = $ 5.322

4 El autor propone la escritura de la capitalización con la letra K

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{4 \times 12}{6}$$

$$\mathbf{n = 8}$$

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\textbf{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}0935}{2}$$

$$\mathbf{i = 0{,}0468}$$

c) Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\mathbf{M} = 5.322(1 + 0{,}0468)^8$$

$$\mathbf{M = 7.673{,}34}$$

d) Interés compuesto

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$\mathbf{I} = 7.673{,}34 - 5.322$$

$$\mathbf{I = 2.351{,}34}$$

3. Se desea conocer el monto a la fecha de vencimiento del pago de un terreno hipotecado, si el periodo esta dado en 15 años 2 meses, invirtiendo un capital de $ 33.260 a una tasa de interés del 13,20% anual capitalizable mensualmente.

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 15 años, 2 meses.

j = 13,20% AK mensual

C = $ 33.260

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# meses periodo capitalización}}$$

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\textbf{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(15 \times 12) + 2}{1}$$

$$\mathbf{n = 182}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}132}{12}$$

$$\mathbf{i = 0{,}011}$$

c) Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\mathbf{M} = 33.260(1 + 0{,}011)^{182}$$

$$\mathbf{M = 243.574{,}92}$$

d) Interés compuesto

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$\mathbf{I} = 243.574{,}92 - 33.260$$

$$\mathbf{I = 210.314{,}92}$$

4. Una pareja pide un préstamo de $ 18.500 a 12 periodos plazo con una tasa de interés del 17,30% anual capitalizable trimestralmente. Se necesita conocer el monto que dicha pareja debe pagar a la fecha de vencimiento y su respectivo interés.

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 12 años

j = 17,30% AK trimestral

C = $ 18.500

Desarrollo

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{\# total de meses}}{\textbf{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{12 \times 12}{3}$$

$$\mathbf{n = 48}$$

b) Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\textbf{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}173}{4}$$

$$\mathbf{i = 0{,}0433}$$

c) Monto en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$

$\mathbf{M} = 18.500(1 + 0{,}0433)^{48}$

$\mathbf{M = 141.518{,}65}$

d) Interés compuesto

$\mathbf{I = M - C}$

$\mathbf{I} = 141.518{,}65 - 18.500$

$\mathbf{I = 123.018{,}65}$

Ejercicio 22

1. El Sr. Sabino Luzuriaga obtiene un préstamo de $ 47.850 a 37 periodos plazo con una tasa de interés del 3,22% anual capitalizable mensualmente. Encuentre el monto a pagar al vencimiento y su interés considerando tiempo exacto.

2. Cuanto es el valor futuro y el interés que una persona debe cancelar por un préstamo de $ 62.700 a 25 años plazo, fijada una tasa de interés del 11,20% anual capitalizable trimestral.

3. Un emprendedor recibe la acreditación de un préstamo por el valor de $ 6.300 a 12 años plazo e interés del 12,30% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuál es el monto e interés a cancelar?. Tiempo exacto.

4. Un individuo obtiene un préstamo de $ 20.000 a 8 años plazo con una tasa de interés de 11,20% anual capitalizable trimestralmente. ¿Qué monto debe pagar a la fecha de vencimiento y que interés?

5. El joven Samuel Cueva adquiere un préstamo de $ 18.550 a 8 periodos plazo con una tasa de interés del 9,10% anual capitalizable cuatrimestralmente. Calcular el valor futuro y su interés a cancelar.

6. Se adquiere un préstamo a una entidad financiera de $ 23.315 si la tasa de interés es del 4,30% anual capitalizable bimensualmente con una duración de 13 años. Calcular el monto a la fecha de vencimiento y su interés.

7. Se requiere conocer a la culminación de la obligación el valor total a cancelar de un capital de $ 10.000 otorgado para un periodo de 15 años y 8 meses e interés del 12% anual capitalizable cuatrimestralmente.

8. Se necesita conocer el monto si el periodo de tiempo es de 17 años y 8 meses, de un capital de $ 38.300 a una tasa de interés del 10,50% capitalizable cuatrimestralmente.

9. Calcular el monto a la fecha de vencimiento de 25 años a través del método matemático con una tasa de interés del 8,70% capitalizable cuatrimestralmente siendo el capital adquirido de $ 80.000 dólares.

10. Un individuo solicita a una institución financiera de $ 100.000 si la tasa de interés es del 17,80% anual capitalizable semestralmente, la duración del acto financiero es de 28 años. Calcular el monto a la fecha de vencimiento y su interés.

7.3.1 Monto Compuesto con periodos de capitalización fraccionarios

Este tipo de capitalización se presenta cuando el tiempo pactado para el pago no coincide con los periodos de capitalización, dando lugar a la aplicación de dos métodos de cálculo.

$$n = \frac{\text{tiempo entero y fraccionario}}{\text{\# meses en el periodo de capitalización}}$$

a). El método matemático que considera el valor de n como un entero o entero decimal.

$$M = C(1 + i)^n$$

b). El método comercial toma en consideración un valor de n entero en la fórmula de monto con interés compuesto y la parte de n fraccionaria en la fórmula de monto con interés simple.

$$M = \underbrace{C(1 + i)^n}_{\text{Interés Compuesto}} \quad \underbrace{(1 + i.t)}_{\text{Interés Simple}}$$

Dentro de los cálculos se encuentra aquel cuando el individuo o persona que contrajo una obligación financiera conoce el monto a cancelar con una tasa de interés efectiva o nominal y a un tiempo determinado, necesitando conocer cuanto fue el valor entregado al inicio de la suscripción financiera por parte de la entidad bancaria o una tercera persona. A este resultado se le denomina capital (C).

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Ejemplos prácticos:

1. Calcule el monto por el método matemático y comercial de un capital de $ 36.000 adjudicado a 12 años y 5 meses, si la tasa de interés es del 11,80% capitalizable cuatrimestralmente. Existe la opción de prestar la misma cantidad a 11 años y 2 meses con una tasa de interés del 11,50% anual.

Datos

C = $ 36.000

M = ?

t = 12 años y 5 meses

i = 11,80% AKC

i = 11,50% anual

Desarrollo

Opción 1.

Método Matemático

a) Periodo de capitalización

$$n = \frac{\#\ \text{total de meses}}{\#\ \text{meses periodo capitalización}}$$

$$n = \frac{(12 \times 12) + 5}{4}$$

$$n = 37{,}25$$

b) Monto en interés compuesto

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 36.000\left(1 + \frac{0{,}118}{3}\right)^{37{,}25}$$

$$M = 151.502{,}88$$

c) Interés compuesto

I = M – C
I = 151.502,88 – 36.000
I = 115.502,88

Método Comercial

a) Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n[1 + (it)]}$$

$$\mathbf{M} = 36.000\left[1 + \left(\frac{0,118}{3}\right)\right]^{37}\left[1 + \left(\frac{0,118}{3}\right)(0,25)\right]$$

M = 150.048,68(1,009833333)
M = 151.524,16

b) Interés compuesto

I = M – C
I = 151.524,16 – 36.000
I = 115.524,16

Opción 2.

Método Matemático

a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{\#\ total\ de\ meses}}{\mathbf{\#\ meses\ periodo\ capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(11 \text{ x } 12) + 2}{12}$$

n = 11,17

b) Monto en interés compuesto

M = C(1 + i)^n

$$\mathbf{M} = 36.000\left(1 + \frac{0,115}{1}\right)^{11,17}$$

M = 121.440,28

c) Interés compuesto

I = M – C
I = 121.440,28 – 36.000
I = 85.440,28

Método Comercial

a) Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n[1 + (it)]}$$

$$\mathbf{M} = 36.000\left[1 + \left(\frac{0,115}{1}\right)\right]^{11}\left[1 + \left(\frac{0,115}{1}\right)(0,17)\right]$$

M = 119.213,67(1,01955)
M = 121.544,30

b) Interés compuesto

I = M – C
I = 121.544,67 – 36.000
I = 85.544,67

2. Calcular el monto a la fecha de vencimiento de 26 años y 1 mes, con un capital de $ 5.867 a una tasa de interés del 11,70% anual capitalizable cuatrimestralmente. Se debe de considerar tiempo fraccionario.

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 26 años y 1 mes

j = 11,70% AK cuatrimestral

C = $ 5.867

Desarrollo

Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\text{\# total de meses}}{\text{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(26 \times 12) + 1}{4}$$

$$\mathbf{n = 78{,}25}$$

$$\mathbf{n = 78 + \frac{1}{4}}$$

Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\text{tasa anual}}{\text{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}117}{3}$$

$$\mathbf{i = 0{,}039}$$

Método Matemático

Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\mathbf{M} = 5.867\ (1 + 0{,}039)^{78{,}25}$$

$$\mathbf{M = 117.106{,}95}$$

Interés compuesto

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$\mathbf{I} = 117.106{,}95 - 5.867$$

$$\mathbf{I = 111.239{,}95}$$

Método Comercial

Monto en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n[1 + (it)]}$$

Interés compuesto

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$\mathbf{M} = 5.867\,(1 + 0{,}039)^{78}\left[1 + 0{,}039\left(\frac{1}{4}\right)\right]$$

M = (5.867)(19,77027496)(1,00975)

M = 117.123,13

I = 117.123,13 – 5.867

I = 111.256,13

3. El Dr. Luis Alberto obtiene un préstamo de $ 10.000 a 20 años, 6 meses y 20 días a una tasa de interés del 15,80% capitalizable trimestralmente.

Datos

n = ?

i = ?

M = ?

I = ?

t = 20 años y 6 meses y 20 días

j = 15,80% AK trimestral

C = $ 10.000

Desarrollo

Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\text{\# total de meses}}{\text{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(20 \times 12) + 6 + \left(\frac{1 \times 20}{30}\right)}{3}$$

$$\mathbf{n} = \frac{240 + 6 + 0{,}67}{3}$$

n = 82,22

$$\mathbf{n} = \mathbf{82} + \frac{\mathbf{0,67}}{\mathbf{3}}$$

Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\text{tasa anual}}{\text{\# capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}158}{4}$$

i = 0,0395

Método Matemático

Monto en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$

$\mathbf{M} = 10.000(1 + 0{,}0395)^{82{,}22}$

$\mathbf{M = 241.718{,}49}$

Interés compuesto

$\mathbf{I = M - C}$

$\mathbf{I} = 241.718{,}49 - 10.000$

$\mathbf{I = 231.718{,}49}$

Método Comercial

Monto en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n[1 + (it)]}$

$\mathbf{M} = 10.000\,(1 + 0{,}0395)^{82}\left[1 + 0{,}0395\left(\frac{0{,}67}{3}\right)\right]$

$\mathbf{M}$ = (10.000)(23,9667133)
(1,008821667)

$\mathbf{M = 241.781{,}40}$

Interés compuesto

$\mathbf{I = M - C}$

$\mathbf{I} = 241.781{,}40 - 10.000$

$\mathbf{I = 231.781{,}40}$

4. Calcular el monto a la fecha de vencimiento en un periodo de 10 años, 5 meses y 21 días de un capital de $ 30.000 a una tasa de interés del 11,2% capitalizable trimestralmente.

Datos

$\mathbf{n}$ = ?

$\mathbf{i}$ = ?

$\mathbf{M}$ = ?

$\mathbf{I}$ = ?

$\mathbf{t}$ = 10 años y 5 meses y 21 días

$\mathbf{j}$ = 11,2% AK trimestral

$\mathbf{C}$ = $ 30.000

Desarrollo

Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\#\ \textbf{total de meses}}{\#\ \textbf{meses periodo capitalización}}$$

Tasa de interés por periodo de capitalización

$$\mathbf{i} = \frac{\textbf{tasa anual}}{\#\ \textbf{capitalización en el año}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(10 \times 12) + 5 + \left(\frac{1 \times 21}{30}\right)}{3} \qquad \mathbf{i} = \frac{0{,}112}{4}$$

$$\mathbf{n} = \frac{120 + 5 + 0{,}70}{3} \qquad \mathbf{i = 0{,}028}$$

$$\mathbf{n = 41{,}90}$$

$$\mathbf{n = 41 + \frac{2,7}{3}}$$

Método Matemático

Monto en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$

$\mathbf{M} = 30.000(1 + 0{,}028)^{41{,}90}$

$\mathbf{M = 95.418{,}54}$

Interés compuesto

$\mathbf{I = M - C}$

$\mathbf{I} = 95.418{,}54 - 30.000$

$\mathbf{I = 65.418{,}54}$

Método Comercial

Monto en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n[1 + (it)]}$

$\mathbf{M} = 30.000\ (1 + 0{,}028)^{41}\left[1 + 0{,}028\left(\frac{2{,}7}{3}\right)\right]$

$\mathbf{M} = (30.000)(3{,}102542226)(1{,}0252)$

$\mathbf{M = 95.421{,}79}$

Interés compuesto

$\mathbf{I = M - C}$

$\mathbf{I} = 95.421{,}79 - 30.000$

$\mathbf{I = 65.421{,}79}$

Ejercicio 23

1. Calcular el monto con fecha de vencimiento de 21 años, 5 meses y 9 días, con un capital adquirido de $ 38.562,50 y con tasa de interés del 12,33% anual capitalizable cuatrimestralmente. Realizar los cálculos por el método matemático y método comercial.

2. Calcular el monto a la fecha de vencimiento de 13 años, 7 meses y 28 días, mediante método matemático y comercial con una tasa de interés del 16,30% capitalizable bimensualmente y un capital de $ 32.500

3. Calcular el monto a la fecha de vencimiento si el periodo esta dado en 15 años, 9 meses con un capital de $ 54.440 a una tasa de interés de 14,80% capitalizable cuatrimestralmente. Realizar los cálculos por el método matemático y comercial.

4. Calcular el monto a la fecha de vencimiento de 28 años, 8 meses y 28 días con un capital de $ 80.625 a una tasa de interés de 12% anual capitalizable cuatrimestralmente. Realizar los cálculos por el método matemático y comercial.

5. Se requiere calcular el monto a la fecha de vencimiento de 16 años, 9 meses y 23 por el método matemático y comercial con una tasa del 16% anual capitalizable bimensualmente el capital adquirido es de $ 16.231. Calcule con tiempo aproximado.

6. Calcular por el método matemático y comercial el monto a la fecha de vencimiento, si el periodo esta dado en 15 años, 5 meses y 20 días a una tasa de interés del 12,90% capitalizable semestralmente. El capital adquirido es de $ 39.580.

7. La Lic. Charito L. realiza un préstamo de $ 52.755 en el banco de Malacatos, con una tasa de interés del 10,40% capitalizable cuatrimestralmente a un tiempo de vencimiento de 38 años, 6 meses y 24 días ¿Calcular el monto a la fecha de vencimiento con sus respectivos intereses tomando en cuenta el Método matemático y comercial?

8. Calcular el monto a la fecha de vencimiento si el periodo esta dado en 20 años, 3 meses y 20 días de un capital de $ 49.880 a una tasa de interés del 14,75% capitalizable trimestralmente.

9. Calcular a la fecha de vencimiento el monto que está dado en el periodo de 55 años, 8 meses, 4 días de un capital de $ sabiendo que su tasa de interés es del 5,75% capitalizable cuatrimestralmente.

10. Calcular a la fecha de vencimiento el monto que está dado en un periodo de 43 años, 9 meses, 20 días de un capital de $ 67.550 sabiendo que su tasa de interés es del 9,25% capitalizable semestralmente.

7.4 Tasas Equivalentes

En el ámbito de la matemática financiera, es común encontrar operaciones con diferentes tasas de interés y períodos de capitalización. Por ejemplo, un préstamo puede tener una tasa anual capitalizable mensualmente mientras que una inversión puede ofrecer una tasa anual capitalizable trimestralmente. La pregunta natural que surge es, ¿son estas tasas comparables? La respuesta reside en el concepto de tasas equivalentes.

7.4.1 ¿Qué son las Tasas Equivalentes?

Dos tasas de interés se pueden decir equivalentes si al ser aplicadas a un mismo capital y durante un mismo período de tiempo, producen el mismo monto y la misma cantidad de interés (Herrera, 2015; Mora, 2009). La idea central es encontrar una tasa que con un período de capitalización diferente logre el mismo resultado financiero que otra.

A diferencia de las tasas equivalentes, las tasas proporcionales no cumplen con este principio. Una tasa proporcional es aquella que resulta de dividir la tasa nominal entre el número de períodos del año.

- La ***tasa efectiva*** es aquellas que actúa sobre el capital una sola vez en el año o periodo (i)
- La ***tasa nominal*** por su parte es aquella que su capitalización se realiza varias veces en un año (j)

Su fórmula a continuación:

$$(1 + i) = (1 + \frac{j}{m})^m$$

Ejemplo práctico:

Tasa Efectiva

1. A qué tasa de interés efectiva equivale una tasa de interés capitalizable bimensualmente del 2,70%

Datos

i = ?
j = 2,70% AKB

Desarrollo

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m}$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}027}{6}\right)^{6}$$

$(1 + i) = (1{,}0045)^{6}$
$(1 + i) = 1{,}027305579$
i = 1,027305579 – 1
i = 0,0273
i = 2,73%

2. Se necesita conocer la tasa de interés efectiva que equivale a una tasa de interés capitalizable trimestralmente del 4,50%.

Datos

i = ?
j = 4,50% AKT

Desarrollo

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m}$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}045}{4}\right)^{4}$$

$(1 + i) = (1{,}01125)^{4}$
$(1 + i) = 1{,}045765086$
i = 1,045765086 – 1
i = 0,0458
i = 4,58%

Tasa Nominal

1. Si la tasa efectiva es del 19%, ¿Cuál es la tasa nominal capitalizable trimestral que corresponde?.

Datos

i = 19%
j = ? AKT

2. A qué tasa nominal capitalizable cuatrimestralmente es equivalente una tasa efectiva del 15,30%.

Datos

i = 15,30%
j = ? AKC

Desarrollo

a) Exponentes inversos

$$(\mathbf{1+i}) = \left(\mathbf{1+\frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$$

$$(1+0{,}19) = \left(1+\frac{j}{4}\right)^{4}$$

$$(1+0{,}19)^{\frac{1}{4}} = \left(1+\frac{j}{4}\right)^{4\left(\frac{1}{4}\right)}$$

$$(1{,}044447802) = 1+\frac{j}{4}$$

$$\frac{j}{4} = 1{,}044447802 - 1$$

$\mathbf{j} = 0{,}177791208$
j = 17,78% AKT

b) Logaritmos

$$(\mathbf{1+i}) = \left(\mathbf{1+\frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$$

$$\log(1+0{,}19) = \log\left(1+\tfrac{j}{4}\right)^{4}$$

$$\log(1{,}19) = 4\log\left(1+\tfrac{j}{4}\right)$$

$$\frac{0{,}07554696139}{4} = \log\left(1+\frac{j}{4}\right)$$

$$\text{Antilog.}\,(0{,}01888674035) = 1+\tfrac{j}{4}$$

$$1{,}044447802 = 1+\tfrac{j}{4}$$

$$\frac{j}{4} = 1{,}044447802 - 1$$

$\mathbf{j} = 0{,}177791208$
j = 17,78% AKT

Desarrollo

a) Exponentes inversos

$$(\mathbf{1+i}) = \left(\mathbf{1+\frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$$

$$(1+0{,}153) = \left(1+\frac{j}{3}\right)^{3}$$

$$(1+0{,}153)^{\frac{1}{3}} = \left(1+\frac{j}{3}\right)^{3\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$(1{,}048599797) = 1+\frac{j}{3}$$

$$\frac{j}{3} = 1{,}048599797 - 1$$

$\mathbf{j} = 0{,}1457993895$
j = 14,58% AKC

b) Logaritmos

$$(\mathbf{1+i}) = \left(\mathbf{1+\frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$$

$$\log(1+0{,}153) = \log\left(1+\tfrac{j}{3}\right)^{3}$$

$$\log(1{,}153) = 3\log\left(1+\tfrac{j}{3}\right)$$

$$\frac{0{,}06182930729}{3} = \log\left(1+\frac{j}{3}\right)$$

$$\text{Antilog.}\,(0{,}0206097691) = 1+\tfrac{j}{3}$$

$$1{,}048599797 = 1+\tfrac{j}{3}$$

$$\frac{j}{3} = 1{,}048599797 - 1$$

$\mathbf{j} = 0{,}1457993895$
j = 14,58% AKC

Ejercicio 24

1. A que tasa de interés efectiva equivale una tasa de interés capitalizable semestralmente del 9,70%

2. A que tasa de interés efectiva equivale una tasa de interés capitalizable cuatrimestralmente del 11,30%.

3. Se busca encontrar la tasa anual capitalizable semestralmente semejante a una tasa del 10,70%.

4. A que tasa de interés nominal capitalizable cuatrimestralmente equivale la tasa efectiva del 4,70%.

5. A que tasa de interés capitalizable trimestralmente equivale una tasa de interés efectiva del 20,10%

6. Cuál es el valor de una tasa anual capitalizable semestralmente que equivale a una tasa de interés del 11,80% anual.

7. A qué tasa capitalizable semestralmente es similar una tasa del 12,80%.

8. A qué tasa nominal capitalizable bimensualmente es equivalente una tasa efectiva del 9,83%.

7.4.2 Comparación de Tasas de Interés como alternativa de inversión

En el contexto financiero, específicamente en los mercados financiero es común evidenciar el uso de tasas equivalentes para determinar cuáles de ellas con diferentes periodos de capitalización son más rentables al momento de tomar una decisión. Para el efecto se consideran dos métodos de solución:

i) analítico donde se usa las tasas equivalentes y

ii) práctico usando el cálculo del monto con interés compuesto.

Es importante comprender que el periodo de capitalización (n) entendido como tiempo dividido para el número de meses que contiene el periodo de capitalización es igual que decir periodo de capitalización (m) correspondiente al número de periodos de capitalización por el tiempo.

Si tenemos:

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{tiempo}}{\textbf{\# de meses que contiene el periodo de capitalización}}$$

$$\mathbf{m} = \textbf{\# de periodos de capitalización x tiempo}$$

Donde:

$$\mathbf{n = m}$$

Ejemplo práctico:

1. Exista la posibilidad de invertir la jubilación de sus padres por el valor de $ 57.900 a 5 años plazo si las opciones financieras son:

Datos

a) **i** = 16% anual
b) **j** = 15,60% AKS
c) **j** = 15,10% AKC
d) **j** = 14,80% AKM
C = $ 57.900
t = 5 años

Desarrollo

Método analítico

a) $\mathbf{i = 16\%}$

b) $(\mathbf{1 + i}) = \left(\mathbf{1 + \frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}156}{2}\right)^{2}$$

$(1 + i) = (1{,}078)^2$
$(1 + i) = 1{,}162084$
$i = 1{,}162084 - 1$
$\mathbf{i} = 0{,}1621$
i = 16,21%

c) $(\mathbf{1 + i}) = \left(\mathbf{1 + \frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}151}{3}\right)^{3}$$

$(1 + i) = (1{,}150333333)^3$
$(1 + i) = 1{,}15872785 - 1$
$\mathbf{i} = 0{,}1587$
i = 15,87%

d) $(\mathbf{1 + i}) = \left(\mathbf{1 + \frac{j}{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}148}{12}\right)^{12}$$

$(1 + i) = (1{,}012333333)^{12}$
$(1 + i) = 1{,}158463744$
$\mathbf{i} = 0{,}1585$
i = 15,85%

Método práctico

a) $\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m\,x\,t}}$

$\mathbf{M} = 57.900(1 + 0{,}16)^{1\,x\,5}$
$\mathbf{M} = 57.900(1{,}16)^5$
$\mathbf{M} = 57.900(2{,}100341658)$
M = 121.609,78

b) $\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m\,x\,t}}$

$$\mathbf{M} = 57.900\left(1 + \frac{0{,}156}{2}\right)^{\mathbf{2\,x\,5}}$$

$\mathbf{M} = 57.900(1{,}012333333)^{60}$
$\mathbf{M} = 57.900(2{,}119276432)$
M = 122.706,11

c) $\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m\,x\,t}}$

$$\mathbf{M} = 57.900\left(1 + \frac{0{,}151}{3}\right)^{\mathbf{3\,x\,5}}$$

$\mathbf{M} = 57.900(1{,}050333333)^{15}$
$\mathbf{M} = 57.900(2{,}088849867)$
M = 120.944,41

d) $\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m\,x\,t}}$

$$\mathbf{M} = 57.900\left(1 + \frac{0{,}148}{12}\right)^{\mathbf{12\,x\,5}}$$

$\mathbf{M} = 57.900(1{,}012333333)^{60}$
$\mathbf{M} = 57.900(2{,}086470419)$
M = 120.806,64

Ejercicio 25

1. Las siguientes ofertas para invertir $ 1´300.000 se describen a continuación si el plazo es 20 años.

a) i = 22% Anual

b) j = 21% AKT

c) j = 21,50% AKB

d) j = 21,70% AKC

2. Se desea invertir $ 2´450.000 en un plazo de 25 años con las siguientes ofertas:

a) j = 17% AKC

b) j = 18,20% AKT

c) j = 19% AKB

d) j = 20% AKS

3. Se desea invertir $ 12.500 a 4 años, con las siguientes opciones bancarias:

a) i = 15,50% Anual

b) j = 10% AKT

c) j = 8% AKS

d) j = 12,30% AKM

4. El joven Noah Cueva con un capital de $ 60.000 desea invertir a 6 años en las siguientes opciones financieras:

a) i = 16% Anual

b) j = 17,60% AKC

c) j = 17,20% AKS

d) j = 15,80% AKM

5. Se desea invertir $ 800.000 a un plazo de 15 años con las siguientes ofertas:

a) i = 20% Anual

b) j = 20,50% AKS

c) j = 21% AKC

d) j = 20,80% AKT

6. Se desea invertir la jubilación de los padres de la Dra. Camila Cueva de $ 70.000 a 6 años, si las opciones financieras son:

a) i = 15% Anual

b) j = 14,80% AKS

c) j = 14,50% AKC

d) j = 13,90% AKM

7. El joven Samuel Cueva invierte un capital de $ 87.300 a 10 años plazo, con las siguientes opciones financieras.

a) i = 12,30% Anual

b) j = 13,10% AKB

c) j = 14% AKT

d) j = 14,60% AKM

7.4.3 Tasa de Interés Anticipada

En contraposición, la tasa de interés anticipada (d) también conocida como tasa adelantada, define una modalidad donde el pago de los intereses se efectúa al inicio del periodo, es decir, de manera previa a que el capital haya sido utilizado por completo. Esta diferencia en el momento de la liquidación genera una implicación crítica para el prestatario. El monto de capital que efectivamente recibe es menor al valor nominal del préstamo. Su fórmula es:

$$(1 + i) = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}$$

$$(1 + i) = \frac{1}{\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{m}}$$

Ejemplos prácticos:

1. A que tasa anticipada capitalizable cuatrimestralmente, se rige una tasa de interés del 15% anual.

Datos

i = 15%

d = ? AKC

Desarrollo

a) Exponentes inversos

$$\mathbf{1 + i = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}}$$

$$(1 + 0{,}15) = \left(1 - \frac{d}{3}\right)^{-3}$$

$$(1{,}15)^{-\frac{1}{3}} = \left(1 - \frac{d}{3}\right)^{-3\left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$(0{,}9544812172) = 1 - \frac{d}{3}$$

$$-\frac{d}{3} = (0{,}9544812172 - 1)$$

d = –(–0,1365563483)

d = 13,66% AKS

b) Logaritmos

$$\mathbf{(1 + i) = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}}$$

$$\log(1 + 0{,}15) = \log\left(1 - \frac{d}{3}\right)^{-3}$$

$$\log(1{,}15) = -3\log\left(1 - \frac{d}{3}\right)$$

$$\frac{0{,}06069784035}{-3} = \log\left(1 - \frac{d}{3}\right)$$

$$\text{Antilog.}(-0{,}02023261345) = 1 - \frac{d}{3}$$

$$0{,}9544812172 = 1 - \frac{d}{3}$$

$$-\frac{d}{3} = (0{,}9544812172 - 1)$$

d = –(–0,1365563483)

d = 13,66% AKS

2. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable trimestralmente, de una tasa de interés del 25% anual?

Datos

i = 25%

d = ? AKT

Desarrollo

a) Exponentes inversos

$$\mathbf{1 + i = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}}$$

$$(1 + 0{,}25) = \left(1 - \tfrac{d}{4}\right)^{-4}$$

$$(1{,}25)^{-\frac{1}{4}} = \left(1 - \frac{d}{4}\right)^{-4\left(-\frac{1}{4}\right)}$$

$$(0{,}945741609) = 1 - \frac{d}{4}$$

$$-\frac{d}{4} = (0{,}945741609 - 1)$$

d = –(–0,217033564)
d = 21,70% AKT

b) Logaritmos

$$\mathbf{(1 + i) = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}}$$

$$\log(1 + 0{,}25) = \log\left(1 - \tfrac{d}{4}\right)^{-4}$$

$$\log(1{,}25) = -4\log\left(1 - \tfrac{d}{4}\right)$$

$$\frac{0{,}09691001301}{-4} = \log\left(1 - \frac{d}{4}\right)$$

$$\text{Antilog}\,(-0{,}02422750325) = 1 - \frac{d}{4}$$

$$0{,}945741609 = 1 - \frac{d}{4}$$

$$-\frac{d}{4} = (0{,}945741609 - 1)$$

d = –(–0,217033564)
d = 21,70% AKT

Ejercicio 26

1. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable bimensualmente, si se rige a una tasa de interés del 19% anual?

2. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable bimensualmente, si se rige a una tasa de interés del 16% anual?

3. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable semestralmente, si se rige a una tasa de interés del 12% anual?

4. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable trimestralmente, si se rige a una tasa de interés del 32% anual?

5. ¿Cuál es la equivalencia para una tasa anticipada capitalizable trimestralmente, si se rige a una tasa de interés del 18% anual?

6. A que tasa anticipada capitalizable mensualmente es equivalente una tasa de interés del 21% anual.

7. A que tasa anticipada capitalizable semestralmente, es equivalente una tasa de interés del 17,23% anual.

8. A que tasa de interés capitalizable cuatrimestralmente, representa una tasa de interés del 13,80%.

7.5 Tiempo en Interés Compuesto

El cálculo del tiempo en interés compuesto requiere primero despejar y encontrar el periodo de capitalización (n) tanto con una tasa efectiva como en una nominal.

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

Para despejar *n* se utiliza logaritmos

$$\log\frac{M}{C} = n \log (1 + i)$$

$$\mathbf{n = \frac{\log\frac{M}{C}}{\log (1 + i)}}$$

$$\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^n}$$

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i\frac{j}{m}\right)^n$$

Para despejar *n* se utiliza logaritmos

$$\log\frac{M}{C} = n \log \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$\mathbf{n = \frac{\log\frac{M}{C}}{\log (1 + \frac{j}{m})}}$$

o

$$\mathbf{M = C\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mxt}}$$

$$\frac{M}{C} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mxt}$$

Para despejar n se utiliza logaritmos

$$\log \frac{M}{C} = (mxt) \log \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$mxt = \frac{\log \frac{M}{C}}{\log (1 + \frac{j}{m})}$$

$$\mathbf{m = \frac{\log \frac{M}{C}}{\frac{\log \left(1 + \frac{j}{m}\right)}{t}}}$$

Donde: **n = m**

Encontrado el valor de n se procede a calcular el tiempo en años, meses y días a través del uso de la regla de tres o con la fórmula de periodos de capitalización con año comercial o calendario.

Ejemplos prácticos:

1. ¿Cuál es el tiempo en años, meses, días de un capital de $ 500.000 que genera un interés de $ 20.000 si la tasa de interés es de 14,20%?

Datos

C = $ 500.000
I = $ 20.000
i = 14,20%
M = ?
n = ?

Desarrollo

a) Monto en interés compuesto

M = C + I
M = 500.000 + 20.000
M = 520.000

b) Tiempo en interés compuesto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$

$$\log\frac{M}{C} = n.\log(1+i)$$

$$\log\frac{520.000}{500.000} = n.\log(1+0{,}142)$$

log(1,04) = n.log(1,142)}
0,0170333393 = n(0,0576661039)
n = 0,2953787085 periodos

c) Conversión de n en años, meses, días

- Años

(años) = 0,2953787085 años
(años) = parte emtera = 0 años

- Meses

1 año — 12 meses
0,2953787085 — x

$$\mathbf{x\ (meses)} = \frac{0{,}2953787085 \text{ x } 12 \text{ meses}}{1}$$

(meses) = 3,544544502
(meses) parte entera = 3 meses

- días

1 mes — 30 días
0,544544502 — x

$$\mathbf{x\ (días)} = \frac{0{,}544544502 \text{ x } 30 \text{ días}}{1}$$

(días) = 16,33633506
t = 0 años, 3 meses, 16 días

2. Un capital de $ 16.500 genera una rentabilidad de $ 3.200 con una tasa de interés del 8% AKS ¿Cuál es el tiempo en años, meses, días?

Datos

C = $ 16.500
I = $ 3.200
j = 8% AKS
M = ?
n = ?

Desarrollo

a) Monto en interés compuesto

M = C + I

M = 16.500 + 3.200

M = 19.700

Cálculo de i

b) $\mathbf{i} = \dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{\#\ capitalziaciones\ en\ año}}$

$\mathbf{i} = \dfrac{0{,}08}{2} = \mathbf{0{,}04}$

c) Tiempo en interés compuesto

M = C(1 + i)^n

$\log\dfrac{M}{C} = n.\log(1+i)$

$\log\dfrac{19.700}{16.500} = n.\log(1+0{,}04)$

log(1,193939394) = n(0,0170333393)

$n = \dfrac{0{,}07698228195}{0{,}0170333393}$

n = 4,51951 periodos semestrales

d) Conversión de n en años, meses, días

$\mathbf{n} = \dfrac{\mathbf{t}}{\mathbf{\#\ meses\ que\ contiene\ el\ periodo\ capitalización}}$

$4{,}519506164 = \dfrac{t}{6}$

t = 4,519506164(6)

t = 27,11703698 meses

t = 2 años y 3,11703698 meses

- días

1 mes — 30 días

0,11703698 — x

$\mathbf{x\ (días)} = \dfrac{0{,}11703698 \text{ x } 30 \text{ días}}{1}$

(días) = 3,5111094

t = 2 años y 3 meses y 3,5111094 días

3. ¿Cuál es el tiempo en años, meses, días de un capital de $ 25.000 si genera un interés de $ 5.000 a una tasa de interés del 12,20%?

Datos

C = $ 25.000

I = $ 5.000

i = 12,20%

M = ?

n = ?

Desarrollo

a) Monto en interés compuesto

M = C + I
M = 25.000 + 5.000
M = 30.000

b) Tiempo en interés compuesto

$$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$$

$$\log\frac{M}{C} = n.\log(1 + i)$$

$$\log\frac{30.000}{25.000} = n.\log(1 + 0{,}122)$$

log(1,2) = n.log(1,122)
0,07918124605 = n(0,04999285692)
n = 1,583851192 periodos

c) Conversión de n en años, meses, días

- Años

(años) = 1,583851192 años

(años) parte entera = 1 año

- Meses

1 año — 12 meses
0,583851192 — x

$$\mathbf{x\ (meses)} = \frac{0{,}583851192 \text{ x } 12 \text{ meses}}{1}$$

(meses) = 7,006214304
(meses) arte entera = 7 meses

- Días

1 mes — 30 días
0,006214304 — x

$$\mathbf{x\ (días)} = \frac{0{,}006214304 \text{ x } 30 \text{ días}}{1}$$

(días) = 0,18642912
t = 1 año, 7 meses, 0 días

Ejercicio 27

1. ¿Cuál es el tiempo en años, meses, días de un capital de $ 20.000; si genera un interés del 14% con respecto del capital, a una tasa de interés del 13,20% AKB?

2. ¿Cuál es el tiempo establecido en años, meses, días de un capital de $ 25.000 que genera beneficios de $ 1.500 a una tasa de interés de 16,50%?

3. ¿Cuál es el tiempo en años, meses, días de un capital de $ 35.000 si genera $ 3.000 en intereses, a una tasa de interés del 18,50% AKT?

4. Un capital de $ 16.000 genera un rendimiento de $ 5.500 si la tasa de interés es del 13,60%, determinar el tiempo que se requiere en dicho compromiso financiero.

5. Un capital de $ 30.200 genera un rendimiento de $ 8.700, con una tasa del 20,50% AKC. Calcular el tiempo que se requiere para generar ese rendimiento.

6. Se requiere encontrar el tiempo en años, meses y días que un capital de $ 47.000 necesita para entregar una rentabilidad de $ 1.600 teniendo una tasa de interés del 17% anual.

7.6 Valor Actual con Interés Compuesto

Mientras que el monto proyecta el valor futuro de un capital, el valor actual (VA) conocido también como valor presente (VP), hace lo opuesto debido a que permite ***determinar cuál es el valor actual de una cantidad de dinero que se recibirá o pagará en un futuro cercano*** (Díaz & Víctor, 2013). Este cálculo también conocido como descuento, es la base de la valoración de activos y nos ayuda a responder preguntas cruciales como: ¿Cuánto debo invertir hoy para alcanzar una meta financiera futura? o ¿Cuál es el precio justo de un flujo de ingresos futuro?.

En este contexto, la tasa de interés se denomina “tasa de descuento” y representa el costo de oportunidad del dinero.

El resultado del valor actual puede arrojar tres resultados:

i) Cuando la suscripción con i = i de la negociación = precio del documento. No hay variación.

ii) Cuando la suscripción con i < i de la negociación = se negocia con castigo. El precio baja.

iii) Cuando la suscripción con i > i de la negociación = se negocia con premio. El precio sube.

La fórmula del valor actual se obtiene del despeje de la fórmula del monto compuesto, lo que subraya la relación intrínseca entre ambos conceptos:

$$VA = M(1+i)^{-n} \qquad VA = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n} \qquad VA = \frac{M}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n}}$$

$$VA = M(1+i)^{-mxt} \qquad VA = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mxt} \qquad VA = \frac{M}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mxt}}$$

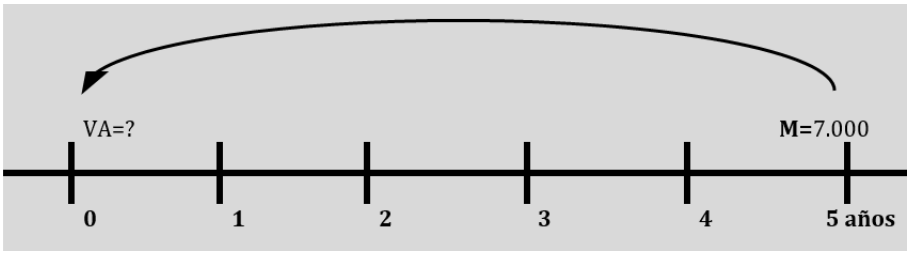
Ejemplos prácticos:

1. Para fines financieros se requiere conocer el valor actual a la presente fecha de un pagaré si su vencimiento al final de 5 años es de $ 7.000 considerando para el efecto una tasa de interés del 14% anual capitalizable trimestralmente.

Datos	**Desarrollo**
VA = ? **M** = $ 7.000 **j** = 14% AKT **m** = 4 **t** = 5 años	Cálculo valor actual a interés compuesto $VA = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-m\,x\,t}$ $VA = 7.000\left(1+\frac{0,14}{4}\right)^{-4\,x\,5}$

$$\mathbf{VA} = 7.000\left(1 + \frac{0,14}{4}\right)^{-20}$$

$\mathbf{VA} = 7.000(1,035)^{-20}$
VA = 3.517,96



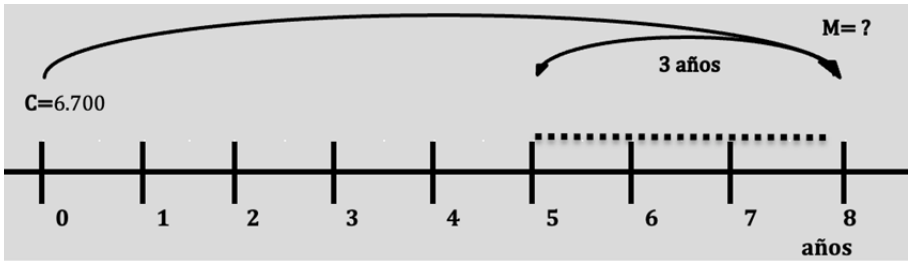
2. En un proceso financiero se conoce que el valor nominal es de $ 6.700 a 8 años plazo con el 10,30% de interés anual capitalizable trimestralmente. Se decide finalizar 3 años antes de la fecha de vencimiento, tomando en cuenta una tasa del 9,23% anual capitalizable trimestralmente. Calcular el valor actual.

Datos

C = $ 6.700 valor nominal
M = ?
j = 10,30% AKT
m = 4
t = 8 años
VA = ?

Antes del plazo
j = 9,23% AKT
m = 4
t = 3 años

Desarrollo



Cálculo del monto a interés compuesto a 8 años plazo

$$\mathbf{M} = \mathbf{C}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{m\,x\,t}}$$

$$\mathbf{M} = 6.700\left(1 + \frac{0{,}103}{4}\right)^{4\,x\,8}$$

$$\mathbf{M} = 6.700\left(1 + \frac{0{,}103}{4}\right)^{32}$$

M = 6.700(1,02575)32
M = 15.114,84

Cálculo del valor actual 3 años antes del plazo de vencimiento

$$\mathbf{VA} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{-m\,x\,t}}$$

$$\mathbf{VA} = 15.114{,}84\left(1 + \frac{0{,}0923}{4}\right)^{-4\,x\,3}$$

$$\mathbf{VA} = 15.114{,}84\left(1 + \frac{0{,}0923}{4}\right)^{-12}$$

VA = 15.114,84(1,023075)$^{-12}$
VA = 11.495,13

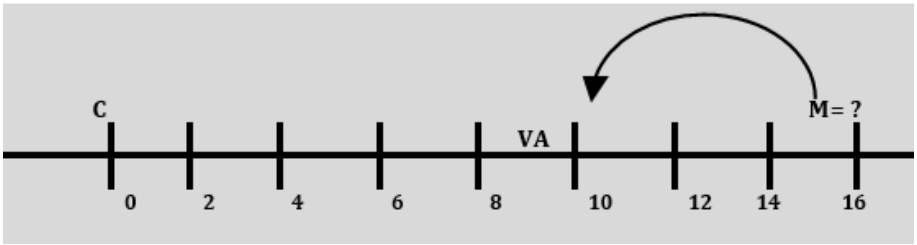
3. El documento (pagaré) se suscribe por $ 77.000 con una tasa de interés del 12,60% AKB con un tiempo de 15 años. Si existen negociaciones previas a su vencimiento de 4 años y 7 meses.

a) 13,20% Anual
b) 11,50% AKT
c) 12,20% AKB

Datos

M = $ 77.000
j = 12,60% AKT
t = 15 años
Antes del plazo:
Fn = 4 años y 7 meses previos a su vencimiento
j = 13,20% Anual
j = 12,20% AKB
j = 11,50% AKT

Desarrollo



Cálculo del monto a interés compuesto a 15 años plazo

Cálculo de i

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{j}}{\#\ \mathbf{capitalziaciones\ en\ año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}126}{6} = \mathbf{0{,}021}$$

Cálculo de n

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\#\ \mathbf{meses\ en\ capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{15(12)}{2} = \mathbf{90}$$

Monto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$
$\mathbf{M} = 77.000(1 + 0{,}021)^{90}$
$\mathbf{M} = 77.000(1{,}021)^{90}$
M = 499.812,96

Cálculo del valor actual 4 años 7 meses antes del plazo de vencimiento

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}132}{1} = \mathbf{0{,}132}$$

$$\mathbf{n} = \frac{4(12) + 7}{12} = \mathbf{4{,}5833}$$

$$\mathbf{VA} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{-\mathbf{n}}$$

$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1 + 0{,}132)^{-4{,}5833}$
$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1{,}132)^{-4{,}5833}$
VA = 283.147,80

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}115}{4} = \mathbf{0{,}02875}$$

$$\mathbf{n} = \frac{4(12) + 7}{3} = \mathbf{18{,}33}$$

$$\mathbf{VA} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{-\mathbf{n}}$$

$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1 + 0{,}02875)^{-18{,}33}$

$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1{,}02875)^{-18{,}33}$
VA = 297.281,58

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}122}{6} = \mathbf{0{,}0203}$$

$$\mathbf{n} = \frac{4(12) + 7}{2} = \mathbf{27{,}5}$$

$$\mathbf{VA} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{-\mathbf{n}}$$

$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1 + 0{,}0203)^{-27{,}5}$
$\mathbf{VA} = 499.812{,}96(1{,}0203)^{-27{,}5}$
VA = 287.601,16

Cálculo de tasas equivalentes

a) $(\mathbf{1} + \mathbf{i}) = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}126}{6}\right)^{6}$$

(1 + i) = 1,1328031618
i = 1,1328031618 – 1
i = 0,1328031618
i = 13,28%
is > in
13,28% > 13,20% Premio

b) $(\mathbf{1} + \mathbf{i}) = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}115}{4}\right)^{4}$$

(1 + i) = 1,120055113
i = 1,120055113 – 1
i = 0,12
i = 12%
is > in
13,28% > 12% Premio

c) $(\mathbf{1} + \mathbf{i}) = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{m}}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}122}{6}\right)^{6}$$

(1 + i) = 1,128372386
i = 1,128372386 – 1
i = 0,128372386
i = 12,84%
is > in
13,28% > 12,84% Premio

Ejercicio 28

1. Calcular el valor actual a la presente fecha de un monto de $ 25.000 al final de su fecha de vencimiento de 10 años, con una tasa de interés de 13,20% anual capitalizable semestralmente.

2. Se necesita calcular el valor actual a la presente fecha de un monto de $ 50.000 al final de su fecha de vencimiento de 25 años, con una tasa de interés de 17,30% anual capitalizable bimensualmente.

3. Con un documento de $ 18.500 a 9 años plazo y tasa de interés del 9,80% anual capitalizable cuatrimestralmente. Se requiere encontrar el valor actual en el presente.

4. El monto al final de la fecha de vencimiento de 13 años es de $ 33.000 considerando una tasa de interés de 11,80% anual capitalizable mensualmente. Determinar su valor actual a la presente fecha.

5. El valor actual de un documento se requiere conocer si su valor nominal es de $ 5.800 a 6 años plazo y tasa de interés del 5,67% anual capitalizable semestralmente. La venta del documento es dos años antes de la fecha de vencimiento con una tasa del 4,78% anual capitalizable semestralmente.

6. El capital de un compromiso financiero es de $ 9.000 a 12 años plazo con el 11,34% de interés anual capitalizable bimensualmente. Se solicita encontrar el valor actual si se realiza la venta 4 años antes de su vencimiento con una tasa de interés 10,37% anual capitalizable bimensualmente.

7. La adquisición de una maquinaria para una carpintería demanda el valor de $ 38.900 a 23 años plazo con el 9,38% de interés anual capitalizable cuatrimestralmente. La empresa presenta problemas de liquidez por lo que vende lo adquirido 11 años antes de la fecha de finalización, con un interés del 8,45% anual capitalizable cuatrimestralmente. ¿Cuál es el valor actual?

8. Se desea conocer el valor actual de un capital de $ 28.250 si el tiempo comprometido es de 11 años con una tasa del 12,80% de

interés anual capitalizable mensualmente. Siete años antes de su vencimiento se realiza una venta anticipada, para lo cual se aplica una tasa del 11,30% anual capitalizable mensualmente.

7.6.1 Valor Actual con Tiempo Fraccionario

Cuando se presenta un periodo de tiempo entero decimal anticipado a la fecha de vencimiento de una obligación financiera, se puede calcular el valor actual mediante dos alternativas:

i) Forma matemática o exacta y
ii) Forma práctica o comercial.

Donde la primera hace uso únicamente del interés compuesto mientras que la práctica utiliza el interés compuesto para el cálculo del tiempo entero y la parte decimal o fraccionaria utiliza el interés simple.

Forma matemática o exacta:

$$\mathbf{VA = M(1+i)^{-n} \quad o \quad VA = \frac{M}{(1+i)^n}}$$

Forma práctica o comercial:

$$\mathbf{VA = M(1+i)^{-n}(1+ixt)^{-1}}$$

o

$$\mathbf{VA = \frac{M}{(1+i)^n(1+ixt)}}$$

Ejemplo práctico:

1. Se otorga una valor nominal de $ 270.000 a 11 años y 5 meses para la adquisición de una maquinaria industrial a una tasa de interés del 13% anual. Una vez transcurridos 6 años y 3 meses

se realiza la cancelación de dicha obligación, si la tasa de interés fue del 12,30% anual capitalizable semestral. Calcular el valor actual por el método matemático y comercial, además determinar si hubo premio o castigo con esta negociación.

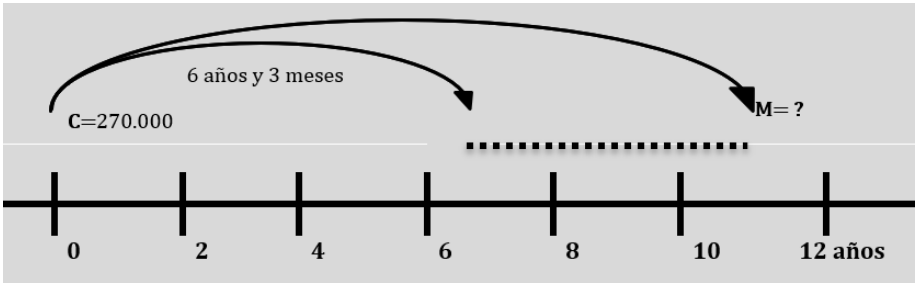
Datos

C = $ 270.000 valor nominal
M = ?
j = 13% Anual
t = 11 años y 5 meses

Antes del plazo

j = 12,30% AKS
t = cumplidos 6 ños y 3meses
VA = ?

Desarrollo



Método Matemático

Cálculo del monto a interés compuesto a 11 años y 5 meses plazo

a) Cálculo de i

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{\#\ capitalziaciones\ en\ año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}13}{1} = \mathbf{0,13}$$

b) Cálculo de n

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{\#\ meses\ en\ capitalización}}$$

Cálculo del valor actual a 6 años 3 meses cumplidos

d) Cálculo de i

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}123}{2} = \mathbf{0,0615}$$

e) Cálculo de n

$$\mathbf{n} = \frac{5(12)+2}{6} = \mathbf{10,33}$$

$$\mathbf{n} = \frac{11(12) + 5}{12} = \mathbf{11,42}$$

c) Monto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$
$\mathbf{M} = 270.000(1 + 0,13)^{11,42}$
$\mathbf{M} = 270.000(1,13)^{11,42}$
$\mathbf{M = 1.090.233,67}$

f) Valor actual

$\mathbf{VA = M(1 + i)^{-n}}$
$\mathbf{VA} = 1.090.233,67(1 + 0,0615)^{-10,33}$
$\mathbf{VA} = 1.090.233,67(1,0615)^{-10,33}$
$\mathbf{VA = 588.526,48}$

Método Comercial

Cálculo del monto a interés compuesto a 11 años y 5 meses plazo

a) Cálculo de i

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{\#\ capitalziaciones\ en\ año}}$$

$$\mathbf{i} = \frac{0,13}{1} = \mathbf{0,13}$$

b) Cálculo de n

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{\#\ meses\ en\ capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{11(12) + 5}{12} = \mathbf{11,42}$$

c) Monto

$\mathbf{M = C(1 + i)^n(1 + it)^{-1}}$
$\mathbf{M} = 270.000(1 + 0,13)^{11}[1 + (0,13)(0,42)]$
$\mathbf{M} = 270.000(1,13)^{11}(1,0546)$
$\mathbf{M = 1.092.230,78}$

Cálculo del valor actual a 6 años 3 meses cumplidos

d) Cálculo de i

$$\mathbf{i} = \frac{0,123}{2} = \mathbf{0,0615}$$

e) Cálculo de n

$$\mathbf{n} = \frac{5(12) + 2}{6} = \mathbf{10,33}$$

f) Valor actual

$\mathbf{VA = M(1 + i)^{-n}}$
$\mathbf{VA} = 1.092.230,78(1,0615)^{-10}[1 + (0,0615)(0,33)]^{-1}$
$\mathbf{VA} = 1.092.230,78(1,0615)^{-10}(1,020295)^{-1}$
$\mathbf{VA = 589.370,87}$

Cálculo de tasas equivalentes

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m}$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0{,}123}{2}\right)^{2}$$

$(1 + i) = 1{,}12678225$
$i = 1{,}12678225 - 1$
$i = 0{,}12678225$
i = 12,68%

is > in
13% > 12,68% Premio

7.7 Descuento Compuesto

El descuento compuesto es la ***operación que "retrotrae" un capital futuro a un vencimiento presente y su funcionamiento es la manifestación inversa de la capitalización compuesta.*** El propósito es determinar el valor actual o efectivo de un capital a menudo denominado valor nominal, que será exigible en una fecha futura. En este proceso las variables clave son el valor nominal (C), el valor actual (VA), la tasa de interés o descuento, (i o d), y el plazo (n).

La distinción entre los tipos de descuento se argumenta en el capital sobre el cual se calculan los intereses que se restan en cada período. En el régimen compuesto, Mora (2009) manifiesta que esta diferencia genera dos metodologías principales:

- **Descuento Compuesto Matemático (D_c)**.– su cálculo parte del descuento simple.

$$Dc = M - C$$
$$Dc = M - M(1 + i)^{-n}$$
$$\mathbf{Dc = M[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

- **Descuento Compuesto Bancario (Db_c)** .– se calcula sobre el monto de la deuda, donde se realiza la diferencia entre el monto y el valor efectivo a interés compuesto.

Se parte del valor efectivo a interés simple

$$Db = M(1 — dt)$$

Considerando el interés compuesto se traduce en

$$Db_c = M(1 — d)^n$$

Reemplazando en $Db_c = M — C$

$$Db_c = M — M(1 — d)^n$$

$$\mathbf{Db_c = M\ [1 — (1 — d)^n]}$$

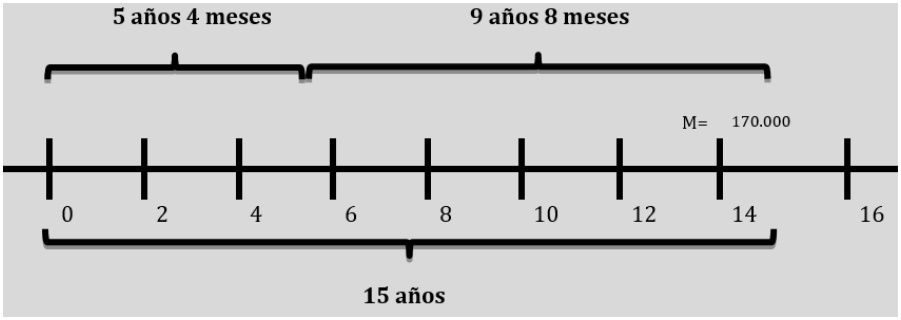
Ejemplo práctico:

1. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 170.000 a 15 años plazo, si se descuenta cumplidos 5 años y 4 meses antes de su negociación con una tasa de interés del 8% anual capitalizable semestralmente.

Datos

M = $ 170.000
j = 8% AKS
t = 15 años
tn = 5 años y 4 meses
$\mathbf{D_c}$ = ?
$\mathbf{Db_c}$ = ?

Desarrollo



a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{\#\ total\ de\ meses}}{\mathbf{\#\ meses\ periodo\ capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(9 \times 12) + 8}{6}$$

$$\mathbf{n} = \frac{108 + 8}{6}$$

$$\mathbf{n = 19{,}33333333}$$

b) Descuento Compuesto

$$\mathbf{D_c} = \mathbf{M}\left[\mathbf{1} - \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)\right]$$

$$\mathbf{D_c} = 170.000\left[1 - \left(1 + \frac{0{,}08}{2}\right)^{-19{,}33333333}\right]$$

$$\mathbf{D_c} = 170.000[1 - 0{,}468477539]$$

$$\mathbf{D_c = 90.358{,}82}$$

c) Comprobación

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{\mathbf{-m*t}}$$

$$\mathbf{C} = 170.000\left(1 + \frac{0{,}08}{2}\right)^{-19{,}33333333}$$

$$\mathbf{C = 79.641{,}18}$$

d) Descuento Bancario

$$\mathbf{Db_c = M[1 - (1 - d)^n]}$$

$$\mathbf{Db_c} = 170.000\left[1 - \left(1 - \frac{0{,}08}{2}\right)^{19{,}33333333}\right]$$

$$\mathbf{Db_c = 92.786{,}59}$$

e) Comprobación

$$\mathbf{D_c = M - C}$$

$$\mathbf{D_c} = 170.000 - 79.641{,}18$$

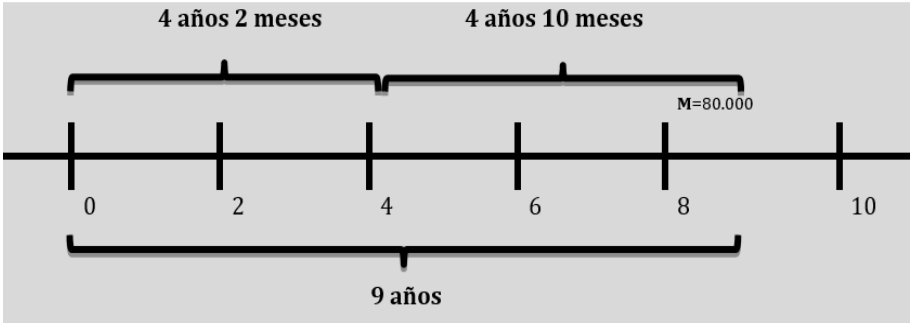
$$\mathbf{D_c = 90.358{,}82}$$

2. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 80.000 a 9 años plazo, si se descuenta cumplidos 4 años y 2 meses antes de su negociación con una tasa de interés del 4,50% anual capitalizable bimensualmente.

Datos

M = $ 80.000
j = 4,50% AKB
t = 9 años
tn = 4 años, 2meses
$\mathbf{D_c}$ = ?
$\mathbf{Db_c}$ = ?

Desarrollo



a) Periodo de capitalización

$$\mathbf{n} = \frac{\text{\# total de meses}}{\text{\# meses periodo capitalización}}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(4 \times 12) + 10}{2}$$

$$\mathbf{n} = \frac{48 + 10}{2}$$

n = 29

b) Descuento Compuesto

$$\mathbf{D_c} = \mathbf{M}\left[\mathbf{1} - \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)\right]$$

$$\mathbf{D_c} = 80.000\left[1 - \left(1 + \frac{0,045}{6}\right)^{-29}\right]$$

$\mathbf{D_c}$ = 80.000[1 – 0,08051808001]
$\mathbf{D_c}$ **= 15.585,54**

c) Comprobación

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{m}}\right)^{-\mathbf{m}*\mathbf{t}}$$

$$\mathbf{C} = 80.000\left(1 + \frac{0,045}{6}\right)^{-29}$$

C = 64.414,46

d) Descuento Bancario

$\mathbf{Db_c}$ **= M [(1 — (1 — d)^n)]**

$$\mathbf{Db_c} = 80.000\left[1 - \left(1 - \frac{0,045}{6}\right)^{29}\right]$$

$\mathbf{Db_c}$ = 80.000[1 – 0,8038683828]
$\mathbf{Db_c}$ **= 15.690,53**

e) Descuento Comercial

$\mathbf{D_c = M — C}$

$\mathbf{D_c}$ = 80.000 — 64.414,46

$\mathbf{D_c = 15.585,54}$

Ejercicio 29

1. Determine el valor actual de un documento que fenece a los 8 meses, si su valor nominal es de $ 38.000 a una tasa de interés del 12% Anual. Se anticipa el pago cumplidos 18 meses con una tasa de interés es del 11,20% AKC.

2. Una vez transcurridos 3 años y 7 meses desde la suscripción de una letra por el valor de $ 50.000 se realiza una negociación con tres opciones, si se conoce que la obligación financiera es de 7 años y un mes con una tasa de interés del 17% AKS. Calcule la compra de cada documento.

3. Se suscribe un acto financiero por el valor de $ 340.000 con un tasa de interés del 21,30% AKC con un tiempo de 9 años y 9 meses. Si se desea anticipar la cancelación de la obligación cumplidos 4 años y 8 meses con una tasa de interés del 20% AKT. Calcule el Monto y el Valor actual por el Método Matemático y Comercial y determine si existe premio o castigo para el adquiriente de este documento.

4. Calcule el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 54.000 a 7 años 10 meses plazo, si se descuenta cumplidos 3 años y 5 meses antes de su negociación con una tasa de interés del 6,75% anual capitalizable trimestralmente.

5. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 63.400 a 9 años y 11 meses plazo, si se descuenta cumplidos 6 años y 8 meses antes de su negociación con una tasa de interés del 11,32% anual capitalizable cuatrimestralmente.

6. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 148.500 a 13 años plazo, se anticipa el pago 2 años y 6 meses antes de su fecha de vencimiento con una tasa de interés del 5% anual capitalizable cuatrimestralmente.

7. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un monto de $ 540.300 si se descuenta cumplidos 7 años y un mes antes de su vencimiento, con un plazo de 10 años y 9 meses y una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente.

8. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 290.000 a 20 años y 3 meses plazo, si se descuenta cumplidos 11 años y 8 meses antes de su negociación, con una tasa de interés del 18,80% anual capitalizable bimensual.

9. Calcular el descuento compuesto matemático y bancario de un documento cuyo valor es de $ 24.500 a 19 años plazo si se descuenta cumplidos 7 años y 2 meses antes de su negociación con una tasa de interés del 9% anual capitalizable mensualmente.

10. Calcular el descuento compuesto y bancario de un préstamo de $ 15.200 a una tasa de interés del 18,10% anual capitalizable cuatrimestralmente, préstamo dado a 7 años y 4 meses. Se anticipa el pago de esta obligación 6 años 2 meses antes de su vencimiento.

11. Calcular el descuento compuesto y bancario de un préstamo de $ 33.000 a una tasa de interés del 14,10% anual capitalizable trimestralmente a 14 años plazo. Se anticipa el pago de esta obligación 8 años antes de su vencimiento.

Capítulo 8

Ecuaciones de valor en interés compuesto

– Reemplazo de varias obligaciones en un solo pago

– Reemplazo de varias obligaciones en dos pagos iguales

– Comparación de ofertas para comprar o vender con interés compuesto



Capítulo 8: Ecuaciones de valor en Interés Compuesto

Objetivo: Extender el principio de equivalencia financiera —trabajado en interés simple en el Capítulo V— al régimen de capitalización compuesta, con mayor precisión para operaciones de mediano y largo plazo.

Marco Conceptual: La estructura lógica replica la del Capítulo V: selección de fecha focal, traslado de cada obligación aplicando $M = C(1 + i)^n$ (si está antes) o $VA = M(1 + i)^{-n}$ (si está después), y formulación de la igualdad entre deudas y pagos sustitutos. Se desarrollan tres formas: **(1)** reemplazo de múltiples obligaciones en un pago único; **(2)** reemplazo en dos pagos iguales —que genera una ecuación con incógnita en ambos miembros, resoluble por despeje algebraico—; **(3)** comparación de ofertas de compra/venta para identificar la alternativa de menor costo presente.

Metodología: Diagramas de tiempo con periodos de capitalización como unidad de medida. La selección arbitraria de la fecha focal no afecta el valor de la incógnita, propiedad demostrada en ejercicios con fechas focales alternativas.

Articulación con Cap. IX: La equivalencia de flujos periódicos iguales bajo interés compuesto es precisamente la definición de **anualidad**, cuya fórmula se deriva directamente como sumatoria geométrica de valores actuales.

8. Ecuaciones de valor en Interés Compuesto

8.1 Reemplazo de varias obligaciones en un solo pago

Una "ecuación de valor" es una herramienta importante en la matemática financiera al igual que en el interés simple que permite reemplazar un conjunto de obligaciones financieras (deudas, pagos a futuro, etc.) por un nuevo conjunto de obligaciones o un pago único, asegurando que la equivalencia financiera se mantenga.

En esencia, se busca un ***equilibrio entre el valor de las deudas originales y el valor de los nuevos pagos, ambos evaluados en un mismo punto en el tiempo***. Esta técnica es utilizada para la consolidación de deudas, la reestructuración de pagos o la comparación de diferentes alternativas de inversión.

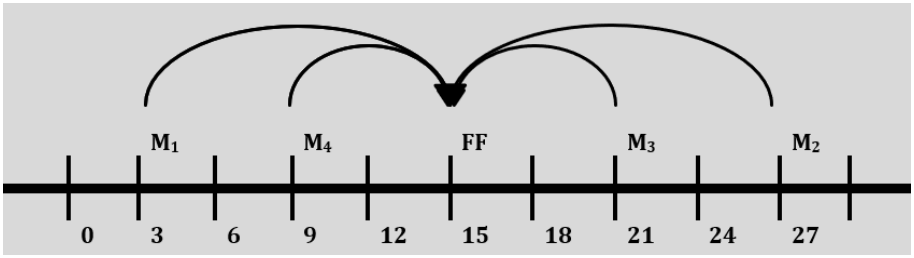


Figura 12. Ciclo de la Ecuación de valor en interés compuesto.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

Para que una ecuación de valor sea válida, es indispensable definir una fecha de referencia común para todos los flujos de dinero involucrados. Esta fecha se denota como fecha focal, y representa el punto en el tiempo al cual se trasladan o actualizan todos los valores ya sean deudas o pagos, utilizando los cálculos correspondientes del interés compuesto.

El proceso para establecer esta equivalencia se desarrolla en cuatro etapas:

1. **Identificación.–** Se identifican y registran todos los montos de las deudas y pagos junto con sus respectivas fechas de vencimiento.
2. **Selección de la Fecha Focal.–** Se elige una fecha focal o punto de referencia temporal que servirá como base para los cálculos. Puede seleccionarse la fecha actual, la fecha de vencimiento de una obligación específica o cualquier otro momento. Aunque la selección es arbitraria, el resultado final del valor desconocido será el mismo sin importar la fecha focal escogida.
3. **Traslado de Valores.–** Una vez establecida la fecha focal, cada flujo de dinero se ajusta a dicha fecha mediante la tasa de interés compuesto previamente acordada.
   - Si el valor (obligación) es mayor a la fecha focal, se aplica la fórmula del monto compuesto.
   - Pero si el valor (obligación) se encuentra antes de la fecha focal, se utiliza la fórmula del valor actual.
4. **Formulación de la Ecuación.–** Se establece una igualdad donde la suma de los valores de las deudas en la fecha focal es igual a la suma de los valores de los pagos en esa misma fecha.



$$X = M_1(1 + i)^1 + M_2(1 + i)^{-2} + M_3(1 + i)^{-3} + M_4(1 + i)^4$$

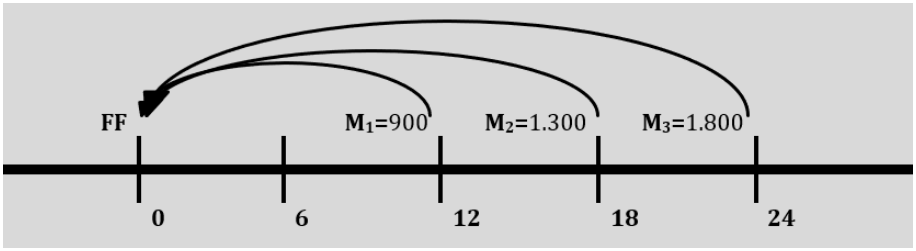
Ejemplos prácticos:

1. El joven Dustin C. es un emprendedor que tiene las siguientes obligaciones: $ 900 a 12 meses plazo; $ 1.300 a 18 meses plazo y $ 1.800 a 24 meses plazo. El desea reemplazarlas por un solo pago al día de hoy, ¿Desea conocer cuál es el valor de ese pago, si la tasa de interés es del 15% anual capitalizable semestralmente?

Datos

M_1 = $ 900 a 12 meses
M_2 = $ 1.300 a 18 meses
M_3 = $ 1.800 a 24 meses
FF = 0 como Fecha focal
i = 15% AKS

Desarrollo



Cálculo de los tiempos

$$\mathbf{t_1} = \frac{0-12}{6} = \frac{-12}{6} = |-\mathbf{2}|$$

$$\mathbf{t_2} = \frac{0-18}{6} = \frac{-18}{6} = |-\mathbf{3}|$$

$$\mathbf{t_3} = \frac{0-24}{6} = \frac{-24}{6} = |-\mathbf{4}|$$

Cálculo con la tasa de interés

$$\mathbf{x} = 900\left(1+\frac{0{,}15}{2}\right)^{-2} + 1.300\left(1+\frac{0{,}15}{2}\right)^{-3} + 1.800\left(1+\frac{0{,}15}{2}\right)^{-4}$$

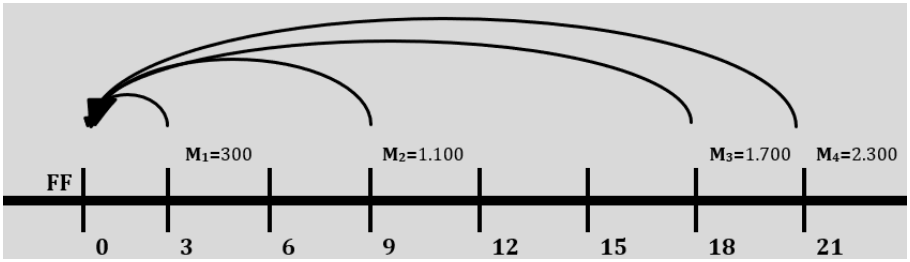
$\mathbf{x}$ = 900(0,8653326122) + 1.300(0,8049605695) + 1.800(0,7488005298)
$\mathbf{x}$ = 778,80 + 1.046,44 + 1.347,84
x = 3.173,08

2. Una empresa tiene las siguientes obligaciones: $ 300 a 3 meses plazo; $ 1.100 a 9 meses plazo; $ 1.700 a 18 meses plazo y $ 2.300 a 21 meses plazo. Desea reemplazarlas por un solo pago al día de hoy, ¿Cuál será el valor de dicho pago, considerando para el efecto una tasa de interés del 9,30% anual capitalizable trimestralmente?

Datos

$\mathbf{M_1}$ = $ 300 a 3 meses
$\mathbf{M_2}$ = $ 1.100 a 9 meses
$\mathbf{M_3}$ = $ 1.700 a 18 meses
$\mathbf{M_4}$ = $ 2.300 a 21 meses
FF = 0 como Fecha focal
i = 9,30% AKT

Desarrollo



Cálculo de los tiempos: Con valor actual

$$\mathbf{t_1} = \frac{0-3}{3} = \frac{-3}{3} = |-\mathbf{1}|$$

$$\mathbf{t_2} = \frac{0-9}{3} = \frac{-9}{3} = |-\mathbf{3}|$$

$$\mathbf{t_3} = \frac{0-18}{3} = \frac{-18}{3} = |-\mathbf{6}|$$

$$\mathbf{t_4} = \frac{0-21}{3} = \frac{-21}{3} = |-\mathbf{7}|$$

Cálculo con la tasa de interés

$$\mathbf{x} = 300\left(1+\frac{0{,}093}{4}\right)^{-1} + 1.100\left(1+\frac{0{,}093}{4}\right)^{-3} + 1.700\left(1+\frac{0{,}093}{4}\right)^{-6} + 2.300\left(1+\frac{0{,}093}{4}\right)^{-7}$$

$\mathbf{x}$ = 300(0,97727828) + 1.100(0,933371939) + 1.700(0,8711831764) + 2.300(0,8513883962)

$\mathbf{x}$ = 293,18 + 1.026,71 + 1.481,01 + 1.958,19

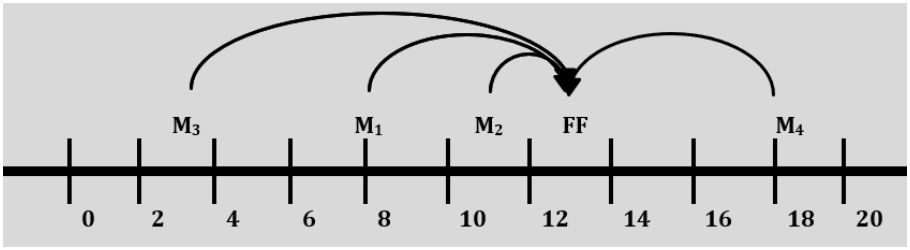
x = 4.759,09

3. Reemplazar las siguientes obligaciones:

- $\mathbf{M_1}$ = $ 56.000 a 8 meses plazo
- $\mathbf{M_2}$ = $ 60.000 a 11 meses plazo
- $\mathbf{M_3}$ = $ 32.000 a 3 meses plazo
- $\mathbf{M_4}$ = $ 94.000 a 1,5 años plazo

¿Cuál es el valor a cancelar que reemplaza todas las obligaciones considerando una i = 7,20% AKS con un tiempo de 13 meses?

Desarrollo



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 13 – 8 = **5** meses $\quad n = \frac{5}{6} = \mathbf{0,8333}$ Monto

$\mathbf{t_2}$ = 13 – 11 = **2** meses $\quad n = \frac{2}{6} = \mathbf{0,3333}$ Monto

$\mathbf{t_3}$ = 13 – 3 = **10** meses $\quad n = \frac{10}{6} = \mathbf{1,6667}$ Monto

$\mathbf{t_3}$ = 13 – 18 = **|–5|** meses $\quad n = \frac{5}{6} = \mathbf{0,8333}$ Valor Actual

Tasa de interés

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}072}{2} = \mathbf{0,036}$$

Cálculo con la tasa de interés

$$\mathbf{x} = 32.000\,(1 + 0{,}036)^{1{,}667} + 56.000\,(1 + 0{,}036)^{0{,}8333} + \frac{60.000}{(1 + 0{,}036)^{\mathbf{0{,}8333}}}$$

$\mathbf{x}$ = 33.942,95 + 57.675,03 + 60.711,53 + 91.270

x = 243.599,51

8.2 Reemplazo de varias obligaciones en dos pagos iguales

Al existir dos fechas de pago ***se debe realizar un escogimiento de cualquiera de ellas y definir la fecha focal***.

Ejemplo práctico:

1. Un individuo tiene las siguientes obligaciones:

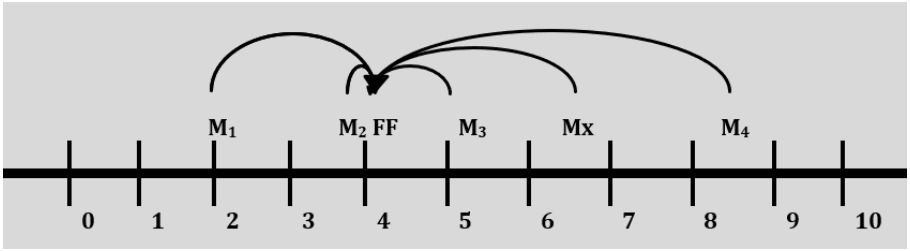
- $\mathbf{M_1}$ = $ 5.000 a 2 años plazo
- $\mathbf{M_2}$ = $ 10.250 a 3 años y 9 meses plazo
- $\mathbf{M_3}$ = $ 16.000 a 5 años y 1mes plazo con i = 8% AKS
- $\mathbf{M_4}$ = $ 14.700 a 8,5 años plazo con i = 11,50% AKB

Si la tasa de interés para reemplazar las obligaciones es de 12,20% AKT.

Los tiempos que se estipulan para el pago es el primero a 4 años y el segundo a 6 años y 5 meses plazo. Determine la fecha focal y encuentre el valor a cancelar.

Desarrollo

Se escoge como Fecha Focal a la opción de 4 años plazo.



Cálculo de valores previos con afección de i

Cálculo de M_3

$$\mathbf{n} = \frac{12(5)+1}{6} = \mathbf{10,17}$$

$$\mathbf{x} = 16.000\left(1+\frac{0,008}{2}\right)^{10,17} = \mathbf{23.842,35}$$

Cálculo de M_4

$$\mathbf{n} = \frac{8,5(5)}{2} = \mathbf{51}$$

$$\mathbf{x} = 14.700\left(1+\frac{0,115}{6}\right)^{51} = \mathbf{38.388,46}$$

Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_x}$ = 4 – 6,42 = **|–2,42|** años $\quad n = \frac{2,42(12)}{3} = \mathbf{9,68}$ Valor Actual

$\mathbf{t_1}$ = 4 – 2 = **2** años $\quad n = \frac{2(12)}{3} = \mathbf{8}$ Monto

$\mathbf{t_2}$ = 4 – 3,75 = **0,25** años $\quad n = \frac{0,25(12)}{3} = \mathbf{1}$ Monto

$\mathbf{t_3}$ = 4 – 5,08 = **|–1,08|** años $\quad n = \frac{1{,}08(12)}{3} = \mathbf{4, 32}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 4 – 8,5 = **|–4,5|** años $\quad n = \frac{4{,}5(12)}{3} = \mathbf{18}$ Valor Actual

Tasa de interés

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}122}{4} = \mathbf{0, 0305}$$

Cálculo con la tasa de interés

$$x + x(1 + 0{,}0305)^{-9{,}68} = 5.000(1 + 0{,}0305)^{8} + 10.250(1 + 0{,}0305)^{1} + 23.842{,}35(1 + 0{,}0305)^{-4{,}32} + 38.388{,}46(1 + 0{,}0305)^{-18}$$

$$x + x(0{,}7476449387) = 6.358{,}49 + 10.562{,}63 + 20.940{,}24 + 22.353{,}05$$

$$x + x(0{,}7476449387) = 60.214{,}41$$

$$x(1{,}7476449387) = 60.214{,}41$$

$$\mathbf{x} = \frac{60.214{,}41}{1{,}7476449387}$$

x = 34.454,60

***Respuesta*:** Cumplir con la obligación requiere el realizar dos pagos de $ 34.454,60

Si se opta por la segunda Fecha Focal se tiene lo siguiente.

Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_x}$ = 6,42 – 4 = **2,42** años $\quad n = \frac{2{,}42(12)}{3} = \mathbf{9, 68}$ Monto

$\mathbf{t_1}$ = 6,42 – 2 = **4,42** años $\quad n = \frac{4{,}42(12)}{3} = \mathbf{17, 68}$ Monto

$\mathbf{t_2}$ = 6,42 – 3,75 = **2,67** años $\quad n = \frac{2{,}67(12)}{3} = \mathbf{10, 68}$ Monto

$\mathbf{t_3}$ = 6,42 – 5,08 = **1,34** años $\quad n = \frac{1{,}34(12)}{3} = \mathbf{5, 36}$ Monto

$\mathbf{t_3}$ = 6,42 – 8,5 = **|–2,08|** años $\quad n = \frac{2{,}08(12)}{3} = \mathbf{8, 32}$ Valor Actual

Tasa de interés

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}122}{4} = \mathbf{0,0305}$$

Cálculo con la tasa de interés

$$x + x(1 + 0{,}0305)^{9{,}68} = 5.000(1 + 0{,}0305)^{17{,}68} + 10.250(1 + 0{,}0305)^{10{,}68} + 23.842{,}35(1 + 0{,}0305)^{5{,}36} + 38.388{,}46(1 + 0{,}0305)^{-8{,}32}$$

$$x + x(1{,}337533297) = 8.504{,}69 + 14.127{,}86 + 28.008{,}27 + 29.897{,}95$$

$$x + x(1{,}337533297) = 80.538{,}77$$

$$x(2{,}337533297) = 80.538{,}77$$

$$\mathbf{x} = \frac{80.538{,}77}{2{,}337533297}$$

x = 34.454,60

***Respuesta*:** El valor a cancelar en dos pagos es igual al calculado en la opción uno.

8.3 Comparación de ofertas para comprar o vender con interés compuesto

La comparación de ofertas en el mercado de cualquier bien mueble o inmueble amerita ser para el comprador una actividad previa a la decisión de compra. Al vendedor por su parte le permite conocer el nivel de diferencia y/o ganancia respecto a la competencia. Al final es una herramienta que permite a los actores comerciales tener argumentos eficientes al momento de tomar la mejor decisión.

Ejemplos prácticos:

1. Las ofertas para la adquisición de un automotor son las siguientes:

a). $ 10.000 al contado; $ 5.000 al 1ro, 2do y 3er año; y $ 10.000 al 4to año con i = 15% Anual;

b). $ 15.000 al contado; $ 5.000 al 2do año; $ 5.000 al 3er y 4to año con i = 8% AKS;

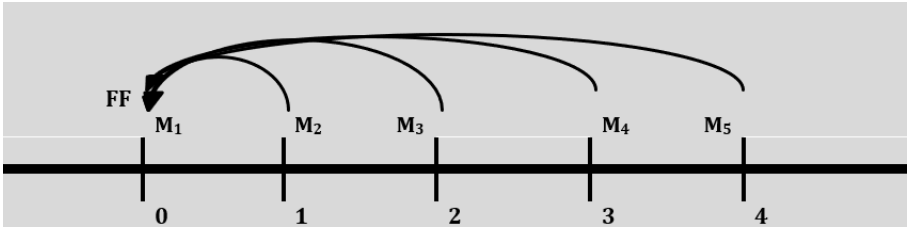
c). $ 24.000 al contado; y,

d). $ 15.000 al contado; $ 5.000 al 3er 5to y 6to año con i = 12% AKT.

Determine la mejor opción para el comprador y vendedor.

Desarrollo

a) Primera Oferta



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 0 – 1 = **|–1|** años $\quad n = \frac{1(12)}{12} = \mathbf{1} \rightarrow$ Valor Actual

$\mathbf{t_2}$ = 0 – 2 = **|–2|** años $\quad n = \frac{2(12)}{12} = \mathbf{2} \rightarrow$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 3 = **|–3|** años $\quad n = \frac{3(12)}{12} = \mathbf{3} \rightarrow$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 4 = **|–4|** años $\quad n = \frac{4(12)}{12} = \mathbf{4} \rightarrow$ Valor Actual

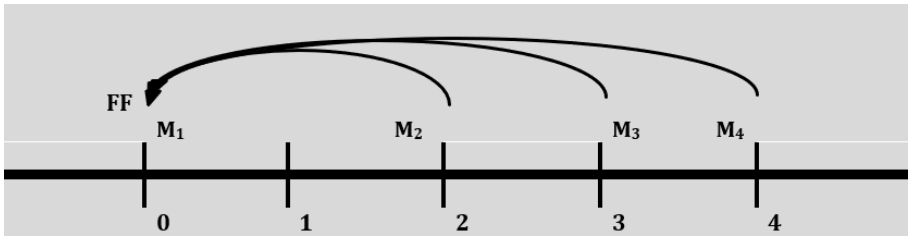
Cálculo de la oferta

$$\boldsymbol{X_1} = 10.000 + \frac{5.000}{\left(1+\frac{0,15}{1}\right)} + \frac{5.000}{\left(1+\frac{0,15}{1}\right)^2} + \frac{5.000}{\left(1+\frac{0,15}{1}\right)^3} + \frac{10.000}{\left(1+\frac{0,15}{1}\right)^4}$$

$\mathbf{X_1}$ = 10.000 + 4.347,83 + 3.780,71 + 3.287,58 + 5.717,53

$\mathbf{X_1}$ **= 27.133,65**

b) Segunda Oferta



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_2}$ = 0 – 2 = **|–2|** años $\quad n = \frac{2(12)}{6} = \mathbf{4}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 3 = **|–3|** años $\quad n = \frac{3(12)}{6} = \mathbf{6}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 4 = **|–4|** años $\quad n = \frac{4(12)}{6} = \mathbf{8}$ Valor Actual

Cálculo de la oferta

$$\mathbf{X_2} = 15.000 + 5.000\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{-4} + 5.000\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{-6} + 5.000\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{-8}$$

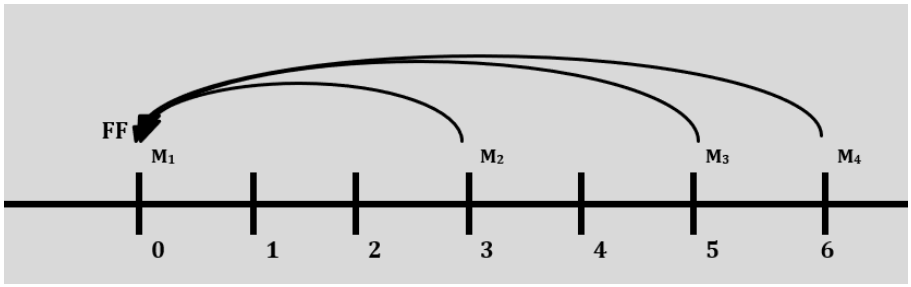
$\mathbf{X_2}$ = 15.000 + 4.274,02 + 3.951,57 + 3.653,453

$\mathbf{X_2 = 26.879,04}$

c) Tercera Oferta

$\mathbf{X_3 = 24.000}$

d) Cuarta Oferta



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_2}$ = 0 – 2 = **|–3|** años $\quad n = \frac{3(12)}{3} = \mathbf{12}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 5 = **|–5|** años $\quad n = \frac{5(12)}{3} = \mathbf{20}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 6 = **|–6|** años $\quad n = \frac{6(12)}{3} = \mathbf{24}$ Valor Actual

Cálculo de la oferta

$$\mathbf{X_4} = 15.000 + 5.000\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{-12} + 5.000\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{-20} + 5.000\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{-24}$$

$\mathbf{X_4}$ = 15.000 + 3.506,90 + 2.768,38 + 2.459,67

$\mathbf{X_4 = 23.734{,}95}$

***Respuesta*:** La 1ra oferta es la que le otorga mayor beneficio al vendedor. La 4ta oferta en cambio es la que le da mayor ahorro al comprador.

2. Un individuo tiene la urgencia de vender su vehículo para lo cual recibe tres ofertas:

a). $ 5.000 al contado; $ 2.500 a un año; y $ 4.000 a tres años plazo;

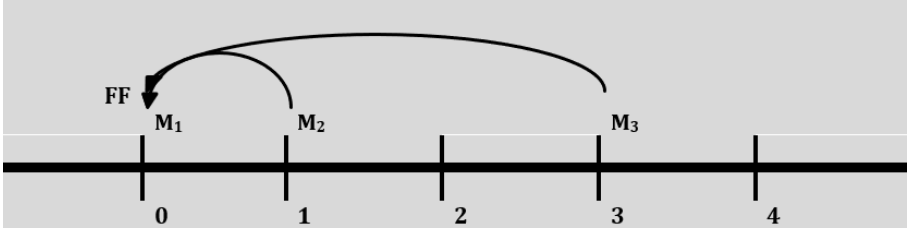
b). $ 9.590 al contado; y

c). $ 3.000 al contado; $ 3.000 al 1ro, 2do y 3er año plazo.

Si la tasa de interés en el mercado es de 17% AKB.

Desarrollo

a) Primera Oferta



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 0 – 0 = **0** años $\quad n = \frac{0(12)}{2} = \mathbf{0}$ Valor Actual

$\mathbf{t_2}$ = 0 – 1 = **|–1|** años $\quad n = \frac{1(12)}{2} = \mathbf{6}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 3 = **|–3|** años $\quad n = \frac{3(12)}{2} = \mathbf{18}$ Valor Actual

Cálculo de la oferta

$$\mathbf{X_1} = 5.000 + 2.500\left(1 + \frac{0{,}17}{6}\right)^{-6} + 4.000\left(1 + \frac{0{,}17}{6}\right)^{-18}$$

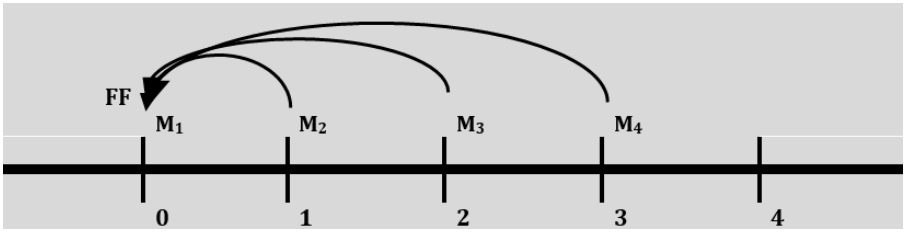
$\mathbf{X_1}$ = 5.000 + 2.114,15 + 2.419,08

$\mathbf{X_1 = 9.533{,}23}$

b) Segunda Oferta

$\mathbf{X_2 = 9.590}$

c) Tercera Oferta



Cálculo de los tiempos

$\mathbf{t_1}$ = 0 – 0 = **0** años $\quad n = \frac{0(12)}{2} = \mathbf{0}$ Valor Actual

$\mathbf{t_2}$ = 0 – 1 = **|–1|** años $\quad n = \frac{1(12)}{2} = \mathbf{6}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 2 = **|–2|** años $\quad n = \frac{2(12)}{2} = \mathbf{12}$ Valor Actual

$\mathbf{t_3}$ = 0 – 3 = **|–3|** años $\quad n = \frac{3(12)}{2} = \mathbf{18}$ Valor Actual

Cálculo de la oferta

$$\mathbf{X_3} = 3.000 + 3.000\left(1 + \frac{0,17}{6}\right)^{-6} + 3.000\left(1 + \frac{0,17}{6}\right)^{-12} + 3.000\left(1 + \frac{0,17}{6}\right)^{-18}$$

$\mathbf{X_3}$ = 3.000 + 2.536,98 + 1.814,31

$\mathbf{X_3 = 9.496,72}$

***Respuesta*:** Para el individuo la mejor oferta de compra es la 2da con $ 9.590

Ejercicio 30

1. Una empresa posee las siguientes obligaciones: $ 400 a 2 meses plazo; $ 800 a 6 meses plazo; $ 1.400 a 12 meses plazo y $ 2.200 a 18 meses plazo. El interés es reemplazar las obligaciones por un solo pago hoy, si la tasa de interés es del 7,40% anual capitalizable bimensualmente.

2. La Lic. Charito L. durante un tiempo considerable tiene consigo algunas obligaciones, detalladas a continuación: $ 365 a 4 meses plazo; $ 750 a 12 meses plazo; $ 1.450 a 16 meses plazo y $ 2.700 a 20 meses plazo. Tiene como objetivo reemplazarlas por un solo desembolso hoy. Quiere conocer cuál será el valor a pagar, si la tasa de interés es del 8,10% anual capitalizable cuatrimestralmente.

3. Un individuo mantiene compromisos financieros que se detallan a continuación: $ 125 a 3 meses plazo; $ 185 a 5 meses plazo; $ 413 a 11 meses plazo y $ 515 a 13 meses plazo. Quiere cumplir con los valores pendientes al día de hoy si la tasa de interés es del 5,40% anual capitalizable mensualmente.

4. Una empresa posee los siguientes pasivos: $ 900 a 12 meses plazo; $ 1.300 a 18 meses plazo y $ 1.800 a 24 meses plazo. Desea reemplazarlos por un solo desembolso al finalizar el segundo año. ¿Cuál será el valor del pago considerando una tasa de interés del 15% capitalizable semestralmente?

5. La Lic. Margot L. tiene las siguientes obligaciones: $ 300 a 3 meses plazo; $ 1.100 a 9 meses plazo; $ 1.700 a 18 meses plazo y $ 2.300 a 21 meses plazo. Con conocimiento de una tasa de interés del 9,30% capitalizable trimestralmente, desea reemplazar las obligaciones por un solo pago tomando como fecha focal la de la obligación con el mayor tiempo.

6. El Dr. Luis Alberto Cueva mantiene deudas resultado de un sinnúmero de inversiones: $ 3.000 a 3 años plazo; $ 7.500 a 6 años y 3 meses plazo con una tasa de interés del 13% anual capitalizable trimestralmente; $ 15.000 a 11 años plazo; y $ 18.000 a 16,4 años plazo si la tasa de interés es del 8% anual capitalizable semestralmente. Desea reemplazar los pendientes por dos pagos iguales a 5 años y un mes plazo y 12,2 años plazo con una tasa de interés del 21,30% anual capitalizable cuatrimestralmente.

7. ¿Cuál de las siguientes ofertas es redituable para el comprador y vendedor, respecto a un bien inmueble?

a). $ 50.000 al contado, $ 10.000 al 1ro, 2do y 3er año y $ 20.000 al 5to año si la tasa de interés es del 15% AKT,
b). $ 50.000 al contado y $ 55.000 al 3er año con una tasa de interés del 15,20% AKC,
c). $ 30.000 al contado, $ 40.000 al 2do año, y $ 35.000 al 5to año, si la tasa de interés es del 15,40% AKS.

8. Existen tres ofertas de una maquinaria.

a). $ 10.000 al contado, $ 20.000 al 4to año y $ 22.000 a 8vo año plazo,
b). $ 20.000 al contado y $ 10.000 al 3er, 6to y 9no año plazo,
c). $ 45.000 al contado,
d). $ 5.000 al contado, $ 15.000 al 1ro y 3er año, $ 10.000 al 5to y 8vo año plazo.

¿Cuál de las ofertas es más beneficiosa para el comprador y cual para el vendedor, si la tasa de interés es del 14% AKC

Capítulo 9
Anualidades o rentas

– Clasificación de anualidades
– Elementos de una anualidad
– Monto de una anualidad
– Valor actual de una anualidad
– Renta de una anualidad
– Número de periodos de pago
– Tasa de interés de una anualidad
– Anualidades anticipadas



Capítulo 9: Anualidades o rentas

Objetivo: Valorar series de pagos periódicos uniformes bajo interés compuesto, tanto en su proyección futura (monto) como en su equivalencia presente (valor actual).

Marco Conceptual: Una anualidad es una sucesión de pagos iguales (R) en intervalos iguales bajo condiciones de interés compuesto (Mora, 2009). Se clasifican según: coincidencia de períodos (simple/general); *certeza* (cierta/contingente); *momento del pago* (vencida/anticipada); *inicio del plazo* (inmediata/diferida). Las fórmulas centrales son el **monto** $S = R \cdot [(1+i)^n - 1] / i$ y el **valor actual** $A = R \cdot [1 - (1+i)^{-n}] / i$. De estas se derivan, por despeje: la **renta** R, el **número de períodos** n (mediante logaritmos) y la **tasa de interés** i (mediante el **método iterativo** de aproximaciones sucesivas). Las **anualidades anticipadas** ajustan el factor por $(1 + i)$ dado que el primer pago ocurre al inicio del período.

Metodología: Derivación de fórmulas como suma de una progresión geométrica. El método iterativo para el despeje de i aplica interpolación lineal entre tasas que generan valores actual superior e inferior al buscado (Díaz & Victor, 2013; Velasquez, 2021).

Articulación con Cap. X: La cuota fija de una anualidad vencida es el fundamento del **Sistema Francés de amortización**, que constituye el método de extinción gradual de deudas más utilizado en la práctica financiera.

9. Anualidades o Rentas

La anualidad, también conocida como renta, es un concepto fundamental en las matemáticas financieras y una herramienta crucial en la planificación económica. Se define como una ***sucesión de pagos, depósitos o retiros, en cantidades fijas con intervalos de tiempo iguales*** en condiciones de interés compuesto. Las frecuencias pueden ser: mensuales, bimensuales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales, anuales, etc.

El valor de una anualidad se determina a través de fórmulas que calculan su valor en el tiempo presente o futuro, basándose en pagos periódicos con intereses a un capital único equivalentes. Una de las anualidades más aplicadas en el contexto financiero es la vencida a más de ser cierta y simple.

9.1 Clasificación de Anualidades

Tanto Díaz & Víctor (2013) como Velasquez (2021) coinciden en que las anualidades se pueden clasificar de acuerdo a cuatro criterios principales que permiten una aplicación y un análisis financiero más preciso:

1. **Según la coincidencia de periodos.**– este criterio analiza la relación existente entre el periodo de pago y el de capitalización de los intereses.

    - **Anualidad General.–** cuando los periodos de pago y de capitalización de los intereses no coinciden.

      Ejemplo: Depósitos trimestrales con intereses calculados bimensualmente.

- **Anualidad Simple.–** se aplica cuando los pagos y la capitalización de los intereses se realizan en un mismo intervalo de tiempo.

Ejemplo: Depósitos e intereses mensuales que se liquidan en una cuenta de ahorro.

2. **Según la certeza del tiempo.**– responde al grado de definición del inicio y finalización de un compromiso financiero.

- **Anualidad Cierta.–** se caracteriza por establecer al inicio del compromiso financiero las fechas de inicio y fin.

Ejemplo: Un crédito quirografario que en la firma del contrato se establecen la fecha de inicio y fin del mismo.

- **Anualidad Contingente.–** ocurre cuando al suscribir la obligación se desconoce la fecha del primer o último pago, debido a una dependencia directa con la ocurrencia de un evento incierto.

Ejemplo: Un seguro de vida que se activa al momento de presentarse un siniestro del asegurado.

3. **Según el momento del pago.–** el criterio se centra en la temporalidad de cuando se realiza cada pago.

- **Anualidad Vencida u Ordinaria.–** cuando los pagos se generan al finalizar cada periodo de pago.

Ejemplo: Pagos de préstamos en su gran mayoría. Como quirografarios o hipotecarios.

- **Anualidad Anticipada.–** cuando los pagos se efectúan al inicio de cada periodo.

Ejemplo: Pagos por concepto de alquiler de una casa o negocio.

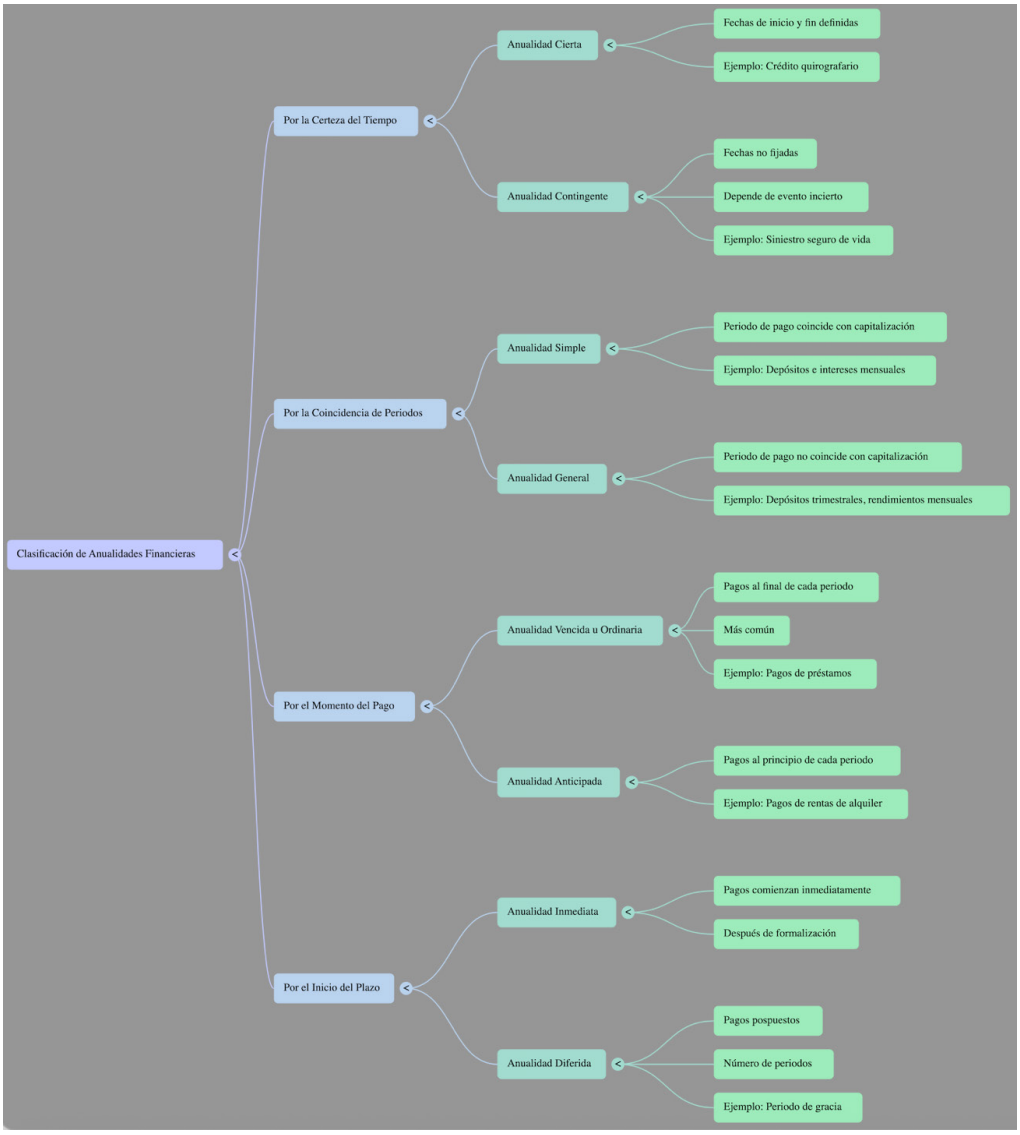


Figura 13. Clasificación de anualidades.
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com extraído de Díaz & Víctor (2013) y Velasquez (2021).

4. **Según el inicio del plazo.–** este criterio analiza el momento en que comienzan a realizarse los pagos de acuerdo a la formalización del compromiso financiero.

- **Anualidad Inmediata.–** cuando los pagos comienzan en el periodo siguiente a la firma o inicio del acuerdo.

- **Anualidad Diferida.–** cuando los pagos inician posterior a la formalización del compromiso.

Ejemplo: Periodo de gracia o diferimiento del primer pago luego de formalizar del compromiso económico o financiero.

9.2 Elementos de una Anualidad

La comprensión de una anualidad obliga a analizar los elementos que intervienen en su valoración. Para Mora (2009) estos componentes son importantes para cualquier cálculo financiero relacionado con anualidades:

- **Renta o Pago Periódico (R).–** representa el valor fijo de cada pago o depósito que se realiza o recibe periódicamente. Por lo tanto es la cantidad de dinero recurrente que caracteriza a la anualidad. Ejemplo: La mensualidad de un crédito hipotecario o quirografario o el pago de una pensión.

- **Plazo o Duración (n).–** es el tiempo total comprendido entre el pago inicial y el pago final. Es decir determina la extensión temporal de la anualidad.

- **Periodo de pago de una anualidad.–** es el intervalo existente entre dos pagos o depósitos consecutivos. Determinando la frecuencia de los pagos dentro del plazo total.

- **Tasa de Interés de una anualidad (j o i).–** representa la tasa nominal (j) o efectiva (i) aplicada a cada pago o depósito. Es un factor determinante en los cálculos del valor presente y futuro, ya que regula el proceso de capitalización.

- **Valor Actual o Presente (P).–** es el valor de la anualidad calculado al inicio de la operación, también conocido como fecha focal o tiempo cero. Equivale la suma de los valores actuales de todos los pagos futuros, descontados al momento presente.

- **Monto o Valor Futuro (M o VF).–** valor acumulado de todos los pagos realizados al final del plazo o vencimiento de la obligación, que incluye la capitalización de los intereses generados. Permite conocer el monto total acumulado de una serie de pagos e intereses al final del periodo.

9.3 Monto de una Anualidad

La capitalización de los intereses en cada uno de los depósitos realizados, dá como resultado el monto de la anualidad. La fecha focal está relacionada con el cumplimiento del último pago. Su fórmula se describe a continuación:

$$\mathbf{VF = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

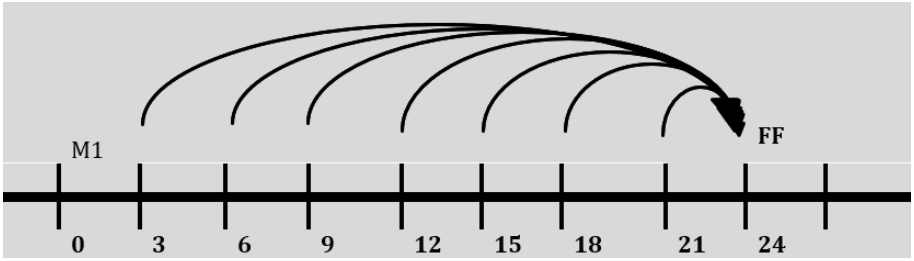
Ejemplos prácticos:

1. Una persona tiene como compromiso el cancelar una renta de $ 350 al final de cada 3 meses durante 2 años si la tasa de interés es del 15% AKT. Calcule el monto de la anualidad.

Datos

VF = ?
C = $ 350
N = 2 años
i = 15% AKT
Renta = R = trimestrales

Desarrollo



Cálculo de la tasa de interés:

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}15}{4} = \mathbf{0{,}0375}$$

Cálculo de los tiempos:

Se procede con el cálculo de los tiempos y luego de cada uno de los periodos.

$\mathbf{t_1} = 24 - 3 = \mathbf{21}$ $\qquad$ $\mathbf{n_1} = \frac{21}{3} = \mathbf{7}$

$\mathbf{t_2} = 24 - 6 = \mathbf{18}$ $\qquad$ $\mathbf{n_2} = \frac{18}{3} = \mathbf{6}$

$\mathbf{t_3} = 24 - 9 = \mathbf{15}$ $\qquad$ $\mathbf{n_3} = \frac{15}{3} = \mathbf{5}$

$\mathbf{t_4} = 24 - 12 = \mathbf{12}$ $\qquad$ $\mathbf{n_4} = \frac{12}{3} = \mathbf{4}$

$\mathbf{t_5} = 24 - 15 = \mathbf{9}$ $\qquad$ $\mathbf{n_5} = \frac{9}{3} = \mathbf{3}$

$\mathbf{t_6} = 24 - 18 = \mathbf{6}$ $\qquad$ $\mathbf{n_6} = \frac{6}{3} = \mathbf{2}$

$\mathbf{t_7} = 24 - 21 = \mathbf{3}$ $\qquad$ $\mathbf{n_7} = \frac{3}{3} = \mathbf{1}$

$\mathbf{t_8} = 24 - 24 = \mathbf{0}$ $\qquad$ $\mathbf{n_8} = \frac{0}{3} = \mathbf{0}$

A continuación, se realiza el cálculo del monto con cada una de las rentas con sus beneficios y nuevos periodos.

$$\mathbf{VF} = 350(1{,}0375)^7 + 350(1{,}0375)^6 + 350(1{,}0375)^4 + 350(1{,}0375)^3 + 350(1{,}0375)^2 + 350(1{,}0375)^1 + 350$$

$$\mathbf{VF} = 452{,}88 + 436{,}51 + 420{,}73 + 405{,}53 + 390{,}87 + 376{,}74 + 362{,}50 + 350$$

$$\mathbf{VF = 3.601{,}29}$$

Se puede también realizar el cálculo considerando el valor del capital de $ 350 como factor común.

$$\mathbf{VF} = 350[(1{,}0375)^7 + (1{,}0375)^6 + (1{,}0375)^5 + (1{,}0375)^4 + (1{,}0375)^3 + (1{,}0375)^2 + 1{,}0375]$$

$$\mathbf{VF = 3.601{,}29}$$

Los dos cálculos que preceden son cálculos extensivos, más en el contexto financiero el objetivo es resumir los tiempos, el esfuerzo y agilitar la productividad, para ello el uso de la fórmula de monto de una anualidad.

$$\mathbf{VF} = \mathbf{R}\left[\frac{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}}-\mathbf{1}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{VF} = 350\left[\frac{(1+0{,}0375)^{8}-1}{0{,}0375}\right]$$

$$\mathbf{VF = 3.196{,}39}$$

Con progresión geométrica también se puede resolver este tipo de casos, para el ejercicio se resultado de la sumatoria de la unidad y la tasa de interés.

$$\mathbf{VF} = \frac{\mathbf{a}.\mathbf{r}^{\mathbf{n}}-\mathbf{a}}{\mathbf{r}-\mathbf{1}}$$

$$\mathbf{VF} = \frac{\mathbf{a}(\mathbf{r}^{\mathbf{n}}-\mathbf{1})}{\mathbf{r}-\mathbf{1}}$$

$$\mathbf{VF} = \frac{\mathbf{a}.\mathbf{r}^{\mathbf{n}}-\mathbf{a}}{\mathbf{r}-\mathbf{1}}$$

$$\mathbf{VF} = \frac{\mathbf{a}(\mathbf{r}^{\mathbf{n}}-\mathbf{1}))}{\mathbf{r}-\mathbf{1}}$$ factor común donde $\mathbf{a} = \mathbf{R}$

$$\mathbf{VF} = \frac{350\ [(1{,}0375)^{8} - 1\ ]}{0{,}0375}$$

VF = 3.196,39

2. Encuentre el monto de una anualidad si la renta vencida es de $ 1.500 cuatrimestral con tasa de interés de 11,50% anual capitalizable cuatrimestral y tiempo de 5 años.

Datos

VF = ?
a = $ 1.500 cuatrimestral
n = 5 años
i = 11,5% AKC
Renta = cuatrimestral

Desarrollo

$$\mathbf{VF} = \mathbf{R}\left[\frac{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{VF} = 1.500\left[\frac{(1 + 0{,}03833333333)^{15} - 1}{0{,}03833333333}\right]$$

$$\mathbf{VF} = 1.500\left[\frac{128{,}9878104}{0{,}03833333333}\right]$$

VF = 29.666,11

9.4 Valor Actual de una Anualidad

La suma de los valores de cada uno de los pagos futuros traídos al presente, responde al cálculo del valor actual, con fecha focal en tiempo cero. A continuación su fórmula:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}}{\mathbf{i}}\right]$$

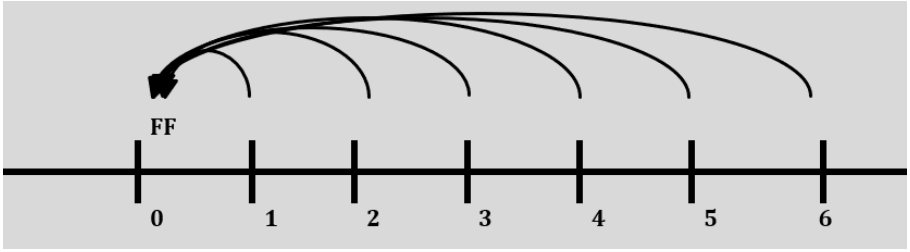
Ejemplos prácticos:

1. Se necesita encontrar el valor actual conociendo que los pagos cuatrimestrales son de $ 470 con una tasa de interés del 17,30% anual capitalizable cuatrimestralmente durante 2 años.

Datos

R = $ 470
P = ?
i = 17,30% AKC
t = 2 años
Pagos = cuatrimestrales

Desarrollo



Cálculo de la tasa de interés:

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}173}{3} = \mathbf{0{,}0577}$$

Cálculo de los tiempos:

$\mathbf{t_1} = 0 - 0{,}33 = \mathbf{|-0{,}33|}$

$\mathbf{t_2} = 0 - 0{,}67 = \mathbf{|-0{,}67|}$

$\mathbf{t_3} = 0 - 1 = \mathbf{|-1|}$

$\mathbf{t_4} = 0 - 1{,}33 = \mathbf{|-1{,}33|}$

Cálculo de periodos:

$$\mathbf{n} = \frac{0{,}33(12)}{4} = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{n} = \frac{0{,}67(12)}{4} = \mathbf{2}$$

$$\mathbf{n} = \frac{1(12)}{4} = \mathbf{3}$$

$$\mathbf{n} = \frac{1{,}33(12)}{4} = \mathbf{4}$$

$t_5 = 0 - 1{,}5 = |-1{,}67|$ $\quad\quad$ $\mathbf{n} = \dfrac{1{,}67(12)}{4} = \mathbf{5}$

$t_6 = 0 - 2 = |-2|$ $\quad\quad$ $\mathbf{n} = \dfrac{2(12)}{4} = \mathbf{6}$

Cálculo del valor actual de forma extensiva

$$\mathbf{P} = \frac{470}{(1+0{,}0577)^1} + \frac{470}{(1+0{,}0577)^2} + \frac{470}{(1+0{,}0577)^3} + \frac{470}{(1+0{,}0577)^4} + \frac{470}{(1+0{,}0577)^5} + \frac{470}{(1+0{,}0577)^6}$$

$\mathbf{P} = 444{,}36 + 419{,}41 + 397{,}20 + 375{,}53 + 355{,}05 + 335{,}68$

$\mathbf{P = 2.327{,}23}$

Cálculo de valor actual con fórmula

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{P} = 470\left[\frac{1-(1+0{,}0577)^{-6}}{0{,}0577}\right]$$

$\mathbf{P = 2.327{,}94}$

2. Calcular el valor actual si los depósitos sucesivos son de $ 4.800 bimensuales durante 11 años con tasa de interés 7,70% AKB.

Datos

$\mathbf{R}$ = $ 4.800
$\mathbf{P}$ = ?
$\mathbf{i}$ = 7,70% AKB
$\mathbf{t}$ = 11 años

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}077}{6} = \mathbf{0{,}128}$$

$$\mathbf{n} = \frac{11(12)}{2} = \mathbf{66}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{n}}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$P = 4.800\left[\frac{1-(1+0{,}128)^{-66}}{0{,}128}\right]$$

P = 37.486,77

9.5 Renta de una Anualidad

Se puede calcular desde el monto

$$\mathbf{R = \frac{VFxi}{(1+i)^n - 1}}$$

Como también desde el valor actual

$$\mathbf{R = \frac{Pxi}{1-(1+i)^{-n}}}$$

Ejemplo práctico:

1. Calcular los valor de los depósitos bimensuales que debe realizar un individuo a una cooperativa, si la tasa de interés es del 9% AKB con la finalidad de obtener un valor de $ 65.000 a 10 años plazo. También encuentre el valor del interés.

Datos

VF = $ 65.000
R = ?
i = 9% AKB
n = 10 años

Desarrollo

$$\mathbf{i = \frac{0{,}09}{6} = 0{,}015} \qquad \mathbf{n = \frac{10(12)}{2} = 60}$$

$$\mathbf{R = \frac{VFxi}{(1+i)^n - 1}}$$

$$R = \frac{(65.000)(0,015)}{(1 + 0,015)^{60} - 1}$$

R = 675,57

Cálculo del interés:

I = VF – n(R)
I = 65.000 – 60(675,57)
I = 65.000 – 40.534,20
I = 24.465,80

2. Calcular la cuota semestral que debe pagar a una entidad financiera si tiene una deuda de $ 26.000 a 7 años plazo con una tasa de interés del 19% anual capitalizable semestralmente.

Datos

R = ?
A = $ 26.000
n = 7 años
i = 19% AKS

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0,19}{2} = \mathbf{0,095} \qquad \mathbf{n} = \frac{7(12)}{6} = \mathbf{14}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{Pxi}}{\mathbf{1 - (1 + i)^{-n}}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{(26.000)(0,095)}{1 - (1 + 0,095)^{-14}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{2.470}{0,719325904}$$

R = 3.433,77

Cálculo del interés:

I = n(R) – P
I = 14(3.433,77) – 26.000
I = 22.072,78

9.6 Número de Periodos de Pago

El número de pagos en una anualidad se calculan de acuerdo al evento financiero, condicionado por la información que permita aplicar la fórmula desde el monto o desde el valor actual de una anualidad.

Cálculo desde la fórmula del Monto de una Anualidad

$$\mathbf{VF = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

$$\frac{VF}{R} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{VFxi}{R} = (1+i)^n - 1$$

$$\frac{VFxi}{R} + 1 = (1+i)^n$$

$$\log\left(\frac{VFxi}{R} + 1\right) = n\log(1+i)$$

$$\boxed{\mathbf{n = \frac{\log\left(\frac{VFxi}{R} + 1\right)}{\log(1+i)}}}$$

Cálculo desde la fórmula del Valor Actual de una Anualidad

$$\mathbf{P = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}$$

$$\frac{P}{R} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{Pxi}{R} - 1 = -(1+i)^{-n}$$

$$-\left(\frac{Pxi}{R} - 1\right) = (1+i)^{-n}$$

$$\log\left[-\left(\frac{Pxi}{R} - 1\right)\right] = -n\log(1+i)$$

$$n = -\frac{\log\left[-\left(\frac{Pxi}{R} - 1\right)\right]}{\log(1+i)}$$

$$\boxed{\mathbf{n = -\frac{\log\left(1 - \frac{Pxi}{R}\right)}{\log(1+i)}}}$$

Ejemplo práctico:

1. ¿Cuántos periodos bimensuales en un fondo de cesantía se necesita realizar si cancela $ 180 para alcanzar $ 35.000 acusando una tasa de interés del 6,70% anual capitalizable bimensualmente?

Datos

n = ?
R = $ 180 Bimensual
VF = $ 35.000
i = 6,70% AKB

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}067}{6} = \mathbf{0{,}01166666}$$

Cálculo desde la fórmula despejada

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{\log\left(\frac{VF \times i}{R} + 1\right)}}{\mathbf{\log\,(1 + i)}}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{(35.000)(0{,}011666666)}{180} + 1\right]}{\log(1 + 0{,}0111666666)}$$

$$n = \frac{0{,}50123682}{0{,}004822744274}$$

n = 103,93
periodos bimensuales

Cálculo desde la fórmula primigenia

$$\mathbf{VF} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{(1 + i)^n - 1}}{\mathbf{1}}\right]$$

$$35.000 = 180\left[\frac{(1 + 0{,}0111666666)^n - 1}{0{,}0111666666}\right]$$

$$\frac{35.000}{180} = \frac{(1{,}011166666)^n - 1}{0{,}011166666}$$

194,444444(0,011166666) = $(1{,}011166666)^n - 1$

$2{,}171296167 = (1{,}011166666)^n$

$\log 3{,}171296167 = n\log(1{,}011166666)$

$$n = \frac{0{,}501236802}{0{,}004822744274}$$

n = 103,93
periodos bimensuales

Cálculo del tiempo

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}}$$

$$103{,}93186 = \frac{t}{2}$$

t = 2(103,93186)
t = 207,86372 meses

$$t = \frac{207{,}86372}{12}$$

t = 17,32 años

9.7 Tasa de Interés de una Anualidad

La solución de la tasa de interés en las fórmulas de anualidades es el cálculo más complejo de las matemáticas financieras y requiere un tratamiento especial. A diferencia del valor actual, el monto, la renta o el número de periodos, la tasa de interés no puede despejarse algebraicamente de forma directa, debido a que la variable i aparece en la fórmula tanto en el numerador como en el denominador y también como exponente. Esta disposición hace imposible su aislamiento con operaciones algebraicas sencillas.

Para su resolución los matemáticos y analistas financieros recurren a métodos como el Iterativo o aproximaciones sucesivas y uso de tecnologías. En este apartado el cálculo se realizará con el método iterativo.

El Método Iterativo (Aproximaciones Sucesivas) también conocido como "ensayo y error", consiste en ***probar diferentes valores para la tasa de interés hasta encontrar uno que satisfaga la ecuación de valor con un grado de precisión aceptable***. La fórmula de cálculo y el proceso generalmente sigue los siguientes pasos:

Si considera el valor superior

$$i = \text{Valor superior i} + \frac{\text{Valor inferior i} - \text{Valor superior i}}{\text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{inferior}} - \text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{superior}}} x \left(\text{Valor } \frac{A}{B}_{\text{base}} - \text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{superior}} \right)$$

Si considera el valor inferior

$$i = \text{Valor inferior i} + \frac{\text{Valor inferior i} - \text{Valor superior i}}{\text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{inferior}} - \text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{superior}}} x \left(\text{Valor } \frac{A}{B}_{\text{base}} - \text{Valor } \frac{A}{R}_{\text{inferior}} \right)$$

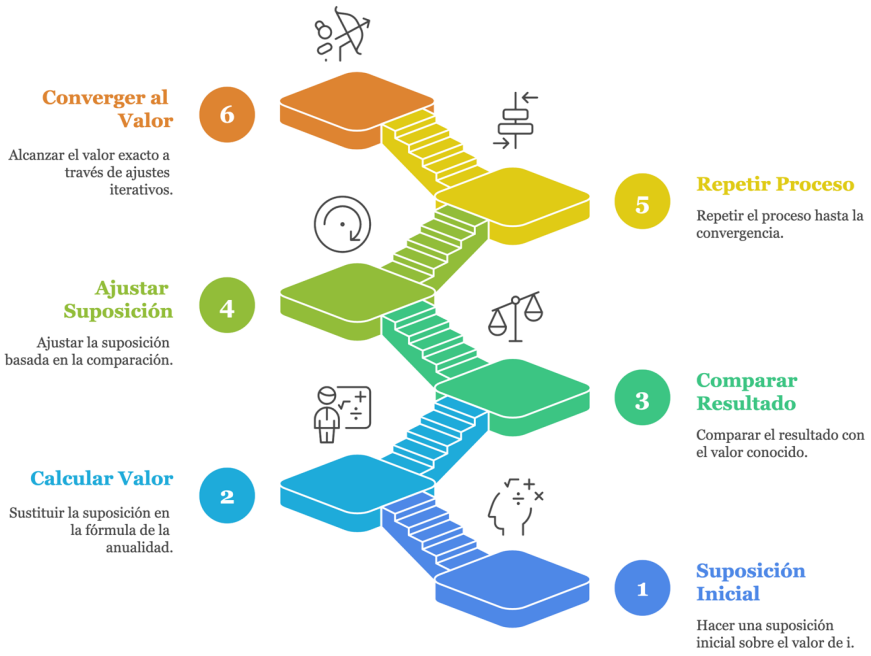


Figura 14. Pasos del Método Iterativo
Nota: Elaboración propia aplicando notebook.google.com

Ejemplos prácticos:

1. Si una persona obtiene un fondo de $ 8.700 a 7 años plazo, con una serie de depósitos de $ 365 al final de cada cuatrimestre. La pregunta es ¿Cuál es la tasa de interés anual capitalizable cuatrimestralmente?

Datos

M = VF = $ 8.700
R = $ 365
i = ? AKC
t = 7 años

Desarrollo

$$\mathbf{n} = \frac{7(12)}{4} = 21$$

$$\frac{\mathbf{VF}}{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{(1+i)^n - 1}}{\mathbf{i}}$$

$$\frac{8.700}{365} = \frac{(1+i)^{21} - 1}{i}$$

$$\mathbf{23,83} = \frac{\mathbf{(1+i)^{21} - 1}}{\mathbf{i}}$$

Se busca dos valores cercanos superior e inferior a 23,83 (VF/R) con tasas de interés propuestas.

Con i = 0,015

$$\frac{(1+0{,}013)^{21} - 1}{0{,}013} = \mathbf{23,97}$$

Con i = 0,010

$$\frac{(1+0{,}012)^{21} - 1}{0{,}012} = \mathbf{23,72}$$

Valor de i	Valor de tablas
0,013	23,97
i	23,83
0,012	23,72

Con los valores obtenidos se procede a realizar el cálculo

$$\mathbf{i} = \text{Valor superior i} + \frac{\text{Valor inferior i} - \text{Valor superior i}}{\text{Valor } \frac{A}{R_{inferior}} - \text{Valor } \frac{A}{R_{superior}}} x \left(\text{Valor } \frac{A}{B_{base}} - \text{Valor } \frac{A}{R_{superior}} \right)$$

$$\mathbf{i} = 0{,}013 + \frac{0{,}012 - 0{,}013}{23{,}72 - 23{,}97}(23{,}83 - 23{,}97)$$

$$\mathbf{i} = 0{,}013 + \frac{-0{,}001}{-0{,}25}(-0{,}14)$$

i = 0,013 – 0,00056
i = 0,01244

i = 1,244% AKC x 3
i = 3,732% anual

Comprobación

$$\frac{8.700}{365} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$23{,}83 = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$23{,}83 = \frac{(1+0{,}01244)^{21} - 1}{0{,}01244}$$

23,83 = 23,83

2. Calcular la tasa de interés anual capitalizable bimensualmente si se deposita $ 520 cada dos meses para obtener $ 34.500 a cuatro años y siete meses plazo.

Datos

M = VF = $ 34.500
R = $ 520
i = ? AKB
t = n = 4 años 7 meses

Desarrollo

$$\mathbf{n} = \frac{4(12 + 7)}{2} = \mathbf{27,5}$$

$$\frac{\mathbf{VF}}{\mathbf{R}} = \frac{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}{\mathbf{i}}$$

$$\frac{34.500}{520} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\mathbf{66,35} = \frac{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}{\mathbf{i}}$$

Buscamos dos valores cercanos superior e inferior a 66,35 (VF/R) con tasas de interés propuestas.

con i = 0,061

$$\frac{(1+0{,}061)^{27{,}5}-1}{0{,}061} = \mathbf{67,14}$$

con i = 0,06

$$\frac{(1+0{,}06)^{27{,}5}-1}{0{,}06} = \mathbf{66,08}$$

Valor de i	Valor de tablas
0,061	67,14
i	66,35
0,06	66,08

Con los valores obtenidos se procede a realizar el cálculo

$$\mathbf{i} = \text{Valor inferior i} + \frac{\text{Valor inferior i} - \text{Valor superior i}}{\text{Valor } \frac{A}{R_{inferior}} - \text{Valor } \frac{A}{R_{superior}}} x\left(\text{Valor } \frac{A}{B_{base}} - \text{Valor } \frac{A}{R_{inferior}}\right)$$

$$\mathbf{i} = 0{,}06 + \frac{0{,}06-0{,}061}{66{,}08-67{,}14} x(66{,}35-66{,}08)$$

$$\mathbf{i} = 0{,}06 + \frac{-0{,}001}{-1{,}06} x(0{,}27)$$

$\mathbf{i} = 0{,}06 + 0{,}000255$

i = 0,06025

i = 6,025% AKB x 6

i = 36,15% anual

Comprobación

$$\frac{34.500}{520} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$66{,}35 = \frac{(1+0{,}06025)^{27{,}5}-1}{0{,}06025}$$

66,35 = 66,34

Ejercicio 31

1. Calcule el monto de la anualidad si la renta cada 4 meses es de $ 670 durante 2 años y 4 meses, con una tasa de interés del 19% AKC.

2. Calcule el monto de una anualidad que durante 7 años y medio cancela semestralmente $ 3.400 si la tasa de interés es del 16,30% AKS.

3. Si se realiza depósitos cuatrimestrales de $ 2.500 durante 2 años con una tasa de interés del 10,20% anual capitalizable cuatrimestral. ¿Cuál es el valor del monto? y ¿Cuál sería el valor actual si se convierten en pagos?

4. Determine el valor total del compromiso si se realizan pagos por $ 400 de forma bimensual durante 1,7 años con una tasa de interés del 5,60% anual capitalizable bimensualmente.

5. Calcule el valor actual si los depósitos sucesivos son de $ 4.800 bimensuales durante 11 años con una tasa de interés del 7,70% anual capitalizable bimensualmente.

6. Determine la renta de pagos sucesivos que determinan un valor de $ 8.700 con tasa de interés 14% anual capitalizable cuatrimestral con tiempo de 3,5 años.

7. Encuentre el valor del depósito que permite generar un total de $ 18.700 a 8 años y 7 meses, si la tasa de interés es de 17% anual capitalizable semestralmente.

8. Se requiere conocer el valor del depósito trimestral a realizarse en una institución financiera si desea obtener $ 22.500 con una tasa del 11,80% anual capitalizable trimestralmente en un tiempo de 5,6 años.

9. Cuántos depósitos deberá generar en ventanilla por un valor de $ 325 cada bimestre, si desea obtener $ 7.800 con una tasa de interés del 9,90% anual capitalizable bimensualmente.

10. Si se realizan desembolsos de $ 460 cada trimestre para cumplir con una deuda de $ 17.700 con una tasa de interés es del 14,30% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuántos pagos se realizan?

9.8 Anualidades Anticipadas

La anualidad anticipada es ***aquella cuyo vencimiento se genera al principio de cada período de pago o depósito*** (Ramirez et al., 2009). Ejemplos comunes incluyen los pagos de arriendos y las pólizas de seguros de vida. Es importante considerar que en el cálculo del Monto y el Valor Actual de la anualidad los pagos o depósitos tanto de forma anticipada como vencida tienen las mismas fechas focales.

9.8.1 Monto de una Anualidad Anticipada

El Monto (VF) de una anualidad anticipada se calcula considerando la fecha de vencimiento de la obligación financiera como fecha focal.

$$VF = R(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

9.8.2 Valor Actual de una Anualidad Anticipada

El Valor Actual (P) de una anualidad anticipada se calcula considerando la fecha de suscripción de la obligación como fecha focal.

$$P = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right] \text{ ó } P = R + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right] \text{ ó } P = R(1+i)\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

La principal diferencia en estas fórmulas respecto a las anualidades ordinarias (o vencidas) es el factor (1+i), que representa la capitalización o actualización por un período adicional debido al pago anticipado.

Ejemplos prácticos:

1. Cuál es el monto que se desea obtener si se arrienda una oficina cuyos depósitos bimensuales anticipados son de $ 450 con una tasa de interés del 12,70% anual capitalizable bimensualmente, durante 5 años.

Datos

R = $ 450
VF = ?
i = 12,70% AKB
t = 5 años
Pagos = bimensuales

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}127}{6} = \mathbf{0{,}02116666667}$$

$$\mathbf{n} = \frac{5(12)}{2} = \mathbf{30}$$

$$\mathbf{VF} = \mathbf{R}(\mathbf{1} + \mathbf{i})\left[\frac{(\mathbf{1} + \mathbf{i})^{\mathbf{n}} - \mathbf{1}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{VF} = 540\ (1 + 0{,}02116666667)\left[\frac{(1 + 0{,}02116666667)^{30} - 1}{0{,}02116666667}\right]$$

VF = (551,43)(41,31770408)
VF = 22.783,82

2. Un estudiante de la Universidad Nacional de Loja paga mensualmente por su arriendo $ 165 si la tasa de interés es del 5% anual capitalizable mensualmente y su tiempo está dado en 2 años. Calcule su valor actual.

Datos

R = $ 165
P = ?
i = 5% AKB
t = 2 años

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}05}{12} = \mathbf{0{,}004166666667}$$

$$\mathbf{n} = \frac{2(12)}{1} = \mathbf{24}$$

Forma de cálculo 1.

$$\mathbf{P} = 165 + 165\left[\frac{1-(1+0{,}004166666667)^{-24+1}}{0{,}004166666667}\right]$$

P = 165 + 3.611,66404
P = 3.776,66

Forma de cálculo 2.

$$\mathbf{P} = 165\left[1+\frac{1-(1+0{,}004166666667)^{-24+1}}{0{,}004166666667}\right]$$

P = 165(22,88887297)
P = 3.776,66

Forma de cálculo 3.

$$\mathbf{P} = 165\left[\frac{1-(1+0{,}004166666667)^{-24}}{0{,}004166666667}\right](1+0{,}004166666667)$$

P = 165(22,79389839)(1,004166666667)
P = 3.776,66

Ejercicio 32

1. Se paga mensualmente el arriendo de una oficina por el valor de $ 500 si la tasa de interés es del 5% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá pagado a la propietaria del inmueble durante 2 años y 6 meses?

2. Calcular el valor actual de pagos anticipados por un valor de $ 2,700 trimestralmente, si la tasa de interés es del 16% anual capitalizable trimestralmente, durante 7,7 años.

3. Encuentre el número de depósitos periódicos anticipados bimensuales por un valor de $ 380 si se tiene como monto $ 56.000 a una tasa de interés del 11% anual capitalizable bimensualmente.

4. El valor actual de $ 6.500 está constituido de pagos continuos anticipados cuatrimestrales de $ 230 si la tasa de interés es del 9,50% anual capitalizable cuatrimestralmente. Encuentre el número de pagos.

Capítulo 10
Amortización

– Elementos fundamentales de la amortización
– Sistemas comunes de amortización
– Capital insoluto
– Periodo de gracia
– Derechos y obligaciones del acreedor y deudor
– Reajuste de tasa de interés en amortizaciones
– Valor futuro en fondos de amortización
– Saldo insoluto en fondos de amortización



Capítulo 10: Amortización

Objetivo: Modelar el proceso de extinción gradual de una deuda mediante pagos periódicos que cubren simultáneamente intereses y reducción del capital insoluto.

Marco Conceptual: La amortización financiera es la liquidación sistemática de un préstamo a través de cuotas que combinan interés sobre saldo pendiente y abono a capital (Portus, 1997). Se analizan tres sistemas: **(1) Sistema Francés** —cuota fija $R = C*i / [1 - (1+i)^{-n}]$, interés decreciente y capital creciente por período—; **(2) Sistema Alemán** —amortización constante $A = C/n$, cuota decreciente, menor costo total de intereses—; **(3) Sistema Americano** —pago de intereses puros durante la vigencia y capital en cuota final, con constitución paralela de un *fondo de amortización*—. El texto desarrolla extensamente el Sistema Francés por ser el dominante en la práctica crediticia. Se incorporan además: el **capital insoluto** (C_k) a cualquier período sin construir la tabla completa, el **período de gracia** como diferimiento del inicio de las amortizaciones, el **reajuste de tasa de interés** en créditos de largo plazo con recálculo del saldo pendiente, y el **valor futuro en fondos de amortización** bajo la fórmula de monto de anualidad.

Metodología: Tablas de amortización con cinco columnas: período, capital insoluto inicial, interés, cuota y capital pagado. Comprobación mediante la fórmula directa de capital insoluto $C_k = C(1+i)^k - R*[(1+i)^k - 1]/i$. El capítulo cierra la obra integrando todos los instrumentos previos —interés compuesto, anualidades y ecuaciones de valor— en su aplicación financiera más completa y de mayor impacto práctico.

Coherencia estructural de la obra: Los diez capítulos conforman una progresión epistemológica que va de los fundamentos conceptuales (I–II), al régimen simple (III–VI), al régimen compuesto (VII–VIII) y culmina en sus aplicaciones estructurales más complejas (IX–X: anualidades y amortización).

10. Amortización

La Amortización Financiera corresponde al proceso de extinguir una deuda (préstamo o crédito) de manera gradual a través de una serie de pagos periódicos (cuotas) (Portus, 1997). Cada cuota compromete un porcentaje para disminuir el capital prestado y la diferencia para cubrir los intereses sobre el saldo pendiente.

10.1 Elementos fundamentales de la Amortización

- **Capital (C).–** El monto inicial de la deuda o préstamo otorgado.
- **Tasa de Interés (i).–** Es el costo financiero del dinero que se aplica sobre el valor pendiente de pago en cada periodo.
- **Plazo (n).–** El número total de períodos (meses, cuatrimestres, años) acordados para el pago de la deuda.
- **Cuota (R).–** El pago periódico fijo o variable que el deudor realiza. Se compone de Intereses + Amortización a capital.
- **Interés (I).–** La porción de la cuota destinada a pagar el costo del dinero (I = Capital Insoluto anterior x i).
- **Amortización a Capital (A).–** La porción de la cuota destinada a reducir el principal de la deuda (A = R – I).
- **Capital Insoluto (C_k).–** Es el saldo pendiente de la deuda en un momento determinado (después de realizar el pago k).

10.2 Sistemas Comunes de Amortización

La amortización financiera se rige por diversos sistemas, siendo los tres principales el Francés, el Alemán y el Americano.

1. Sistema Francés (Cuota Fija)

Es el sistema más aplicado en préstamos hipotecarios y personales. Para el efecto se aplica la fórmula de una anualidad ordinaria (vencida), donde el Valor actual (A) es el Capital inicial (C):

Característica	Descripción
Cuota Periódica (R)	Es constante durante toda la vida del préstamo u obligación.
Intereses	Decrecen en cada período ya que se calculan sobre un capital insoluto menor.
Amortización a Capital	Crece en cada período (porque A = R − I, y al ser R fija e I decreciente, A debe aumentar).
Ventaja	Facilita la planificación financiera al deudor debido a la cuota constante.
Fórmula de la Cuota (R)	$$R = C\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

2. Sistema Alemán (Amortización Constante)

Se caracteriza por permitir realizar un pago de capital constante en cada cuota durante toda la vida del préstamo.

Característica	Descripción
Amortización a Capital (A)	Constante en todos los períodos (A = Capital Inicial/n).
Intereses	Decrecen en cada período.
Cuota Periódica (R)	Decrece en cada período (porque R = A + I, y al ser A fija e I decreciente, R debe disminuir).
Ventaja	El deudor paga menos intereses totales que en el sistema francés y el saldo se reduce más rápido al inicio.
Fórmula de la Amortización (A)	$$A = \frac{C}{n}$$

3. Sistema Americano (Fondo de Amortización)

En este sistema el capital se amortiza en un único pago al vencimiento.

Característica	Descripción
Cuota Periódica	Se pagan solo los intereses generados sobre el capital inicial.
Amortización a Capital	Cero durante la vida del préstamo.
Pago Final	La última cuota es la suma de los intereses del último período más el total del capital prestado.
Mecanismo Adicional	A menudo, el deudor realiza depósitos periódicos en un Fondo de Amortización (una inversión aparte) para acumular el capital que pagará al vencimiento.
Fórmula de la Cuota (R)	**R = C * i**

La resolución de los casos de amortización se realizará con el Sistema Frances conocido como pago de cuota fija y que es el más utilizado en el ámbito financiero. A continuación la tabla de amortización:

Tabla 50. Tabla de amortización ilustración.

Tiempo	Capital insoluto al inicio del periodo (ci)	Interés al final del periodo (i)	Cuota o pago (r)	Capital pagado por cuota al final del periodo (cp)
1	Capital Inicial	Disminuye	Fija	Aumenta
2	Capital Insoluto = Capital Inicial – CP			
…	…	…	…	…
n	0	Mínimo	Fija	Máximo

Ejemplo práctico:

1. Un individuo consigue un préstamo de $ 52.000 si la tasa de interés es de 8,68% durante 2 años amortizado en pagos iguales. Calcule el valor de pagos que se realizan semestralmente.

Datos

A = $ 52.000
R = ? Cuatrimestral
i = 8,68% AKC
n = 2 años

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}868}{3} = \mathbf{0{,}029}$$

$$\mathbf{n} = \frac{2(12)}{4} = \mathbf{6}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A\ x\ i}}{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{n}}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{(52.000)(0{,}029)}{1 - (1{,}029)^{-6}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1.508}{0{,}1576205736}$$

R = 9.567,28

Tabla 51. Tabla de amortización.

Tiempo	Capital insoluto al inicio del periodo	Interés al final del periodo	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del periodo
1	52.000	1.508	9.567,28	8.059,28
2	43.940,72	1.274,28	9.567,28	8.293
3	35.647,72	1.033,58	9.567,28	8.533,50

Tiempo	Capital insoluto al inicio del periodo	Interés al final del periodo	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del periodo
4	27.114,22	786,31	9.567,28	8.780,97
5	18.333,25	531,66	9.567,28	9.035,62
6	9.297,63	269,63	9.567,28	9.297,65

El tiempo es igual a uno en atención al cálculo individual de cada cuota considerando el interés simple.

$$\mathbf{t} = \frac{\textbf{tiempo de la cuota}}{\textbf{Capitalización}}$$

$$\mathbf{t} = \frac{180}{180} = \mathbf{1}$$

Se procede a calcular los intereses de cada cuita así como el capital cancelado.

1) Interés vencido al final del primer semestre.

   I = C x i x t
   I = (52.000)(0,029)(1)
   I = 1.508

   Capital pagado al final del primer semestre

   CP = C + I
   CP = 9.567,28 – 1.508 = **8.059,28**

   Capital inicial – Capital pagado al final de la primera cuota

   CI = 52.0000 – 8.059,28 = **43.940,72**

2) Interés vencido al final del segundo semestre.

   I = C x i x t
   I = (43.940,72)(0,029)(1)
   I = 1.274,28

Capital pagado (cp) al final del segundo semestre.

CP = C + I
CP = 9.567,28 – 1.274,28 = **8.293**

Capital insoluto del tercer semestre.

CI = 43.940,72 – 8.293 = **35.647,72**

3) Interés vencido del tercer semestre.

I = C x i x t
I = (35.647,72)(0,029)(1)
I = 1.033,78

Capital pagado al final del tercer semestre.

CP = 9.567,28 – 1.033,78 = **8.533,50**

Capital insoluto del cuarto semestre.

CI = 35.647,72 – 8.533,50 = **27.114,22**

4) Interés vencido del cuarto semestre.

I = C x i x t
I = (27.114,22)(0,029)(1)
I = 786,31

Capital pagado al final del cuarto semestre

CP = 9.567,28 – 786,31 = **8.780,97**

Capital insoluto del quinto semestre.

CI = 27.114,22 – 8.780,97 = **18.333,25**

5) Interés vencido del quinto semestre.

I = C x i x t
I = (18.333,25)(0,029)(1)
I = 531,66

Capital pagado del quinto semestre.

CP = 9.567,28 – 531,66 = **9.035,62**

Capital insoluto del sexto semestre

CI = 18.333,25 – 9.035,62 = **9.297,63**

6) Interés vencido del sexto semestre.

I = C x i x t
I = (9.297,63)(0,029)(1)
I = 269,63

Capital de pagado del sexto semestre.

CP = 9.567,28 – 269,63 = **9.297,65**

10.3 Capital Insoluto

Representa el monto no pagado o saldo de la deuda que queda pendiente de amortizar en una fecha determinada (Villalobos, 2009). Es la base sobre la que se calculan los intereses del siguiente período. Su cálculo utiliza la fórmula de valor actual de una anualidad. Considerando que el sufijo m representa la cuota a ser calculada.

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

Donde k es resultado de la diferencia entre los periodos o cuotas totales (n) del compromiso financiero menos el total de cuotas canceladas (m), dando como resultado aquellas pendientes.

$$\mathbf{k = n - m}$$

Ejemplo práctico:

1. El conseguir un préstamo de $ 15.500 a 8 años le otorga una tasa de interés del 14% anual capitalizable cuatrimestralmente con pago de cuotas cuatrimestrales en un sistema de amortización

gradual. Calcular el saldo insoluto una vez cancelada la 7ma y la 21ava cuota.

Datos

A = $ 15.500
R = ? Cuatrimestral
i = 14% AKC
n = 8 años

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}14}{3} = \mathbf{0{,}0467}$$

$$\mathbf{n} = \frac{8(12)}{4} = \mathbf{24}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{i}}{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{n}}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{(15.500)(0{,}0467)}{1 - (1{,}0467)^{-24}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{723{,}85}{0{,}6655997296}$$

R = 1.087,52

Cálculo del capital insoluto cancelada la 7ma cuota.

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

K = 24 – 7 = **17**

$$\mathbf{P_7} = 1.087{,}52\left[\frac{1 - (1{,}0467)^{-17}}{0{,}0467}\right] = \mathbf{12.568{,}66}$$

El valor de $ 12.568,66 es aquel cancelada la 7ma cuota.

Cálculo del capital insoluto cancelada la 21ava cuota.

K = 24 – 21 = **3**

$$\mathbf{P_{21}} = 1.087{,}52\left[\frac{1-(1{,}0467)^{-3}}{0{,}0467}\right] = \mathbf{2.979,99}$$

El valor de $ 2.979,99 es el valor pendiente de cancelar luego de la 21ava cuota.

10.4 Periodo de Gracia

Es un lapso de tiempo al inicio del préstamo donde el deudor está eximido de realizar pagos parciales o un pago completo (Mora, 2009). Existen dos tipos:

- **Período de Gracia Muerto (Total).–** No se paga ni capital ni intereses. Los intereses se ***capitalizan*** (se suman al capital insoluto), haciendo que la deuda crezca durante este período.
- **Período de Gracia Vivo (Parcial).–** Se pagan solo los ***intereses*** causados, pero no se realiza abono al capital (amortización). El capital insoluto se mantiene constante durante este período (Ramirez et al., 2009).

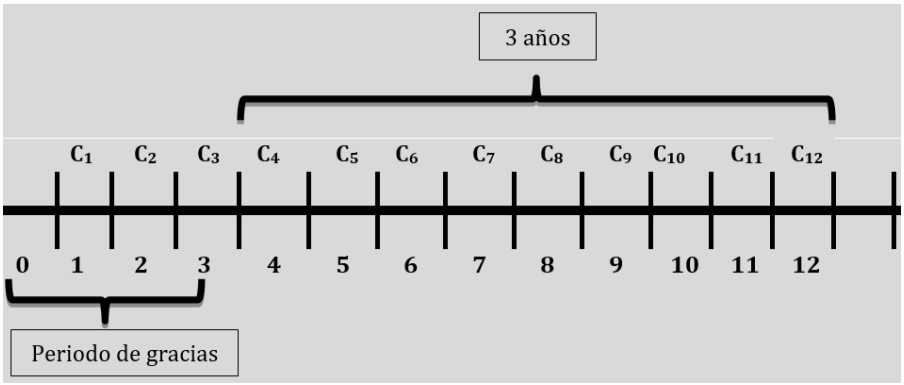
Ejemplos prácticos:

1. Un constructor obtiene un préstamo por $ 35.000 con una tasa fijada al 12,40% capitalizable cuatrimestralmente, el tiempo de duración es de 4 años. La entidad financiera resuelve darle como beneficio un periodo de gracia constituido en 3 cuotas cuatrimestrales. Calcule la cuota cuatrimestral y el saldo insoluto una vez cancelada la antepenúltima cuota.

Datos

R = ?
A = $ 35.000
i = 12,40% AKC
n = 4 años

Desarrollo



$$\mathbf{i} = \frac{0{,}124}{3} = \mathbf{0{,}0413}$$

$$\mathbf{n} = \frac{3(12)}{4} = \mathbf{9}$$

Se calcula la renta considerando el periodo de gracia.

$$\mathbf{R} = \frac{(35.000)(0{,}0413)}{1-(1+0{,}0413)^{-9}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1.445{,}5}{0{,}3052681901}$$

R = 4.735,18

Si no existiera periodo de gracias el resultado sería tener una renta cuatrimestral menor.

$$R = \frac{(35.000)(0{,}0413)}{1-(1+0{,}0413)^{-12}}$$

$$R = \frac{1.445{,}5}{0{,}3846962254}$$

R = 3.757,51

Ahora se procede a calcular el saldo insoluto una vez cancelado el antepenúltimo pago.

K = 9 – 7 = **2**

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1}-(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{P_7} = 4.735{,}18\left[\frac{1\text{-}(1+0{,}0413)^{-2}}{0{,}0413}\right]$$

P_7 = 8.914,39

El interés del penúltimo pago será.

I = (8.914,39)(0,0413)(1)

I = 368,16

La tabla de amortización se puede construir en cualquier periodo. A continuación su elaboración con los datos calculados.

Periodo	Capital insoluto	Interés	Cuota	Capital pagado
8	8.914,39	368,16	4.735,18	4.367,02

2. Considerando el ejercicio anterior encontrar el capital insoluto y el interés después del cuarto y sexto pago.

Capital Insoluto después del 4to pago.

K = 9 – 4 = **5**

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{P_4} = 4.735{,}18\left[\frac{1\text{-}(1 + 0{,}0413)^{-5}}{0{,}0413}\right]$$

$$\mathbf{P_4 = 21.003{,}42}$$

$$\mathbf{I} = (21.003{,}42)(0{,}0413)(1)$$
$$\mathbf{I = 867{,}44}$$

Periodo	Capital insoluto	Interés	Cuota	Capital pagado
5	21.003,42	867,44	4.735,18	3.867,74

Capital Insoluto después del 6to pago.

$\mathbf{K} = 9 - 6 = \mathbf{3}$

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

$$\mathbf{P_4} = 4.735{,}18\left[\frac{1\text{-}(1 + 0{,}0413)^{-3}}{0{,}0413}\right]$$

$$\mathbf{P_4 = 13.108{,}20}$$

$$\mathbf{I} = (13.108{,}20)(0{,}0413)(1)$$
$$\mathbf{I = 541{,}44}$$

Periodo	Capital insoluto	Interés	Cuota	Capital pagado
7	13.108,20	541,37	4.735,18	4.193,81

10.5 Derechos y obligaciones del Acreedor y Deudor

La amortización se enmarca en una relación contractual que confiere derechos y obligaciones a ambas partes (Mora, 2009; Portus, 1997; Ramirez et al., 2009; Villalobos, 2009).

10.5.1 Derechos y Obligaciones del Acreedor (Prestamista)

Derechos	Obligaciones
Exigir el pago: Recibir la cuota (capital + intereses) en la fecha pactada.	**Informar con claridad:** Proveer la tabla de amortización y las condiciones del crédito.
Recibir garantía: Ejecutar la garantía (prenda, hipoteca) en caso de incumplimiento grave.	**Respetar el contrato:** Aplicar las tasas y el sistema de amortización acordados.
Penalizar el incumplimiento: Cobrar intereses de mora y/o comisiones por retraso.	**Aceptar prepagos:** Permitir al deudor realizar pagos anticipados a capital (a menudo con o sin penalización, según la legislación).

10.5.2 Derechos y Obligaciones del Deudor (Prestatario)

Derechos	Obligaciones
Ser informado: Conocer el desglose de su cuota (interés vs. capital).	**Pagar la cuota (R):** Realizar el pago completo en la fecha y lugar convenidos.
Pagar anticipadamente: Realizar abonos extras a capital para reducir el plazo o el valor de la cuota restante.	**Usar el fondo para el fin pactado** (en créditos específicos).
Recibir el bien libre: Obtener la liberación de la garantía una vez liquidada la deuda (por ejemplo, el levantamiento de la hipoteca).	**Suministrar información veraz** sobre su situación financiera.

Con esos términos, se evidencia la necesidad de conocer cálculos que permitan determinar la relación acreedor – deudor que se presenta en la siguiente ecuación.

Deuda = Derechos del Acreedor + Derechos del Deudor ó

Deuda Original = Saldo Insoluto + Parte amortizada

10.6 Reajuste de Tasa de Interés en Amortizaciones

La ***amortización con ajuste de la tasa de interés*** (o ***tasa variable/ flotante***) es un mecanismo financiero en el cual ***la tasa de interés aplicada al préstamo no es fija***, sino que se revisa periódicamente (mensual, trimestral, semestral o anualmente) en función de un índice de referencia del mercado. Este proceso introduce una complejidad en la amortización, ya que el cálculo de ***la cuota periódica debe ajustarse en cada fecha de revisión.***

En un sistema de amortización a tasa variable (comúnmente usado en hipotecas), el cálculo de cada cuota se divide en periodos (tramos) con una tasa de interés constante, definida por la última revisión.

Ejemplo práctico:

1. Un individuo al conseguir un préstamo de $ 350.000 con una tasa de interés del 18,70% anual capitalizable trimestralmente a un tiempo de 16 años requiere encontrar el valor de la renta generada trimestralmente.

a). Obtener la renta y tabla de amortización.

b). Tabla de amortización.

c). Saldo insoluto cancelada la 42ava y 62ava cuota.

d). Al deudor, la institución financiera le otorga 3 periodos de gracia. Calcular la cuota y el saldo insoluto una vez cancelada la cuota penúltima.

e). Derechos del acreedor y deudor en periodos de gracia, cancelada la 35va cuota.

f). Amortización con reajuste de la tasa del 0,8 puntos porcentuales adicionales al interés original.

Datos

A = $ 350.000
R = ? Trimestral
i = 18,70% AKT
t = 16 años

Desarrollo

a) Obtener la renta y tabla de amortización.

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}187}{4} = \mathbf{0{,}04675}$$

$$\mathbf{n} = \frac{(16\ )(12)}{3} = \mathbf{64}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A(i)}}{\mathbf{1} - \mathbf{(1+i)^{-n}}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{350.000\ (0{,}04675)}{1 - (1{,}04675)^{-64}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{16.362{,}50}{0{,}946291}$$

R = 17.291,20

b) Tabla de amortización.

Tabla 52. Tabla de amortización

Tiempo	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado
1	350.000	16.362,50	17.291,20	928,70
2	349.071,30	16.319,08	17.291,20	972,17
...	...	...	...	...
43	234.502,80	10.363,01	17.291,20	6.328,19
...	...	...	...	...
63	32.600,11	1.510,03	17.291,20	15.781,17

Cuota 1

$\mathbf{I_1}$ = 350.000(0,04675)(1) **Cp** = 17.291,20 – 16.362,50
$\mathbf{I_1 = 16.362,50}$ **Cp = 928,70**

Cuota 2

$\mathbf{P_2}$ = 350.000 – 928,70

$\mathbf{P_2 = 349.071,30}$

$\mathbf{I_2}$ = 349.071,30(0,04675)(1) **Cp** = 17.291,20 – 16.319,08
$\mathbf{I_2 = 16.319,08}$ **Cp = 972,17**

c) Saldo insoluto cancelada la 42ava y 62ava cuota.

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{R}\left[\frac{\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{i})^{-\mathbf{k}}}{\mathbf{i}}\right]$$

Cancelada la 42va cuota

k = 64 – 42 = **22**

$$\mathbf{P_{42}} = 17.291{,}20\left[\frac{1 - (1{,}04675)^{-22}}{0{,}04675}\right]$$

$\mathbf{P_{42}}$ **= 234.502,80**

$\mathbf{I_{43}}$ = 234.502,80(0,04675)(1) **Cp** = 17.291,20 – 10.963,01
$\mathbf{I_{43} = 10.963,01}$ **Cp = 6.328,19**

Cancelada la antepenúltima cuota (62va cuota)

k = 64 – 62 = **2**

$$\mathbf{P_{62}} = 17.291{,}20\left[\frac{1 - (1{,}04675)^{-2}}{0{,}04675}\right]$$

$\mathbf{P_{62}}$ **= 32.300,11**

$\mathbf{I_{63}}$ = 32.300,11(0,04675)(1) **Cp** = 17.291,20 – 1.510,03
$\mathbf{I_{63} = 1.510,03}$ **Cp = 15.781,17**

d) Al deudor, la institución financiera le otorga 3 periodos de gracia. Calcular la cuota y el saldo insoluto una vez cancelada la cuota penúltima.

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A(i)}}{\mathbf{1} - \mathbf{(1+i)^{-n}}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{350.000\ (0{,}04675)}{1 - (1{,}04675)^{-61}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{16.362{,}50}{0{,}93844002632}$$

R = 17.436,59

k = 64 – 3 = **61**

n = 4(16 años) **n** = 64 – 3 (gracia)
n = 61

Tabla 53. Tabla de amortización.

Tiempo	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado
1	350.000	16.362,50	17.436,59	1.074,09
...	...	...	...	...
61	16.657,84	778,75	17.436,59	16.512,45

Cuota 1

$\mathbf{I_1}$ = 350.000(0,04675)(1) **Cp** = 17.436,59 – 16.362,50
$\mathbf{I_1}$ **= 16.362,50** **Cp = 1.074,09**

Cuota 63

k = 61 – 60 = **1**

$$\mathbf{P_{60}} = 17.436{,}59\left[\frac{1 - (1{,}04675)^{-1}}{0{,}04675}\right]$$

$\mathbf{P_{60}}$ **= 16.657,84**

$\mathbf{I_{63}}$ = 16.657,84(0,04675)(1) **Cp** = 17.291,20 – 778,75
$\mathbf{I_{63}}$ **= 778,75** **Cp = 16.512,45**

e) Derechos del acreedor y deudor en periodos de gracia, cancelada la 35va cuota.

k = 61 – 35 = **26**

$$\mathbf{P_{35}} = 17.436{,}59\left[\frac{1-(1{,}04675)^{-26}}{0{,}04675}\right]$$

$\mathbf{P_{35}}$ **= 259.274,59** es el equivalente del derecho del acreedor

Derecho del deudor = Cuota total – derecho del acreedor

derecho del deudor = 350.000 – 259.274,59

derecho del deudor = 90.725,41 (25,92%)

f) Amortización con reajuste de la tasa del 0,8 puntos porcentuales adicionales al interés original. Luego de cancelar la 23va y 45va cuota.

i = 18,70% + 0,8
i = 19,50% AKT

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}195}{4}$$

i = 0,04875

Cuota 23ava. Saldo Insoluto

k = 64 – 23 = **41**

$$\mathbf{P_{41}} = 17.291{,}20\left[\frac{1-(1{,}04675)^{-41}}{0{,}04675}\right]$$

$\mathbf{P_{41}}$ **= 313.047,79**

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A(i)}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}$$

n = 64 – 23 **= 41**

$$\mathbf{R} = \frac{313.047{,}79(0{,}04875)}{1-(1{,}04875)^{-41}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{15.261{,}08}{0{,}8579474374}$$

R = 17.787,90

Cuota 24ava.

$\mathbf{I_{24}}$ = 313.047,79(0,04875)(1) **Cp** = 17.787,90 – 15.261,08
$\mathbf{I_{24}}$ **= 15.261,08** **Cp = 2.526,82**

Se calcula la cuota 45.

k = 64 – 45 = **19**

$$\mathbf{P_{44}} = 17.787{,}90\left[\frac{1-(1{,}04875)^{-19}}{0{,}04875}\right]$$

$\mathbf{P_{44}}$ **= 217.179,30**

$\mathbf{I_{63}}$ = 217.179,30(0,04875)(1) **Cp** = 17.787,90 – 10.587,49
$\mathbf{I_{63}}$ **= 10.587,49** **Cp = 7.200,41**

Tabla 54. Tabla de amortización.

Tiempo	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado
24	313.047,79	15.261,08	17.787,90	2.526,82
...	...	...	...	...
45	217.179,30	10.587,49	17.787,90	7.200,41

10.7 Valor Futuro en Fondos de Amortización

El cálculo del Fondo de Amortización está relacionado directamente con la fórmula del ***Valor Futuro (VF) de una anualidad ordinaria*** (pagos al final del período) (Mora, 2009). La meta del fondo es el VF, y el aporte periódico es la Renta (R).

Dado que en un Fondo de Amortización el objetivo (el Capital C) se conoce y es igual al VF, el problema se reduce a calcular la renta (R) que debe depositarse periódicamente, conocido como ***Factor de Fondo de Amortización*** (también conocido como *Factor de Recuperación de Capital Inverso*).

$$R = VF\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

El término entre corchetes, indica la cantidad que se debe depositar en el fondo por cada unidad monetaria que se necesita acumular.

Ejemplo práctico:

1. Un cuenta ahorrista pretende ahorrar un valor de $ 5.000 en un Fondo complementario provisional cerrado durante 2 años, si los depósitos se realizan de forma cuatrimestral con una tasa de interés del 12,50% anual capitalizable cuatrimestralmente. Encuentre la cuota cuatrimestral y elabore la tabla de amortización.

Datos

A = $ 50.000
R = ? Cuatrimestral
i = 12,50% AKC
t = 2 años

Desarrollo

$$i = \frac{0{,}125}{3} = \mathbf{0,0417}$$

$$n = \frac{2(12)}{4} = \mathbf{6}$$

$$R = \frac{A \times i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{(50.000)(0{,}0417)}{(1{,}0417)^6 - 1}$$

$$R = \frac{2.085}{0{,}2777797021}$$

$$R = 7.505{,}95$$

Tabla 55. Tabla de amortización.

Tiempo	Renta	Interés (ganancia)	Total añadido al fondo (AF)	Fondo acumulado (FA)
1	7.505,95		7.505,95	7.505,95
2	7.505,95	312,99	7.818,94	15.324,89
3	7.505,95	639,05	8.145,00	23.469,89
4	7.505,95	978,69	8.484,64	31.954,53
5	7.505,95	1.332,50	8.838,45	40.792,98
6	7.505,95	1.701,07	9.207,02	49.999,04
Total	**45.035,70**	**4.961,30**	**50.000**	

En el primer periodo únicamente se registra el valor de la renta.

En el segundo periodo
Intereses generados por la 1ra. renta.

$\mathbf{I_1}$ = (7.505,95)(0,0417)(1)
I_1 = 312,99

Total añadido al fondo

AF = 312,99 + 7.505,95
AF = 7.818,94

Fondo Acumulado

FA = 7.818,94 + 7.505,95
FA = 15.324,89

En el tercer periodo
Intereses generados por la 2da. renta.

$\mathbf{I_1}$ = (15.324,89)(0,0417)(1)
I_1 = 639,05

Total añadido al fondo

AF = 639,05 + 7.505,95
AF = 8.145

En el quinto periodo
Intereses generados por la 2da. renta.

$\mathbf{I_1}$ = (31.954,53)(0,0417)(1)
I_1 = 1.332,50

Total añadido al fondo

AF = 1.332,50 + 7.505,95
AF = 8.838,45

Fondo Acumulado

FA = 31.954,53 + 8.838,45
FA = 40.792,98

En el sexto periodo
Intereses generados por la 2da. renta.

$\mathbf{I_1}$ = (40.792,98)(0,0417)(1)
I_1 = 1.701,07

Total añadido al fondo

AF = 1.701,07 + 7.505,95
AF = 9.207,02

Fondo Acumulado

FA = 15.324,89 + 8.145
FA = 23.469,89

Fondo Acumulado

FA = 40.792,02 + 9.207,02
FA = 49.999,04

En el cuarto periodo
Intereses generados por la 2da. renta.

$\mathbf{I_1}$ = (23.469,89)(0,0417)(1)
$\mathbf{I_1 = 978,69}$

Total añadido al fondo

AF = 978,69 + 7.505,95
AF = 8.484,64

Fondo Acumulado

FA = 23.469,89 + 8.484,64
FA = 31.954,53

10.8 Saldo Insoluto en Fondos de Amortización

En fondos de amortización también se puede calcular el saldo insoluto (SI) que *viene a ser el valor pendiente por acumular para llegar al monto prefijado*.

$$\mathbf{SI = M - R\left[\frac{(1+i)^m - 1}{i}\right]}$$

El valor de M representa el monto que se quiere ahorrar y m es el número de depósitos (rentas).

Ejemplos prácticos:

1. Considerando el ejemplo anterior se puede solicitar el cálculo del valor que se ha acumulado y el saldo insoluto en el quinto periodo.

Datos

A = $ 50.000
R = $ 7.505,95 Cuatrimestral
i = 12,50% AKC = 0,0417
m = 5to periodo

Desarrollo

$$\mathbf{SI} = \mathbf{M} - \mathbf{R}\left[\frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{m}}-\mathbf{1}}{\boldsymbol{i}}\right]$$

$$\mathbf{SI_5} = 50.000 - 7.505{,}95\left[\frac{(1+0{,}0417)^5-1}{0{,}0417}\right]$$

$\mathbf{SI_5}$ = 50.000 – 7.505,95(5,434754482)
$\mathbf{SI_5}$ = 50.000 – **40.792,99**
$\mathbf{SI_5}$ **= 9.207,01**

El valor o fondo acumulado en el quinto periodo es de $ 40.792,99 y el valor restante o saldo insoluto es de $ 9.207,01

2. Un individuo proyecta tener un ahorro de $ 84.000 en un Fondo previsional una vez cumplidos 10 años de servicio, si le ofrecen una tasa de interés del 16,80% anual capitalizable mensualmente y depósitos mensuales. Desea saber el valor acumulado y el saldo insoluto al 72 avo y 113 avo periodo.

Datos

A = $ 84.000
R = ? mensual
i = 16,80% AKM
t = 10 años
SI = 72 avo
SI = 113 avo

Desarrollo

$$\mathbf{i} = \frac{0{,}168}{12} = \mathbf{0,014}$$

$$\mathbf{n} = \frac{10(12)}{1} = \mathbf{120}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{A\ x\ i}}{\mathbf{(1+i)^n - 1}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{(84.000)(0{,}014)}{(1{,}014)^{120} - 1}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1176}{4{,}30340263}$$

$$\mathbf{R = 273{,}27}$$

Ahora se procede a calcular los saldos insolutos.

$$\mathbf{SI} = \mathbf{M} - \mathbf{R}\frac{\mathbf{(1+i)^m - 1}}{\mathbf{i}}$$

$$\mathbf{SI_{72}} = 84.000 - 273{,}27\frac{(1 + 0{,}014)^{72} - 1}{0{,}014}$$

$\mathbf{SI_{72}}$ = 50.000 – 273,27(122,9304591)
$\mathbf{SI_{72}}$ = 50.000 – **33.593,21**
$\mathbf{SI_{72}}$ **= 16.406,79**

El valor acumulado al 72avo periodo es de $ 33.593,21 y el saldo insoluto es de $ 16.406,79

$$\mathbf{SI} = \mathbf{M} - \mathbf{R}\frac{\mathbf{(1+i)^m - 1}}{\mathbf{i}}$$

$$\mathbf{SI_{113}} = 84.000 - 273{,}27\frac{(1 + 0{,}014)^{113} - 1}{0{,}014}$$

$\mathbf{SI_{113}}$ = 84.000 – 273,27(272,2566668)
$\mathbf{SI_{113}}$ = 84.000 – **74.399,57935**
$\mathbf{SI_{113}}$ **= 9.600,42**

El valor acumulado al 113avo periodo es de $ 74.399,58 y el saldo insoluto es de $ 9.800,42

Ejercicio 33

1. La señora Rosa Margarita logra conseguir un préstamo por $ 30.000 si la tasa de interés es del 16% AKC la cual será amortizada con pagos iguales cuatrimestrales durante 2 años y 4 meses ¿Cuál es el valor cuatrimestral?

2. Considerando los datos del ejercicio uno se desea calcular el capital insoluto una vez cancelado el quinto periodo de pago.

3. Se tiene una deuda de $ 130.000 a una tasa de interés del 18,30% anual capitalizable bimensualmente, si el tiempo esta dado para 25 años. Construya la tabla de amortización para los periodos bimensuales cancelados, 8vo, 57avo y 121avo que da lugar a los saldos insolutos.

4. Se consigue un préstamo por el valor de $ 52.000 si la tasa de interés es del 8,68% anual capitalizable semestralmente durante 4 años amortizados en pagos iguales semestrales. Calcule el valor de los pagos.

5. Tomando como línea base el ejercicio 4to. Calcule el valor insoluto cancelada la cuarta cuota.

6. La deuda es de $ 24.000 si la tasa de interés es del 11% anual capitalizable trimestralmente para un tiempo de 12 años.

a). Calcule la cuota trimestral.

b). Calcule el valor insoluto una vez cancelada la 7ma, 16ava cuota y la 31ava cuota.

7. La adquisición de un bien inmueble se realiza con un préstamo hipotecario por el valor de $ 200.000 a 12 años y 6 meses, si debe cancelar dicha obligación con rentas mensuales con una tasa de

interés del 8,86% anual capitalizable mensualmente. Calcule el derecho del acreedor y deudor una vez cancelada la 80ava cuota.

8. Continuando, con los datos del ejercicio anterior, elabore la tabla de amortización con los tres primeros pagos. Encuentre el saldo insoluto una vez cancelado las 105ava cuota y posterior un reajuste de la tasa de interés del 9,50% anual capitalizable mensualmente.

9. Considerando el reajuste de la tasa de interés del ejercicio anterior. Calcule el saldo insoluto una vez cancelada la penúltima cuota.

Respuesta de ejercicios



Respuesta de ejercicios

1. Generalidades

No se presentan ejercicios

2. Cálculos generales

Ejercicio 1

1.	-52,5	2.	0,03	3.	1,052
4.	0,702	5.	0,79	6.	26,25
7.	0,68	8.	2,04		

Ejercicio 2

Nomenclatura

TC	Total Costo
B	Beneficio
D	Descuento
VPSI	Valor a pagar sin impuesto (IVA)
VRC	Valor restante por cancelar
DI	Descuento de Impuesto
IVA	IVA a pagar
CP	Costo de Producción
P	Precio
A	Absorción
PVPb	Precio de venta al público con beneficio
VPCI	Valor a pagar con impuesto (IVA)

1. b = 7,71; c = 29,27; TC = 67,78
2. b = 31,28; c = 40,71; TC = 124,29; B = 7,35

3. Primera forma de pago: D = 60; VPSI = 690; VRC = 240
   Segunda forma de pago: D = 75; IVA = 81; DI = 3,24; IVAp = 77,76
4. B = 3,8%; P = 51,90; IVA = 6,23; A = 2,49; PVP = 55,64
5. b = 572,40; c = 479,51; TC = 1.771,91; B = 136,08; PVPb = 1.907,99
6. Primera forma de pago: a = 350; VPSI = 1.650; IVA = 198; VPCI = 1.848
   Segunda forma de pago: b = 120; VPSI = 1.800; IVA = 225; VPCI = 2.105

Ejercicio 3

Nomenclatura

VS	Valor de salvamento
CD	Cargo por depreciación
CDN	Cargo por depreciación nuevo
PVL	Precio valor en libros
NVS	Nuevo valor de salvamento

1. VS = 3.080; CD = 7.084

   CD proporcional 4 meses: x_1 = 2.361,33
   CD proporcional 7 meses: x_2 = 4.132,33
   CD proporcional 5 meses: x_3 = 2.951,67
   PVL = 17.838,34; PVL+arreglos = 24.768,34; NVS = 2.724,52
   CDN = 6.852,90; Tabla

2. VS = 267.000; CD = 697.166,67

   CD proporcional 8 meses: x_1 = 464.777,78
   CD proporcional 5 meses: x_2 = 290.486,11
   Tabla

3. VS = 55.500; CD = 39.312,50

   CD proporcional 9 meses: x_1 = 29.484,37
   CDN = 32.644,56
   CD proporcional 8 meses: x_2 = 21.763,04
   Tabla

4. VS = 2.799,89; CD = 5.039,80

Arreglo: CD proporcional 9 meses: x_1= 1.679,93; VS = 2.686,17; x_2 = 2,67 años; Sumatoria tiempo restante = 6,17 años; CDN = 3.047,52; x_3 = 2.031,68; x_4 = 1.523,76
Tabla

5. VS = 9.520; CD = 10.260

CD proporcional 5 meses: x_1= 4.275
Arreglo 1: vida nueva = 8,91 años; VS = 9.783,90; CDN = 6.745,35; CD proporcional 7 meses: x_2= 3.934,79; CD proporcional 9 meses: x_3= 5.059,01
Arreglo 2: vida nueva = 9,58 años; VS = 6.652,07; CDN = 5.428,30; CD proporcional 3 meses: x_4= 1.357,08; CD proporcional 4 meses: x_5 = 1.809,43
Tabla

6. VS = 50.000; CD = 30.000

Tabla

Ejercicio 4

1. n = 1,84575553
2. n = 3,02
3. i = 23,42%
4. i = - 4,66%
5. n = -31,80499203
6. $\mathbf{i} = \left[\text{antilog}\left(\frac{\log -0,02981260647}{-16}\right) - 1\right]$
7. i = 6,70%
8. $n = \left[\frac{\log -8,4}{0,1461280357}\right]$
9. i = -6,30%
10. i = 7,14%

Ejercicio 5

1. n = 12
2. d = 17,80
3. u_{32} = 485

Ejercicio 6

Nomenclatura

a	Primer valor de la progresión
u	Último valor de la progresión
S	Total de la progresión
d	Diferencia
n	Número de términos

1. u = 6.675; S = 98.100
2. a = -410,75; S = -22.432,75
3. u_{12} = 755,4; S = 21.512,40
4. u = -1.274; S = -9048
5. a = 2.000; n = 64,44
6. u = 340; S = 4.356

Ejercicio 7

Nomenclatura

r	Razón

1. u = 1,306684289 x 10^{-25}; S = -17,14
2. u = 2,233623878 x 10^{23}; S = 3,092709985 x 10^{23}
3. u = 43´046.721; S = 64´570.080
4. u = 0,06561; S = 428,54
5. a = 6,292147744 x 10^{-45}; u = 8.456,07
6. S = -1,458719755 x 10^{59} ; u = -1,497340877 x 10^{59}

Ejercicio 8

1. n = 19,76; S = 18.095,50
2. u = -2,61 x 10^{-16} ; S = -84
3. u = 2,52 x 10^{34} ; S = 2,554590943 x 10^{34}

Ejercicio 9

1. x = 0,6
2. x = 6,5
3. x = 0,8
4. y = 15
5. x = 7
6. x = - 4
7. y = 10
8. x = - 0,2
9. x = - 5
10. x = 7,57
11. x = 3,75
12. x = 1,67
13. y = - 3
14. x = 1,2
15. x = 1,75
16. x = 2,33
17. x = 9
18. x = 1,54
19. x = -5
20. x = 4,50
21. x = 3,25
22. x = - 0,06
23. x = - 2
24. x = 0,77
25. x = 0,81
26. x = 4,67
27. x = 1
28. y = 5/3; x = 0
29. x = 24/115
30. z = - 9; y = -15; x = -12

Ejercicio 10

1. $y_1 = \frac{-2+\sqrt{-16}}{2}$ $y_2 = \frac{-2-\sqrt{-16}}{2}$
2. $x_1 = 2$; $x_2 = 4$
3. $x_1 = -1 + \frac{\sqrt{15}}{5}$ $x_2 = -1 - \frac{\sqrt{15}}{5}$
4. $x_1 = \frac{-4+\sqrt{32}}{4}$ $x_2 = \frac{-4-4\sqrt{2}}{4}$
5. $x_1 = \frac{3}{2}$ $x_2 = 1$
6. $x_1 = \frac{-5+\sqrt{105}}{4}$ $x_2 = \frac{-5-\sqrt{105}}{4}$
7. $x_1 = -1$ $x_2 = -4$
8. $x_1 = 2$ $x_2 = 1$
9. $x_1 = -2$ $x_2 = -2$
10. $x_1 = -1 + \sqrt{3}$ $x_2 = -1 - \sqrt{3}$
11. $x_1 = 1 + \sqrt{-3}$ $x_2 = 1 - \sqrt{-3}$
12. $x_1 = 2$ $x_2 = -4$
13. $x_1 = 2$ $x_2 = \frac{-11}{4}$
14. $x_1 = 2$ $x_2 = \frac{1}{3}$
15. $x_1 = \frac{2}{3}$ $x_2 = 1$
16. $z_1 = \frac{1+\sqrt{-14}}{3}$ $z_2 = \frac{1-\sqrt{-14}}{3}$
17. $x_1 = \frac{45 + 21\sqrt{5}}{10}$ $x_2 = \frac{45 - 21\sqrt{5}}{10}$
18. $y_1 = \frac{5+\sqrt{37}}{2}$ $y_2 = \frac{5-\sqrt{37}}{2}$

3. Interés simple

Ejercicio 11

Nomenclatura

I	Interés
C	Capital
It	Interés total
IE	Interés exacto
IO	Interés ordinario
TE	Tiempo exacto
TA	Tiempo aproximado
Acal	Año calendario
Acom	Año Comercial

1. I = 432,25
2. I = 245
3. I = 2.929,17
4. I = 5.479,45
5. I = 1.866,67
6. I = 16.041,67
7. I = 14,88
8. I = 76,09
9. TE y Acal valor de I = 532,44
   TA y Acal valor de I = 522,72
10. TE y Acal valor de I = 3.068,38
    TA y Acal valor de I = 2.992,93
    TE y Acom valor de I = 3.111
    TA y Acom valor de I = 3.034,50
11. TE y Acal valor de I = 1.949,42
    TA y Acal valor de I = 1.934,88
    TE y Acom valor de I = 1.976,50
    TA y Acom valor de I = 1.961,75
12. TE y Acal valor de I = 1.479,14
    TA y Acal valor de I = 1.466,66
    TE y Acom valor de I = 1.499,68
    TA y Acom valor de I = 1.487,03
13. TE y Acal valor de I = 76,79
    TA y Acal valor de I = 75,17
14. I_1 = 3.166,67
    C_2 = 28.166,67; I_2 = 3.239,17
    C_3 = 31.405,84; I_3 = 1.907,90
    It = 8.313,74

15. TE y Acal valor de I = 4.763,84
TA y Acal valor de I = 4.688,22
TE y Acom valor de I = 4.830
TA y Acom valor de I = 4.753,33

16. TE y Acal valor de I = 10.624,23
TA y Acal valor de I = 10.568,90
TE y Acom valor de I = 10.771,20
TA y Acom valor de I = 10.715,10
Respuesta: beneficio para la persona que se endeuda es con IE con TA.

17. TE y Acal valor de I = 2.923,16
TA y Acal valor de I = 2.881,55
TE y Acom valor de I = 2.967,98
TA y Acom valor de I = 2.925,74

18. TE y Acal valor de I = 32.986,07
TA y Acal valor de I = 32.498,29
TE y Acom valor de I = 33.469,87
TA y Acom valor de I = 32.974,93

Ejercicio 12

1. C = 30.000
2. C = 13.598,04
3. C = 7.031,25
4. C = 277.777,78
5. C = 11.495,80
6. C = 81.818,18
7. TE y Acal valor de C = 5.049,70
TA y Acal valor de C = 5.139,24
TE y Acom valor de C = 4.980,53
TA y Acom valor de C = 5.068,84
8. C = 8.323,17

Ejercicio 13

Nomenclatura

i Tasa de interés

1. i = 9,55% anual
2. i = 8% anual
3. i = 18,94% anual
4. i = 16,40% anual
5. i = 6% anual
6. i = 4,80% anual

7. TE y Acal valor de i = 15,50% semestral
   TA y Acal valor de i = 15,80% semestral
   TE y Acom valor de i = 10,20% cuatrimestral
   TA y Acom valor de i = 10,39% cuatrimestral

Ejercicio 14

1. t = 127 días
2. t = 9 días
3. t = 94 días
4. t = 64,8 días
5. t = 295,8363769 días
   t = 9 meses y 25,84 días
6. t = 440,3295238 días
   t = 1 año, 2 meses y 20,33 días
7. Acom el valor de t = 7 meses y 15 días
   Acal el valor de t = 7 meses y 18,125 días
8. I_1 = 950 interés pagado
   C_2 = 3.750 capital de inversión
   I_2 = 996,66 interés cobrado
   TotalI = 46,66 ganancia neta
9. t = 180 días; Se realiza el retiro el último días de junio de 2024
10. i_1 = 13,26% anual; i_2 = 18,26%; I_2 = 1.217,33
11. C = 5.073,99
    a) t = 129 días o t = 4 meses y 9 días
    b) i = 9,70% trimestral

Ejercicio 15

Nomenclatura

M Monto

1. M = 15.249,50; I = 4.749,50
2. TA = 514 días; M = 36.075,19; I = 6.075,18
   TE = 523 días; M = 36.181,56; I = 6.181,56

3. M = 51.875
4. M = 178,13
5. M = 3.600
6. M = 50.937,50; I = 937,50
7. I = 4.375; M = 39.375; t = 187,50 años o t = 6 meses y 7,5 días aprox.

Ejercicio 16

Nomenclatura

VA	Valor Actual
BcPA	Beneficio con pago anticipado o Ahorro del Valor Actual
C	Capital
VN	Valor Nominal
Dif	Diferencia ente I - BcPA

1. VA = 48.855,81
2. M = 17.225; I = 7.225; VA = 12.991,83; BcPA = 4.233,17
3. TE = 231 días; VA = 34.348,42
4. TE = 255 días; VA = 57.204,25
   No cumplimiento: TE = 39 días; VA = 57.082,26
5. TA = 393 días; M = 13.480,25
   TA = 179 días; VA = 11.580,14
   I = 2.980,25; BcPA = 1.900,11
6. VA = 24.377,03; C = 23.689,20; BcPA = 622,97
7. I = 225,625; VA = 685.696,81; BcPA = 14.928,19
8. VN = 13.288,65; VA = 13.782,90; I = 1.251,35; BcPA = 757,10; Dif = 494,25
9. C = 27.344,65; I = 2.554,35; VA = 29.344,05; BcPA = 1.075,95; Dif = 1.478,40
10. C = 23.076,92; I = 1.923,08; VA = 23.809,52; BcPA = 1.190,48; Dif = 732,60
11. C = 148.662,04; I = 1.337,96; VA = 149.328,02; BcPA = 671,98
12. M = 1.926; I = 126; VA = 1.848,96; BcPA = 77,04
13. M = 28.423,61; I = 3.423,61; VA = 26.083,30; BcPA = 2.340,26
14. M = 424.052,50; I = 60.490; VA = 419.853,96; BcPA = 1.075,95; Dif = 59.414,05

15. C = 17.349,96; I = 17.349,96; VA = 17.791,16; BcPA = 758,84; Dif = 441,20

16. M = 18.585; I = 585; VA = 18.445,12; BcPA = 139,88; Dif = 445,12

Ejercicio 17

Nomenclatura

ML	Método Lagarto
MSD	Método de Saldos Deudores
Cfm	Cuota fija mensual
Cfb	Cuota fija bimensual
Cft	Cuota fija trimestral
Cfmsi	Cuota fija mensual sin interés
CFbsi	Cuota fija bimensual sin interés
CFtsi	Cuota fija trimestral sin interés
DCfm	Diferencia cuota fija mensual
DCfb	Diferencia cuota fija bimensual
DCft	Diferencia cuota fija trimestral
Di	Diferencia del interés
u	Última cuota
a	Primera cuota
d	Diferencia de progresión aritmética
n	Número de pagos
S	Total de progresión o sumatoria
Mf	Mora financiera

1. Método Lagarto: M = 30.800; Cfm = 2.566,67; I = 10.800
   Método Saldos deudores: Cfmsi = 1.666,67

$I_1 = 900$	$Cuota_1 = 2.566,67$	$I_7 = 450$	$Cuota_7 = 2.116,67$
$I_2 = 825$	$Cuota_2 = 2.491,67$	$I_8 = 375$	$Cuota_8 = 2.041,67$
$I_3 = 750$	$Cuota_3 = 2.416,67$	$I_9 = 300$	$Cuota_9 = 1.966,67$
$I_4 = 675$	$Cuota_4 = 2.341,67$	$I_{10} = 225$	$Cuota_{10} = 1.891,67$
$I_5 = 600$	$Cuota_5 = 2.266,67$	$I_{11} = 150$	$Cuota_{11} = 1.816,67$
$I_6 = 525$	$Cuota_6 = 2.191,67$	$I_{12} = 75$	$Cuota_{12} = 1.741,67$

Cfm = 2.154,17; I = 5.850,04; i = 29,25% anual o 2,4375% mensual
DCfm = 411,90; Di = 4.949,97
Cálculo con progresión de MSD: d = -75; u = 1.741,67; S = 25.850,04; I = 5.850,04; Cfm = 2.154,17
Mora financiera: 6ta cuota = I = 21,99; 9na cuota = I = 47,92

2. Método Lagarto: M = 251.000; Cfb = 2.788,89; I = 201.000
Método Saldos deudores: Cfbsi = 555,56

$I_1 = 2.233,33$ $Cuota_1 = 2.788,89$
$I_2 = 2.208,52$ $Cuota_2 = 2.764,08$

DCfb = 1.104,26; Di = 99.383,75
Cálculo con progresión de MSD: d = -24,815; u = 580,36; S = 151.616,25; I = 101.616,25;
Cfb = 1.684,63; i = 13,548% anual o 1,129% mensual
Mora financiera: 6ta cuota = I= 5,83; 18ava cuota = I = 16,31

3. Método Lagarto: M = 23.088; Cft = 2.886; I = 10.088
Método Saldos deudores: Cftsi = 1.625

$I_1 = 1.261$ $Cuota_1 = 2.886$ $I_5 = 630,50$ $Cuota_5 = 2.255,50$
$I_2 = 1.103,38$ $Cuota_2 = 2.728,38$ $I_6 = 472,88$ $Cuota_6 = 2.097,88$
$I_3 = 945,75$ $Cuota_3 = 2.570,75$ $I_7 = 315,25$ $Cuota_7 = 1.940,25$
$I_4 = 788,13$ $Cuota_4 = 2.413,13$ $I_8 = 157,63$ $Cuota_8 = 1.782,63$

Cft = 2.334,31; DCft = 551,69; Di = 4.413,52; i = 21,82% anual o 1,818% mensual
Cálculo con progresión de MSD: d = -157,625; u = 1.782,63; S = 18.674,52; Cft = 2.334,32
Mora financiera: 6ta cuota = I = 25,44

4. Método Lagarto: M = 27.740; Cfb = 3.082,22; I = 7.740
Método Saldos deudores: Cfbsi = 2.222,22

$I_1 = 860$ $Cuota_1 = 3.082,22$ $I_6 = 382,22$ $Cuota_6 = 2.604,44$
$I_2 = 764,44$ $Cuota_2 = 2.986,66$ $I_7 = 286,67$ $Cuota_7 = 2.508,89$
$I_3 = 668,89$ $Cuota_3 = 2.891,11$ $I_8 = 191,11$ $Cuota_8 = 2.413,33$
$I_4 = 573,33$ $Cuota_4 = 2.795,55$ $I_9 = 95,56$ $Cuota_9 = 2.317,78$
$I_5 = 477,78$ $Cuota_5 = 2.700$

DCfb = 382,22; Di = 3.440,04; i = 14,33% anual o 1,194% mensual
Cálculo con progresión de MSD: d = -95,56; u = 2.317,74; S = 24.299,96; Cfb = 2.699,99
Mora financiera: 6ma cuota = I = 14,38

5. Método Lagarto: M = 1.602,25; Cfm = 178,03; I = 152,25
Método Saldos deudores: Cfmsi = 161,11

$I_1 = 16{,}92$	$Cuota_1 = 178{,}03$	$I_6 = 7{,}52$	$Cuota_6 = 168{,}63$
$I_2 = 15{,}04$	$Cuota_2 = 176{,}15$	$I_7 = 5{,}64$	$Cuota_7 = 166{,}75$
$I_3 = 13{,}16$	$Cuota_3 = 174{,}27$	$I_8 = 3{,}76$	$Cuota_8 = 164{,}87$
$I_4 = 11{,}28$	$Cuota_4 = 172{,}39$	$I_9 = 1{,}88$	$Cuota_9 = 162{,}99$
$I_5 = 9{,}40$	$Cuota_5 = 170{,}51$		

DCfm = 7,52; Di = 67,65; i = 7,77% anual o 0,86% mensual
Cálculo con progresión de MSD: d = -1,88; u = 162,99; S = 1.534,59; Cfm = 170,51

6. Método Lagarto: M = 47.499; Cfm = 4.749,90; I = 4.899
Método Saldos deudores: Cfmsi = 4.260

$I_1 = 489{,}90$	$Cuota_1 = 4.749{,}90$	$I_6 = 244{,}95$	$Cuota_6 = 4.504{,}95$
$I_2 = 440{,}91$	$Cuota_2 = 4.700{,}91$	$I_7 = 195{,}96$	$Cuota_7 = 4.455{,}96$
$I_3 = 391{,}92$	$Cuota_3 = 4.651{,}92$	$I_8 = 146{,}97$	$Cuota_8 = 4.406{,}97$
$I_4 = 343{,}93$	$Cuota_4 = 4.602{,}93$	$I_9 = 97{,}98$	$Cuota_9 = 4.357{,}98$
$I_5 = 293{,}94$	$Cuota_5 = 4.553{,}94$	$I_{10} = 48{,}99$	$Cuota_{10} = 4.308{,}99$

Cfm = 4.529,45; i = 7,59% anual o 0,76% mensual; DCfm = 220,45; Di = 2.204,55
Cálculo con progresión de MSD: d = - 48,99; u = 4.308,99; S = 45.294,45; Cfm = 4.529,45

7. Método Lagarto: M = 14.700; Cfm = 980; I = 2.700
Método Saldos deudores: Cfmsi = 800

$I_1 = 180$	$Cuota_1 = 980$	$I_9 = 84$	$Cuota_9 = 884$
$I_2 = 168$	$Cuota_2 = 968$	$I_{10} = 72$	$Cuota_{10} = 872$
$I_3 = 156$	$Cuota_3 = 956$	$I_{11} = 60$	$Cuota_{11} = 860$

$I_4 = 144$	$Cuota_4 = 944$	$I_{12} = 48$	$Cuota_{12} = 848$
$I_5 = 132$	$Cuota_5 = 932$	$I_{13} = 36$	$Cuota_{13} = 836$
$I_6 = 120$	$Cuota_6 = 920$	$I_{14} = 24$	$Cuota_{14} = 824$
$I_7 = 108$	$Cuota_7 = 908$	$I_{15} = 12$	$Cuota_{15} = 812$
$I_8 = 96$	$Cuota_8 = 896$		

i = 9,60% anual o 0,80% mensual; DCfm = 84; Di = 1.260
Cálculo con progresión de MSD: d = - 12; u = 812; S = 13.440; Cfm = 896

8. Método Lagarto: M = 63.796,25; Cfm = 7.088,47; I = 6.296,25
Método Saldos deudores: Cfmsi = 6.388,89

$I_1 = 699,58$	$Cuota_1 = 7.088,47$	$I_6 = 310,93$	$Cuota_6 = 6.699,82$
$I_2 = 621,85$	$Cuota_2 = 7.010,74$	$I_7 = 232,19$	$Cuota_7 = 6.622,08$
$I_3 = 544,12$	$Cuota_3 = 6.933,01$	$I_8 = 155,46$	$Cuota_8 = 6.544,35$
$I_4 = 466,39$	$Cuota_4 = 6.855,28$	$I_9 = 77,73$	$Cuota_9 = 6.466,62$
$I_5 = 388,66$	$Cuota_5 = 6.777,55$		

i = 8,11% anual o 0,6758% mensual; DCfm = 310,92; Di = 2.798,34
Cálculo con progresión de MSD: d = - 77,73; u = 6.466,63; S = 60.997,92; Cfm = 6.777,55

9. Método Lagarto: M = 32.200; Cfm = 5.366,67; I = 4.200
Método Saldos deudores: Cfmsi = 4.666,67

$I_1 = 700$	$Cuota_1 = 5.366,67$	$I_4 = 350$	$Cuota_4 = 6.016,67$
$I_2 = 583,33$	$Cuota_2 = 5.250$	$I_5 = 233,33$	$Cuota_5 = 4.900$
$I_3 = 466,67$	$Cuota_3 = 5.133,43$	$I_6 = 116,67$	$Cuota_6 = 4.783,34$

i = 17,50% anual o 1,458% mensual; DCfm = 291,67; Di = 2.028,49
Cálculo con progresión de MSD: d = - 116,67; u = 4.783,34; S = 30.450,03; Cfm = 5.075

4. Descuento

Ejercicio 18

Nomenclatura

Dr	Descuento racional
Db	Descuento bancario
Cb	Valor con descuento bancario
Mc	Monto comprobación
DT	Diferencia descuento bancario con descuento racional
d	Tasa de descuento
tf	Tiempo final tt - ttranscurrido
tt	Tiempo total
Pa	Pago anticipado

1. M = 21.463,63; C = 21.053,09; Dr = 410,54; Db = 418,54; Cb 21.045,09; Mc = 21.463,63; DT = 8; Gráfica

2. C = 58.134,84; Dr = 1.865,16; Db = 1.925

   Relación tasas:

   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,0361601375; C = 58.075

   Reemplazando tasa de interés en d = 0,03391199; Dr = 1.865,16

   Si varía i = 0,86 entonces Db = 1.925; d = 3,7% bimensual

3. M = 40.248,37; C = 37.737,56; Gráfica

   Nota: El tiempo exacto es promedio de los dos años

   Dr = 2.510,81; Db = 2.677,87; Cb = 37.570,50

   Relación tasas:

   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,067490371; C = 37.570,50

   Reemplazando tasa de interés en d = 0,059069873; Dr = 2.510,81

4. M = 32.920,48; C = 32.710,28; Gráfica

   Dr = 210,20; Db = 211,55

   Relación tasas:

   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,012077613; C = 32.708,93

   Reemplazando tasa de interés en d = 0,011923377; Dr = 210,20

5. M = 16.438,03; C = 15.494,47; tf = 199; Gráfica
   Dr = 943,56; Db = 875,89; Cb = 15.562,14
   Relación tasas:
   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,0517578745; C = 15.562,143
   Reemplazando tasa de interés en d = 0,02639278; Dr = 471,77

6. M = 17.593,60; C = 17.026,06; Gráfica
   Dr = 17.593,60; Db = 586,45; Cb = 17.007,15
   Relación tasas:
   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,033103; C = 17.007,14
   Reemplazando tasa de interés en d = 0,01548387097; Dr = 567,54

7. C = 24.640; Pa = 17.248
   Método Lagarto: M = 28.459,20; Cft = 1.422,96; I = 11.211,20
   Método Saldos deudores: Cftsi = 862,40

$$I_1 = 560{,}56 \qquad Cuota_1 = 1.422{,}96$$
$$I_2 = 532{,}53 \qquad Cuota_2 = 1.394{,}93$$
$$I_3 = 504{,}50 \qquad Cuota_3 = 1.366{,}90$$

   Cálculo con progresión de MSD: d = - 28,03; u = 890,39; S = 23.133,50; Cft = 1.156,68; I = 5.885,59; i = 3,41% semestral
   DCft = 266,28; Di = 5.325,70
   Mora financiera: 12ava cuota = I12 = 5,01; 17ava cuota = I17 = 7,94
   C = 21.001,82; Dr = 2.131,68; Db = 2.348,05; Cb = 20.785,15; M = 23.133,50
   Relación tasas:
   Reemplazando tasa de descuento en i = 0,064552031; C = 20.785,45
   Reemplazando tasa de interés en d = 0,052655469; Dr = 2.131,68

5. Ecuaciones de valor

Ejercicio 19

1. Con tasa de interés X = 18.464,76; con tasa de descuento X = 18.464,49;Gráfica
2. Con tasa de interés X = 226.521,79; con tasa de descuento X = 225.824,40; Gráfica

3. Ofer. 1 X_1 = 2.086,26; Ofer. 2 X_2 = 2.155,98; Ofer. 3 X_3 = 1.968,96; Gráficas; Mejor oferta la tercera
4. Ofer. 1 X_1 = 911,18; Ofer. 2 X_2 = 929,70; Ofer. 3 X_3 = 910,59; Gráficas; Mejor oferta la tercera
5. Ofer. 1 X_1 = 12.548,56; Ofer. 2 X_2 = 12.572,11; Ofer. 3 X_3 = 11.899,67; Gráficas; Mejor oferta la tercera
6. Al final del periodo X = 933,75; I = 33,75; Gráfica

   Con periodo anticipado X = 947,25; I = 47,25; Gráfica
7. Al final del periodo X = 1.648,05; Gráfica

   Con periodo anticipado X = 1.681; Gráfica
8. Monto X = 13.621,11; Depósito X = 6.059,18; Gráficas

   Ofertas: X_1 = 9.212,88; X_2 = 9.230,42; X_3 = 9.247,04; Gráficas

   Reemplazo: X = 9.008,08; Gráfica
9. Monto X = 11.602,66; Depósito X = 4.847,34; Gráficas

   Ofertas: X_1 = 9.203,02; X_2 = 9.2221,03; X_3 = 9.237,55; Gráficas

   Reemplazo: X = 8.803,61; Gráfica

6. Cuentas de ahorro

Ejercicio 20

1. I = 118,11; Saldo al 20 de agosto = 2.218,11; Tablas
2. Cálculo con método con intereses de depósitos y retiros y método de saldos deudores: I = 156,96; Saldo al 24 de diciembre = 1.976,96; Tablas
3. I = 523,29; Saldo al 31 de diciembre = 5.923,29; Tablas
4. Cálculo con método con intereses de depósitos y retiros y método de saldos deudores: I = 655,94; Saldo al 28 de febrero = 12.555,94; Tablas
5. Cálculo con método con intereses de depósitos y retiros y método de saldos deudores: I = 2.092,71; Saldo al 30 de septiembre = 32.092,71; Tablas
6. I = 1.028,39; Saldo al 05 de agosto de 2016 = 13.128,39; Tablas
7. I = 2.88,76; Saldo al 30 de septiembre = 4.288,76; Tablas

7. Interés compuesto

Ejercicio 21

Nomenclatura

n Periodos de capitalización

1. n = 180 periodos; i = 0,0102
2. n = 36 periodos; i = 0,0288
3. n = 63 periodos; i = 0,0353
4. n = 60 periodos; i = 0,0158
5. n = 60 periodos; i = 0,0713
6. n = 64 periodos; i = 0,0290
7. n = 96 periodos; i = 0,0103
8. n = 108 periodos; i = 0,0125
9. n = 60 periodos; i = 0,0336
10. n = 63 periodos; i = 0,0513
11. n = 38 periodos; i = 0,105
12. n = 68 periodos; i = 0,0258
13. n = 38 periodos; i = 0,076
14. n = 156 periodos; i = 0,0121
15. n = 90 periodos; i = 0,0295

Ejercicio 22

1. n = 444 periodos; i = 0,0027; M = 158.420,94; I = 110.570,94
2. n = 100 periodos; i = 0,028; M = 992.153,82; I = 929.453,82
3. n = 24 periodos; i = 0,0615; M = 26.388,85; I = 20.088,85
4. n = 32 periodos; i = 0,028; M = 48.396,02; I = 28.396,02
5. n = 24 periodos; i = 0,0303; M = 37.972,81; I = 19.422,81
6. n = 78 periodos; i = 0,0072; M = 40.800,55; I = 17.485,30
7. n = 47 periodos; i = 0,04; M = 63.178,16; I = 53.178,16
8. n = 53 periodos; i = 0,035; M = 237.157,75; I = 198.857,75
9. n = 75 periodos; i = 0,029; M = 682.720,74; I = 602.720,74
10. n = 56 periodos; i = 0,089; M = 11´845.714,64; I = 11´745.714,64

Ejercicio 23

1. n = 64,33 periodos; i = 0,0411
   Método Matemático: M = 514.581,61; I = 476.019,11
   Método Comercial: M = 509.352,46; I = 470.789,96

2. n = 81,97 periodos; i = 0,0272
   Método Matemático: M = 293.254,44; I = 260.754,44
   Método Comercial: M = 289.332,85; I = 256.832,85
3. n = 47,25 periodos; i = 0,0493
   Método Matemático: M = 528.965,88; I = 474.525,88
   Método Comercial: M = 529.081,65; I = 474.641,65
4. n = 86,23 periodos; i = 0,04
   Método Matemático: M = 2´372.764,17; I = 2´292.139,17
   Método Comercial: M = 2´373.089,67; I = 2´292.464,67
5. n = 100,89 periodos; i = 0,0267
   Método Matemático: M = 231.678,78; I = 215.447,78
   Método Comercial: M = 206.792,63; I = 190.561,63
6. n = 30,95 periodos; i = 0,0645
   Método Matemático: M = 273.926,56; I = 234.346,56
   Método Comercial: M = 273.868,26; I = 234.288,26
7. n = 115,70 periodos; i = 0,0347
   Método Matemático: M = 2´730.834,54; I = 2´678.079,54
   Método Comercial: M = 2´731.166,68; I = 2´678.411,68
8. n = 81,22 periodos; i = 0,0369
   Método Matemático: M = 946.401,43; I = 896.521,43
   Método Comercial: M = 946.624,26; I = 896.744,26
9. n = 167,03 periodos; i = 0,0192
   Método Matemático: M = 18´355.505,79; I = 17´589.563,11
   Método Comercial: M = 18´356.483,52; I = 17´590.540,84
10. n = 87,61 periodos; i = 0,0463
   Método Matemático: M = 3´562.109,40; I = 3´494.559,40
   Método Comercial: M = 3´563.241,92; I = 3´495.691,92

Ejercicio 24

Nomenclatura

AKB	Anual capitalizable bimensualmente
AKM	Anual capitalizable mensualmente

AKT	Anual capitalizable trimestralmente
AKC	Anual capitalizable cuatrimestralmente
AKS	Anual capitalizable semestralmente

1. i = 9,94%
2. i = 11,73%
3. Método exponentes inversos j = 10,43% AKS
   Método logaritmos j = 10,43% AKS
4. Método exponentes inversos j = 4,63% AKC
   Método logaritmos j = 4,63% AKC
5. Método exponentes inversos j = 18,74% AKT
   Método logaritmos j = 18,74% AKT
6. Método exponentes inversos j = 11,47% AKS
   Método logaritmos j = 11,47% AKS
7. Método exponentes inversos j = 12,41% AKS
   Método logaritmos j = 12,41% AKS
8. Método exponentes inversos j = 9,45% AKB
   Método logaritmos j = 9,45% AKB

Ejercicio 25

1. Método analítico: i = 22%; i = 22,71%; i = 23,52%; i = 23,31%
   Método práctico: M = 69´364.932,15; M = 77´931.262,68; M = 88´864.696,83; M = 85´848.304,69
2. Método analítico: i = 17,98%; i = 19,48%; i = 20,57%; i = 21%
   Método práctico: M = 152´938.436,79; M = 209´686.176; M = 263´072.759,20; M = 287´607.589,60
3. Método analítico: i = 15,50%; i = 10,38%; i = 8,16%; i = 13,02%
   Método práctico: M = 22.245,28; M = 18.556,32; M = 17.107,11; M = 20.393,66
4. Método analítico: i = 16%; i = 18,65%; i = 17,94%; i = 17%
   Método práctico: M = 146.183,78; M = 167.423,94; M = 161.476,44; M = 153.877,65
5. Método analítico: i = 20%; i = 21,55%; i = 22,50%; i = 22,48%
   Método práctico: M = 12´325.617,26; M = 14´943.348,72; M = 16´801.961,41; M = 16´750.754,59

6. Método analítico: i = 15%; i = 15,35%; i = 15,21%; i = 14,82%
   Método práctico: M = 161.914,25; M = 164.872,95; M = 163.714,50; M = 160.405,02
7. Método analítico: i = 12,30%; i = 13,84%; i = 14,75%; i = 15,62%
   Método práctico: M = 278.491,41; M = 319.020,20; M = 345.643,37; M = 372.612,94

Ejercicio 26

Nomenclatura

d Tasa de interés anticipada capitalizable

1. Método exponentes inversos d = 17,15% AKT
   Método logaritmos d = 17,15% AKT
2. Método exponentes inversos d = 14,66% AKB
   Método logaritmos d = 14,66% AKB
3. Método exponentes inversos d = 11,02% AKS
   Método logaritmos d = 11,02% AKS
4. Método exponentes inversos d = 26,82% AKT
   Método logaritmos d = 26,82% AKT
5. Método exponentes inversos d = 16,21% AKT
   Método logaritmos d = 16,21% AKT
6. Método exponentes inversos d = 18,91% AKM
   Método logaritmos d = 18,91% AKM
7. Método exponentes inversos d = 15,28% AKS
   Método logaritmos d = 15,28% AKS
8. Método exponentes inversos d = 12,65%
   Método logaritmos d = 12,65%

Ejercicio 27

1. M = 22.800; i = 0,022; n = 6,021106629 periodos bimensuales; n = 1 año, 0 meses y 1,27 días
2. M = 26.500; n = 0,3815380657 años; n = 0 años, 4 meses y 17 días

3. M = 38.000; i = 0,04625; n = 1,81893026 periodos trimestrales; n = 0 años, 5 meses y 13,70 días
4. M = 21.500; n = 1,384978612 años; n = 1 año, 4 meses y 19 días
5. M = 38.900; i = 0,06833; n = 4,470182253 periodos cuatrimestrales; n = 1 año, 5 meses y 26,42 días
6. M = 48.600; n = 0,2132173867 años; n = 0 años, 2 meses y 17 días

Ejercicio 28

1. VA = 6.962,99; Gráfica
2. VA = 703,42; Gráfica
3. VA = 7.766,90; Gráfica
4. VA = 7.170,68; Gráfica
5. M = 8.111,84; VA = 7.380,56; Se negocia con premio; Gráfica
6. M = 34.650,94; VA = 22.967,24; Se negocia con premio; Gráfica
7. M = 325.497,19; VA = 130.152,07; Gráfica
8. M = 92.183,33; VA = 41.950,08; Se negocia con castigo; Gráfica

Ejercicio 29

Nomenclatura

MM	Método matemático
MC	Método comercial
FS	Fecha de suscripción
FN	Fecha de negociación

1. i = 0,12; n = 8; M = 94.086,60
   i = 0,0373; n = 19,5; Método matemático VA = 46.038,11 y Método comercial VA = 46.030,38
2. n = 14,16666667; M = 158.814,92
   a). n = 14; Método matemático VA = 90.182,26
   b). n = 3,5; Método matemático VA = 91.126,49 y Método comercial VA = 90.840,31
   c). n = 21; Método matemático VA = 87.163,06

3. i = 0,071; n = 29,25; Método matemático M = 2´528.255,37 y Método comercial M = 2´529.383,51; Gráfica
i = 0,05; n = 20,33; Método matemático VA = 937.653,74 y Método comercial VA = 937.823,95
Tasas equivalentes: FS con i = 22,84%; FN con i = 21,55%; Premio
4. n = 17,66666667; Dc = 13.820,92; Comprobación Dc = 13.820,92; Dbc = 14.022,57; Gráfica
5. n = 9,75; Dc = 19.217,22; Comprobación Dc = 19.217,22; Dbc = 19.826,76; Gráfica
6. n = 7,5; Dc = 17.314,13; Comprobación Dc = 17.314,13; Dbc = 17.587,18; Gráfica
7. n = 14,16666667; Dc = 380.922,78; Comprobación Dc = 380.922,78; Dbc = 398.267,40; Gráfica
8. n = 70; Dc = 256.544,76; Comprobación Dc = 256.544,76; Dbc = 258.767,78; Gráfica
9. n = 86; Dc = 11.614,79; Comprobación Dc = 11.614,79; Dbc = 11.676,98; Gráfica
10. n = 18,5; Dc = 10.057,68; Comprobación Dc = 10.057,68; Dbc = 10.393,16; Gráfica
11. n = 32; Dc = 22.109,04; Comprobación Dc = 22.109,04; Dbc = 22.533,85; Gráfica

8. Ecuaciones de valor en interés compuesto

Ejercicio 30

1. X = 4.437,18; Gráfica
2. X = 4.714,48; Gráfica
3. X = 1.183,12; Gráfica
4. X = 4.237,56; Gráfica
5. X = 5.589,82; Gráfica
6. Cálculo M_2: n = 25; x = 16.684,48
Cálculo M_4: n = 32,8; x = 65.157,74
i = 0,071; Gráfica
X = 23.160,11

7. a). Oferta 1: X_1 = 82.086,52; Gráfica

   b). Oferta 2: X_2 = 82.251,54; Gráfica

   c). Oferta 3: X_3 = 76.399,22, Gráfica

   Segunda oferta es beneficiosa para el vendedor
   Tercera oferta es beneficiosa para el comprador

8. a). Oferta 1: X_1 = 28.932,32; Gráfica

   b). Oferta 2: X_2 = 33.951,77; Gráfica

   c). Oferta 3: X_3 = 45.000

   d). Oferta 4: X_4 = 36.423,30; Gráfica

   Tercera oferta es beneficiosa para el vendedor
   Primera oferta es beneficiosa para el comprador

9. Anualidades y rentas

Ejercicio 31

Nomenclatura

VF	Monto en anualidad
P	Valor actual en anualidad
R	Renta

1. i = 0,063; Gráfica
   Monto forma extensiva, con progresión geométrica y con fórmula VF = 5.675,56
2. i = 0,0815; n = 15; VF = 93.402,06
3. i = 0,034; Gráfica; Monto forma extensiva y con fórmula VF = 16.334,30
   i = 0,034; Gráfica; Valor actual forma extensiva y con fórmula P = 13.365,25
4. i = 0,009333; n = 10,2; P = 3.874,61
5. i = 0,0128; n = 66; P = 213.017,70
6. i = 0,0466667; n = 10,5; R = 1.066,90
7. i = 0,085; n = 17,17; R = 519,76
8. i = 0,0295; n = 22,4; R = 723,10; I = 6.302,56

9. i = 0,0165; n = 20,385 periodos bimensuales; t = 40,77 meses; t = 3 años y 4,77 meses; t = 3 años, 4 meses y 23,1 días

10. i = 0,03575; n = 90,76245912 periodos trimestrales; t = 272,29 meses; t = 22 años y 8,29 meses; t = 22 años, 8 meses y 8,7 días

Ejercicio 32

1. i = 0,004166666667; n = 30; VF = 16.008,93

2. i = 0,04; n = 30,8; P = 49.224,60

3. i = 0,01833; n = 71,31953761 periodos bimensuales

4. i = 0,03167; n = 64,83638879 periodos cuatrimestrales

10. Amortización

Ejercicio 33

Nomenclatura

Cp	Capital pagado
P_m	CI = Capital insoluto

1. i = 0,053; n = 7; R = 5.247,40 pagos cuatrimestrales; Tabla
   1. I = 1.599,99; Cp = 3.647,41; CI = 26.352,59
   2. I = 1.405,47; Cp = 3.841,93; CI = 22.510,66
   3. I = 1.200,57; Cp = 4.046,83; CI = 18.463,83
   4. I = 984,74; Cp = 4.262,66; CI = 14.201,17
   5. I = 757,40; Cp = 4.490; CI = 9.711,17
   6. I = 517,93; Cp = 4.729,47; CI = 4.981,70
   7. I = 265,69; Cp = 4.987,70

2. k = 2; P_5 = 9.711,18

3. i = 0,0305; n = 150; R = 4.009,24
   8ava cuota: k = 142; P_8 = 129.605,70; I_8 = 3.952,97; Cp = 56,27
   57ava cuota: k = 93; P_{57} = 123.409,70; I_{57} = 3.763,99; Cp = 245,25
   121ava cuota: k = 29; P_{121} = 76.449,52; I_{121} = 2.331,71; Cp = 1.677,53
   Tabla

4. i = 0,0434; n = 8; R = 7.832,25; Tabla

    9. I = 2.256,80; Cp = 5.575,45; CI = 46.424,55

    10. I = 2.014,83; Cp = 5.817,42; CI = 40.607,58

    11. I = 1.762,35; Cp = 6.069,90

5. 4ta cuota: k = 4; P_4 = 28.203,91; I_4 = 1.224,05; Cp = 6.608,20

6. i = 0,0275; n = 48; R = 906,52
7ma cuota: k = 41; P_7 = 22.125,35; I_7 = 608,45; Cp = 298,07
16ava cuota: k = 32; P_{16} = 19.127,87; I_{16} = 526,50; Cp = 380,50
31ava cuota: k = 17; P_{31} = 12.179,19; I_{31} = 334,93; Cp = 571,59

7. i = 0,00738; n = 150; R = 2.209,24
80ava cuota: k = 70; P_{80} = 120.437,10; I_{80} = 888,83; Cp = 1.320,41;
Derecho del deudor = 79.562,90

8. 1. I = 1.476; Cp = 733,24; CI = 199.266,76

    2. I = 1.470,59; Cp = 738,65; CI = 198.528,11

    3. I = 1.465,14; Cp = 744,10

105ava cuota: k = 45; P_{105} = 84.331,01
Reajuste: i = 0,007916; n = 150; R = 2.234,90; I105 = 667,56; Cp = 1.567,34

9. 149ava cuota: k = 1; P_{149} = 2.217,35; I_{149} = 17,55; Cp = 2.217,35

Referencias bibliográficas

Álvarez, A. (2005). *Matemáticas financieras* (S. A. McGraw-Hill Interamericana, Ed.; Tercera edición). Biblioteca Hernán Malo González. https://es.slideshare.net/slideshow/matematicasfinancierasalbertoalvarezarango3raedicionpdf/255914963#5

BBVA. (2015). *Qué es el dinero? Educación financiera y medios de pago.* https://www.bbva.com/es/salud-financiera/que-es-el-ahorro-y-como-ahorrar-mejor-con-estos-consejos/

Bresani, C., Burns, A., Escalante, P., & Medroa, G. (2018). *Matemática Financiera: Teoría y ejercicios*. Universidad de Lima. https://repositorio.ulima.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12724/5910/Matematica%20financiera.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Consejo Nacional de Armonización Contable - México. (2012). *Guía de vida útil estimada y porcentajes de depreciación. Parámetros de Estimación de Vida Útil*. https://www.dof.gob.mx/nota_detalle_popup.php?codigo=5264340

Díaz, A., & Víctor, A. (2013). *Matemáticas financieras* (Mc Graw Hill, Ed.).

González, B. (2000). *El coste de oportunidad como herramienta empresarial. Documentos de trabajo* (Universidad de Oviedo. Facultad de Ciencias Económicas, Ed.). https://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/handle/10651/45785/d202_00.pdf

Gutiérrez, J. (2012). *Matemáticas financieras. Con fórmulas, calculadora financiera y Excel* (Ecoe Ediciones, Ed.).

Herrera, D. (2015). *Matemática Financiera.*

Jiménez, F. (2010). *Dinero y equilibrio en el mercado de dinero* (Fondo Editorial, Ed.; 6to). http://files.pucp.edu.pe/departamento/economia/LDE-2012-02a.pdf

Mancil, O., & González, M. (2007). *Algebra Elemental Moderna*: *Dos* (Libresa, Ed.). https://pavisva.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/01/algebrademancilltomo2-160826232113.pdf

Mora, A. (2009). *Matemáticas financieras* (Alfaomega, Ed.; 3era ed.).

Portus, L. (1997). *Matemáticas financieras* (Cuarta). México: McGraw-Hill.

Ramirez, C., García, M., Pantoja, C., & Zambrano, A. (2009). *Fundamentos de Matemáticas Financieras* (Universidad Libre Sede Cartagena, Ed.).

Velasquez, V. (2021). *La Base conceptual de las matemáticas financieras para la toma de decisiones*. https://doi.org/10.38147/invneg.v14i24.154

Villalobos, J. (2009). *Matemáticas financieras* (S. A. Pearson Educación de México, Ed.; Tercera). https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w25608w/Villalobos-J_Matematicas_financieras.pdf

Universidad Nacional de Loja

Matemática Financiera

Esta obra ofrece una guía integral y progresiva para comprender y aplicar la matemática financiera en decisiones personales, académicas y empresariales. Inicia con los fundamentos del dinero, ahorro, inversión, crédito, interés y valor temporal, y continúa con herramientas de cálculo como porcentajes, depreciación, logaritmos, progresiones y ecuaciones. Desarrolla el interés simple, descuentos, ecuaciones de valor y cuentas de ahorro; posteriormente aborda el interés compuesto, las tasas equivalentes y las ecuaciones de valor bajo capitalización compuesta. Finalmente, estudia anualidades y sistemas de amortización, incluyendo cuotas, saldos insolutos, periodos de gracia y reajustes de tasas. Cada tema se acompaña de ejemplos, ejercicios y respuestas orientados a fortalecer la comprensión y la aplicación práctica.

9 789942 671608