



unl

Universidad  
Nacional  
de Loja

# FIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS

UNL

## FIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS

Ing. Jorge Enrique Carrión González Mg.Sc.  
Ing. Diego Vinicio Orellana Villavicencio Mg. Sc.  
Ing. Marianela del Cisne Carrión González Mg. Sc.  
Ing. Andy Fabricio Vega León Mg. Sc.  
Ing. Julio César Cuenca Tinitana Mg. Sc.  
Dr. Raúl Nicolás Carvajal Pérez PhD.

ISBN-13: 978-9978-355-52-7



9 789978 355527

# FIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS

## **Autores:**

Ing. Jorge Enrique Carrión González Mg.Sc.

Ing. Diego Vinicio Orellana Villavicencio Mg. Sc.

Ing. Marianela del Cisne Carrión González Mg. Sc.

Ing. Andy Fabricio Vega León Mg. Sc.

Ing. Julio César Cuenca Tinitana Mg. Sc.

Dr. Raúl Nicolás Carvajal Pérez PhD.+

## **Edición de tablas y figuras:**

Ing. Israel Vinicio Solano de la Sala León

## **Diseño:**

Lcda. Guadalupe del Consuelo Roa Narváez



**unl**

Universidad  
Nacional  
de Loja

Ph. D. Nikolay Aguirre  
**Rector UNL**

Ph. D. Mónica Pozo Vinueza  
**Vicerrectora Académica**

Ph. D. Max Encalada Córdova  
**Director de Investigación**

## **FIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS**

### **Autores:**

Ing. Jorge Enrique Carrión González Mg.Sc.  
Ing. Diego Vinicio Orellana Villavicencio Mg. Sc.  
Ing. Marianela del Cisne Carrión González Mg. Sc.  
Ing. Andy Fabricio Vega León Mg. Sc.  
Ing. Julio César Cuenca Tinitana Mg. Sc.  
Dr. Raúl Nicolás Carvajal Pérez PhD.

### **Revisión Par Académico:**

Ph. D. Antonio Martínez García

**ISBN 978-9978-355-52-7**

### **Diseño e impresión:**

**EDILOJA Cía. Ltda.**

Telefax: 593-7-2611418

San Cayetano Alto s/n

[www.ediloja.com.ec](http://www.ediloja.com.ec) • [edilojainfo@ediloja.com.ec](mailto:edilojainfo@ediloja.com.ec)

Enero, 2019  
Loja, Ecuador

## PRÓLOGO

La confiabilidad de los sistemas eléctricos, ha tomado gran importancia en la actualidad, cuanto más fiable es un sistema, lo que depende de sus elementos componentes, más seguro es. Los índices de fiabilidad en un sistema eléctrico se suelen utilizar para tomar decisiones de planificación de la red a corto, mediano y largo plazo. Esta obra está dirigida a ingenierías, ingenieros de proyectos, personas que operan redes eléctricas, estudiantes y personas interesadas en la fiabilidad de sistemas eléctricos.



## ÍNDICE

<b>PRÓLOGO</b> .....	<b>5</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>9</b>
<b>Tema 1. La Fiabilidad y su Importancia.</b> .....	<b>11</b>
1.1. Introducción .....	11
1.2. Importancia de la fiabilidad.....	13
1.3. Medidas de elevación de la fiabilidad .....	18
<b>Tema 2. Conceptos Básicos de Fiabilidad.</b> .....	<b>21</b>
2.1. Función general de fiabilidad. ....	21
2.2. Sistemas serie y sistemas paralelo. ....	25
2.3. Sistemas que no son completamente redundantes .....	28
2.4. Los procesos de Márkov discretos.....	37
2.5. Procesos de Márkov continuos. Las técnicas recursivas .....	51
2.6. Aplicación de procesos de Márkov .....	60
<b>Tema 3. Fiabilidad de Equipos y Componentes.</b> .....	<b>66</b>
3.1. Introducción .....	66
3.2. Cálculo de las normas de fiabilidad.....	67
3.3. Método del cálculo de orientación.....	72
3.4. Fiabilidad de algunas componentes básicas .....	77
<b>Tema 4. Evaluación de la Fiabilidad de la Reserva de</b>	
Generación Estática. ....	96
4.1. Conceptos básicos .....	96
4.2. Método de la probabilidad de pérdida de carga.....	100
4.3. Métodos para incluir los mantenimientos.....	105
4.4. Evaluación de la reserva de capacidad estática en el desarrollo de sistema simplificado. ....	117
4.5. Solución de problemas.....	125

<b>Tema 5. Fiabilidad de la Reserva Rodante. ....</b>	<b>130</b>
5.1. Introducción .....	130
5.2. Método de cálculo .....	137
<b>Tema 6. Fiabilidad del Suministro Eléctrico .....</b>	<b>140</b>
6.1. Introducción .....	140
6.2. Confiabilidad de la alimentación.....	142
6.3. Relación del aumento de fiabilidad y costos. Cálculos .....	145
6.4. Afectaciones a la producción causadas por las interrupciones del suministro eléctrico. ....	151
6.5. Resolución de Problemas de fiabilidad del suministro.....	158
<b>Tema 7. Fiabilidad de las Redes Eléctrica .....</b>	<b>166</b>
7.1. Introducción .....	166
7.2. Método de la frecuencia y duración de los fallos. ....	175

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de este libro es brindar de forma compacta todos los conceptos unidos a la solución de algunos problemas ajustados totalmente a un curso de Fiabilidad de los Sistemas Eléctricos. Se desarrollan los conceptos básicos que son utilizados en los estudios de fiabilidad de los subsistemas de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) y después en cada tema se abordan las particularidades correspondientes. Se estudia la aplicación a algunos equipos y componentes, a los problemas relacionados con la fiabilidad de la reserva de la generación tanto estática (en frío) como dinámica (rodante) y después se aborda el problema de la fiabilidad del suministro y se termina con el estudio de los métodos utilizados para la evaluación de la fiabilidad de las redes eléctricas de distribución.





## **Tema 1. La Fiabilidad y su Importancia.**

### **1.1. Introducción**

El aseguramiento del adecuado nivel de confiabilidad es una de los problemas fundamentales de la ingeniería en la actualidad, y no es posible diseñar y construir un dispositivo, aparato o sistema, sin tener en cuenta este indicador.

Para asegurar un determinado nivel de confiabilidad a un mecanismo, dispositivo o sistema, hay que tener en cuenta algunas reglas simples. En primera instancia, los diseños más confiables son generalmente los más simples; es decir, mientras mayor es el número de elementos de un mecanismo dado, su confiabilidad es menor. También la solidez del diseño es importante desde el punto de vista de la fiabilidad, pues a mayor solidez, mayor confiabilidad. Por otra parte, la fiabilidad está íntimamente relacionada con el exceso. Debido a esto, en los cálculos de ingeniería se utilizan profusamente, en los diferentes cálculos y diseños, los coeficientes de seguridad. Esto, como es lógico esta también relacionado con la economía.

Para elevar el índice de fiabilidad en un equipo dado, hay que efectuar gastos adicionales que aumentan el costo del dispositivo. Por eso existe una relación de compromiso entre el índice de fiabilidad y la economía del diseño.

De acuerdo con esto, los equipos más confiables resultan ser los más caros y se justifican por la importancia de la función que realizarán de acuerdo con la ubicación en el sistema.

En los últimos años el problema de la fiabilidad se agudiza fuertemente. Esto se debe fundamentalmente a las siguientes causas:

1. El aumento de la complejidad de los sistemas técnicos (eléctricos, electrónicos, entre otros) modernos que incluyen  $10^4 \div 10^6$  elementos individuales.
2. La intensidad de los regímenes de trabajo de los dispositivos y elementos componentes: altas temperaturas, altas presiones, altas velocidades.
3. Condiciones adversas en las que se explota el equipo: baja o alta temperatura, humedad, vibraciones, aceleración y radiaciones, etc.
4. Exigencias a la calidad del trabajo del sistema: alta presión, efectividad, etc.
5. Aumento de la responsabilidad en las funciones a cumplir por el sistema o dispositivo. Elevadas pérdidas producto de las interrupciones por fallo.
6. Automatización total o parcial y la exclusión de la participación directa del hombre.

La responsabilidad de las funciones a cumplir por los sistemas técnicos modernos está relacionada con el hecho de que su falla da lugar a grandes pérdidas.

En algunos casos estas fallas pueden provocar efectos catastróficos, que en la mayoría de los casos son muchísimo más costosos que los elementos que lo provocaron; por ejemplo: el fallo de un relé de protección en el sistema eléctrico, del noroeste de USA, provocó la interrupción del suministro de energía a una serie de Estados y produjo pérdidas totales por un valor de 500 millones de dólares. Como se sabrá el costo total de un sistema de protección de un elemento del sistema eléctrico

raramente sobrepasa los 10 000 dólares, valor ínfimo en relación a las pérdidas totales.

La fiabilidad del suministro de energía eléctrica a los consumidores es la propiedad que presenta el sistema de satisfacer, de forma continua, la demanda de energía que requiere el consumidor y mantener sus índices de explotación en los límites preestablecidos para regímenes y condiciones de trabajo dadas, durante un tiempo determinado.

## **1.2. Importancia de la fiabilidad**

La importancia del estudio de la fiabilidad de los sistemas eléctricos se deriva de los efectos de las pérdidas que se originan cuando falla el suministro de energía a los consumidores, las cuales en ocasiones van más allá de lo que se deja de producir.

Los principales factores que han influido en el interés por el estudio de la fiabilidad de los sistemas eléctricos son:

1. Aumento de la complejidad de los sistemas eléctricos y su interconexión con otros sistemas.
2. La gran diversidad de las condiciones ambientales en que son explotados.
3. Daños que ocasiona a la economía la energía no suministrada debido a interrupciones.
4. Daños a la salud y la posibilidad de pérdidas de vidas humanas si se pierde el suministro (por ejemplo: pérdida del suministro en el sistema de ventilación de las minas; fallo en el suministro de electricidad a salones de cirugía, etc.)

5. Introducción de nuevas tecnologías que requieren una alta calidad de la energía suministrada.
6. Procesos tecnológicos en los que un fallo en el suministro produce grandes daños a los mecanismos de trabajo.
7. Gran cantidad de trabajos que se realizan en regímenes de sobrecarga.

De acuerdo con lo anterior y dada la enorme importancia de la energía eléctrica para el desarrollo de todas las normas para la economía, es que se trata de mantener el índice de fiabilidad del sistema en sus diferentes modos, en los valores requeridos de acuerdo con la categoría de los consumidores y la importancia de la carga a servir, para lo cual se trata de maximizar la calidad de la energía y minimizar el número y la duración de las interrupciones.

Al diseñar máquinas o equipos deben tenerse en cuenta los siguientes factores:

1. La calidad de los componentes y elementos a utilizar. La elección de los componentes y elementos debe realizarse teniendo en cuenta las condiciones de trabajo del equipo o dispositivo (climáticas y de producción). Los elementos deben satisfacer los requisitos según sus propiedades funcionales y características, poseer la resistencia mecánica, térmica y la rigidez eléctrica necesaria, la precisión exigida y la fiabilidad en las condiciones dadas de explotación.
2. Los regímenes de trabajo de los componentes y elementos. Estos deben corresponder a las posibilidades físicas de los componentes y elementos que van a ser usados en el diseño. El empleo de componentes y piezas en regímenes imprevistos para su uso es una de las fuentes fundamentales de los fallos.

3. La accesibilidad a todas las partes del dispositivo y a los componentes, piezas, unidades, bloques y elementos que lo integran para el examen, el control y la reparación o la sustitución. Esto es una condición importante para el mantenimiento de la fiabilidad durante la explotación. Actualmente, el principio de construcción en módulos y bloques, ampliamente difundido, permite sustituir fácilmente elementos individuales, conservando la espaciedad de trabajo general del dispositivo (sistema). El fácil acceso a los aparatos, elementos, unidades, piezas de construcción y componentes de esquemas (circuitos), facilita la explotación del dispositivo (sistema) y asegura la rápida restitución de su espaciedad de trabajo después de aparecer el fallo.

En el caso de sistemas complejos se utilizan los dispositivos de control automático del buen estado del sistema y sus elementos componentes. Tales dispositivos permiten verificar el buen estado del sistema antes de iniciar su trabajo, o para indicar el buen estado de los elementos componentes durante el trabajo del sistema.

4. Los dispositivos de protección. Al diseñar los dispositivos y sistemas para la regulación y el control automático es necesario garantizar que el fallo en un elemento, unidad o aparato, no dé lugar al estado de avería de toda la instalación. Si esto no se logra al formar el esquema fundamental o la construcción del artículo, es necesario incluir elementos especiales o dispositivos de protección que permitan evitar el desarrollo de una situación de avería; por ejemplo, mediante el paso al trabajo en un régimen más ordinario, la conexión del sistema de mando de reserva, etc. Uno de los métodos de protección es el uso de las reservaciones de elementos, aparatos y dispositivos que cumplen las funciones más importantes.

Durante la producción de los artículos deben observarse una serie de condiciones, vinculadas con la disciplina tecnológica y la observación de la constancia de los procesos tecnológicos:

1. El debido control de calidad, es decir, las propiedades físico-químicas, las características y los parámetros de los materiales y artículos complementarios (productos semielaborados, componentes de circuitos, piezas, etc.) recibidos de otras empresas.
2. La inadmisión de la alteración de la calidad de los materiales o la sustitución de artículos complementarios de baja calidad.
3. Inadmisión del empleo de artículos complementarios que han sido almacenados o transportados en condiciones desfavorables.
4. Cuidado de la limpieza de instalación, del lugar de trabajo, las normas sanitarias de trabajo necesarias.
5. Prohibición de la alteración de los regímenes, en los procesos tecnológicos complejos.
6. Prohibición de la alteración del ensamblaje tecnológico y las reglas de montaje eléctrico.
7. El debido control por operaciones y la salida del producto acabado.
8. Verificación periódica de la calidad y la fiabilidad de la producción terminada.

Los factores principales que influyen en la fiabilidad de los dispositivos durante la explotación son:

1. Las condiciones de explotación: climatológicas y de producción (operación). La acción de las altas o bajas temperaturas del medio ambiente; las grandes oscilaciones temporarias y diarias de temperatura y humedad; la elevada humedad, la niebla, la lluvia, descargas atmosféricas, etc., ejercen una gran influencia sobre la fiabilidad de los aparatos que trabajan a la intemperie. También sobre estos ejerce influencia la existencia de la contaminación atmosférica, la cual en ocasiones se presenta en forma de impurezas y partículas de polvo en el aire. Si los aparatos se instalan en sistemas móviles como barcos, trenes, automóviles, aviones, cohetes; a la acción de los factores climáticos se agrega el efecto de las vibraciones y aceleraciones.
2. La aplicación de un plan de mantenimiento preventivo concebido según los requerimientos.

El mantenimiento organizado de los aparatos, el examen y control preventivo periódico, la limpieza, la reparación y la sustitución de las piezas y elementos desgastados, cuyas características hayan indicado desviaciones de la norma durante el control de turno, permiten evitar los fallos y prolongar el plazo de servicio del artículo.

Conviene hacer notar que la creación de un sistema de servicio correcto de sistemas técnicos complejos modernos frecuentemente requiere grandes investigaciones preliminares, dando lugar a la aparición de una nueva orientación científica vinculada con la creación de fundamentos teóricos y métodos técnicos de organización de un servicio óptimo.



3. La calificación y la responsabilidad del personal encargado del mantenimiento. Esto tiene gran valor para asegurar la fiabilidad, la duración y la efectividad del trabajo del dispositivo.

La experiencia demuestra que el cambio frecuente del personal disminuye la responsabilidad y, por otro lado, impide el completo dominio de los aparatos.

Es interesante valorar, aunque sea aproximadamente, el papel de los distintos factores en la fiabilidad de los artículos. El estudio de las causas de los fallos y defectos de aparatos radioelectrónicos demuestra que:

- <sup>1</sup>Del 40 – 45% de la cantidad total de fallos provienen de los errores cometidos al diseñar.
- El 20% de los cometidos en la producción.
- El 30% de las condiciones de explotación y regímenes incorrectos de utilización o el servicio incorrecto.
- Del 5 – 7% del desgaste natural y el envejecimiento.

### **1.3. Medidas de elevación de la fiabilidad**

Para lograr una alta fiabilidad en la esfera del diseño es necesario:

1. Conocer el funcionamiento (física del trabajo) del dispositivo;
2. Conocer la física de los fallos;

---

1 E. Navarrete, Mantenimiento Industrial en 3 tomos  
M. Salazar, La Función del Mantenimiento. Un reto para la empresa del futuro.

3. Utilizar materiales, productos semielaborados y elementos complementarios de alta calidad.
4. Elegir correctamente los regímenes y condiciones de utilización de los componentes, artículos y productos semielaborados que entrarán a formar parte del dispositivo.
5. Emplear los principios de construcción en módulo-bloques.

En el campo de la producción es necesario:

1. Estricto control de la calidad de los materiales, productos no acabados y artículos complementarios.
2. Uso de métodos tecnológicos modernos.
3. Control de la calidad del funcionamiento de la instalación tecnológica;
4. Control de la calidad del producto que se elabora después de cada etapa de producción.
5. Control total de las propiedades características y parámetros del producto terminado.

En la esfera de la explotación es necesario:

1. Emplear un personal de mantenimiento y explotación completamente especializado.
2. Recopilar los datos estadísticos sobre los fallos y paradas de los aparatos.

3. Analizar periódicamente los datos y elaborar las recomendaciones para mejorar la explotación y perfeccionar la construcción y la tecnología de elaboración de los equipos.
4. Para aparatos y sistemas nuevos organizar la explotación experimental en las condiciones de la instalación o del establecimiento con participación de los diseñadores y productores de los artículos.

## Tema 2. Conceptos Básicos de Fiabilidad.

Los conceptos que se estudiarán en este capítulo son básicos para la evaluación cuantitativa de la fiabilidad de los sistemas eléctricos. Se obtendrá la fórmula general de fiabilidad que es válida siempre, independiente de que la razón de fallas sea constante o variable y se verá que la expresión  $R_{(t)} = e^{-\lambda t}$  es un caso particular de la fórmula general. Posteriormente se verá que durante la vida útil de los equipos y componentes se puede considerar una tasa de fallas constante.

### 2.1. Función general de fiabilidad.

Se considera el caso en que son probados una cantidad fija de componentes iguales. Sean:

$N_o$  – Número total de elementos.

$N_{s(t)}$  – Número de elementos que sobreviven el tiempo  $t$

$N_{f(t)}$  – Número de elementos que han fallado en el tiempo  $t$

Por Definición.

En cualquier tiempo  $t$ , la confiabilidad  $R_{(t)}$  está dada por:

$$R_{(t)} = \frac{N_{s(t)}}{N_o} = \frac{N_o - N_{f(t)}}{N_o} = 1 - \frac{N_{f(t)}}{N_o} \quad \text{Ec. 1}$$

*Razón de fallas.*

Se define como variación de las fallas en el tiempo

$$\frac{dN_{f(t)}}{dt} = -N_o \frac{dR_{(t)}}{dt} \quad \text{Ec. 2}$$

Que es la razón a la cual los componentes fallan. Pero  $N_f = N_o - N_s$

Entonces,  $\frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{d(N_0 - N_s)}{dt} = -\frac{dN_s(t)}{dt}$  porque no es una constante

La ecuación 2 representa la razón negativa a la cual los componentes sobreviven.

### ***Tasa de fallas.***

Transcurrido el tiempo  $t$  hay aún  $N_s$  componentes sobrevivientes en prueba; por tanto los sobrevivientes tendrán una razón de falla  $\frac{dN_f}{dt}$  de los  $N_s$  elementos en prueba, entonces se define la tasa de fallas como la razón de fallas respecto a los elementos en prueba que aún sobreviven:

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_s(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} = -\frac{N_0}{N_s(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad \text{Ec. 3}$$

Como:  $\frac{N_s(t)}{N_0} = R(t)$

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R} \frac{dR(t)}{dt} \quad \text{Ec. 4}$$

Esta es la expresión general para la tasa de fallas en un tiempo  $t$ .

### *Función general de fiabilidad*

En el caso general  $\lambda$  es una función del tiempo de operación  $t$ .

Mediante ordenamiento e integración de la ecuación 4, se obtiene la fórmula general de confiabilidad

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad \text{Ec. 5}$$

Esta ecuación de la confiabilidad como una función del tiempo donde  $\lambda(t)$  es también una función del tiempo.

### Distribución Exponencial

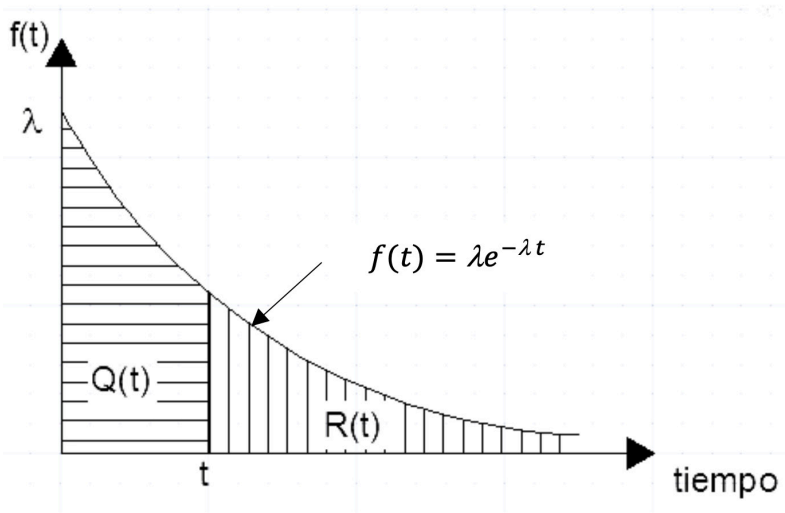
Resolviendo la ecuación 5 se obtiene la probabilidad de que un componente sobreviva un tiempo (t) de trabajo. Si la *tasa de fallas es constante*, la fiabilidad en un tiempo *t* está dada por:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 6}$$

Y la función de densidad de falla (área bajo la curva) se expresa por:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 7}$$

La función de densidad de falla correspondiente se muestra en la Figura 2.1. como una exponencial decreciente.



**Figura 2.1.** Función de densidad exponencial.

Porque:

$$\int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t} = Q_{(t)} \quad \text{Ec. 8}$$

A partir de ese instante  $t$ :

$$\int_t^\alpha \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_t^\alpha = -e^{-\lambda \alpha} + e^{-\lambda t} = R_{(t)} \quad \text{Ec. 9}$$

A medida que es mayor el tiempo de la misión encomendada al componente, “ $t$ ” crece y la probabilidad de fallas también disminuyendo la fiabilidad.

### ***Tiempo medio de Fallas***

La frecuencia a la cual ocurren las fallas y las malas operaciones de un componente es utilizada como un parámetro para la formulación matemática de la confiabilidad. Su valor recíproco se llama tiempo medio entre fallas y se mide en horas. Para la distribución exponencial, el tiempo medio entre fallas (TMEF) es:

$$m = \frac{1}{\lambda} \quad \text{Ec. 10}$$

La función de fiabilidad  $R_{(t)}$  también puede ser escrita en función de  $m$  como:

$$R_{(t)} = e^{-\frac{t}{m}} \quad \text{Ec. 11}$$

### ***Resumen***

En resumen se puede indicar que las tasas de fallas de los componentes indican la proporción en que fallan éstos. Su expresión más general es:

$$\lambda = -\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad \text{Ec. 12}$$

Solamente  $\lambda$  es constante cuando las fallas ocurren a intervalos casuales en el tiempo. Esta condición se presenta durante la vida útil de los componentes.

La función de confiabilidad en forma general se expresa como:

$$R_{(t)} = e^{-\int_0^t \lambda dt} = \exp\left(-\int_0^t \lambda dt\right) \quad \text{Ec. 13}$$

Cuando  $\lambda$  es constante

$$R_{(t)} = e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 14}$$

## 2.2. Sistemas serie y sistemas paralelo.

### *Sistemas Serie*

La confiabilidad de un sistema complejo puede ser expresada como el producto de las confiabilidades de todos aquellos componentes y unidades de cuya operación satisfactoria depende del éxito del sistema. Para  $n$  componentes o unidades en serie, la fiabilidad del sistema está dada por:

$$R_S = R_1 R_2 R_3 \dots R_n = \prod_{i=1}^n R_i \quad \text{Ec. 15}$$

Esta expresión se conoce con el nombre de la ley del producto de las confiabilidades.

Cuando todas las  $R_i$  son exponenciales, la ecuación para la confiabilidad del sistema se puede evaluar por:

$$R_S = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n)t}$$

$$R_S = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t} = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right) \quad \text{Ec. 16}$$



Esta ecuación es aplicable a cualquier sistema en el cual *todos los componentes deben operar* para que el sistema opere exitosamente.

**Ejemplo 2.1:** Un circuito electrónico está formado por 4 transistores, 10 diodos, 20 resistencias y 10 condensadores que se encuentran operando continuamente de forma tal que el éxito del circuito depende del funcionamiento exitoso de sus componentes. Considere que el circuito es impreso y el alambre y las soldaduras de unión son 100% confiables. Además considere que los componentes operaran a sus valores nominales de tensión, corriente y temperatura. Bajo estas condiciones de esfuerzo, los componentes tienen las siguientes tasas de falla:

$$\text{Diodos: } \lambda_d = 2 \times 10^{-6} (c/u) \left( \text{fallos}/h \right)$$

$$\text{Transistores: } \lambda_t = 1 \times 10^{-5} (c/u) \left( \text{fallos}/h \right)$$

$$\text{Resistores: } \lambda_r = 1 \times 10^{-6} (c/u) \left( \text{fallos}/h \right)$$

$$\text{Condensadores: } \lambda_c = 2 \times 10^{-6} (c/u) \left( \text{fallos}/h \right)$$

Para evaluar la fiabilidad de este circuito, primero se suman todas las tasas de fallas:

$$\sum \lambda_i = 10\lambda_d + 4\lambda_t + 20\lambda_r + 10\lambda_c = 0,0001 = 1 \times 10^{-4} \text{ fallos}/h$$

Esta suma es la tasa de fallas esperada por hora de trabajo del circuito. La fiabilidad estimada para el circuito es:

$$R_S(t) = e^{-0,0001 t}$$

Para 10h de operación la fiabilidad es:

$$R_S(10) = e^{-0,001}$$

$$R_S(10) = 0.999 \Rightarrow 99,9\%$$

Como la tasa de fallas es de 0,0001 fallas/h, el tiempo medio entre fallas es:

$$m = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0001} = 10000 \text{ h}$$

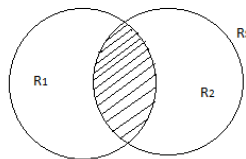
Esto no significa que el circuito opere sin fallos durante 10000 h.

### ***Sistemas Paralelos***

En los sistemas paralelos se dice que es redundante si el éxito se logra con solo una de las unidades en serie.

Considere un sistema redundante con dos unidades. Si los componentes individuales están operando dentro de sus períodos de vida útil, entonces la fiabilidad del sistema es:

$$R_S = R_1 + R_2 - R_1 * R_2 \tag{Ec. 17}$$



**Figura 2.2.** Fiabilidad de los sistemas

En el sistema,  $R_1, R_2$  es la probabilidad que la unidad 2 falle mientras se restablece la unidad 1.

Aquí  $Q_1, Q_2$  y  $Q_3$  son las probabilidades de fallo para los componente 1, 2 y ambas a la vez.

Para un sistema de n componentes en paralelo

$$Q_S = \prod_{i=1}^n Q_i \quad \text{Ec. 18}$$

Esta ecuación se conoce como la ley del producto de las probabilidades de fallo en operación paralelo. Si el sistema es completamente redundante, entonces la fiabilidad  $R_s$  es:

$$R_S = 1 - Q_S = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i \quad \text{Ec. 19}$$

### 2.3. Sistemas que no son completamente redundantes

En estos sistemas el éxito y el proceso deben ser claramente definidos.

Considere un sistema con 4 unidades idénticas, cada una con fiabilidad  $R$  y una probabilidad de fallas  $Q$ . La probabilidad de encontrar en servicio 0, 1, 2, 3 y 4 unidades puede ser obtenido a partir del desarrollo binomial de  $(R + Q)^4$

$$(R + Q)^4 = R^4 + 4R^3Q + 6R^2Q^2 + 4RQ^3 + Q^4 \quad \text{Ec. 20}$$

Las probabilidades de éxito del sistema si se requieren diferente número de unidades son como sigue (ver Tabla 1):

Tabla 1. Probabilidades del sistema

Unidades requeridas para el éxito	Probabilidad de éxito del sistema
4	$R^4$
3	$R^4 + 4R^3Q$
2	$R^4 + 4R^3Q + 6R^2Q^2$
1	$R^4 + 4R^3Q + 6R^2Q^2 + 4RQ^3$

Si las unidades no son idénticas, los valores de las probabilidades pueden ser obtenidos a partir de:

$$(R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3)(R_4 + Q_4) = 1,0 \quad \text{Ec. 21}$$

Si fuera necesario, las expresiones pueden ponerse en función del tiempo.

### ***Teorema de Bayes***

Sistemas complicados pueden ser analizados secuencialmente utilizando el llamado teorema de Bayes.

La ecuación básica de Bayes es:

$$P_{(\text{éxito del sistemas})} = P_{(\text{éxito del sist. si B esta bueno})}P_{(B \text{ bueno})} + P_{(\text{éxito del sist. si B esta malo})}P_{(B \text{ malo})}$$

En general:

$$P_{(A)} = \sum_{i=1}^J P(A/B_i) P_{(B_i)} \quad \text{Ec. 22}$$

Donde:  $P_{(A)}$  probabilidad que ocurra el evento A (por ejemplo éxito del sistema)

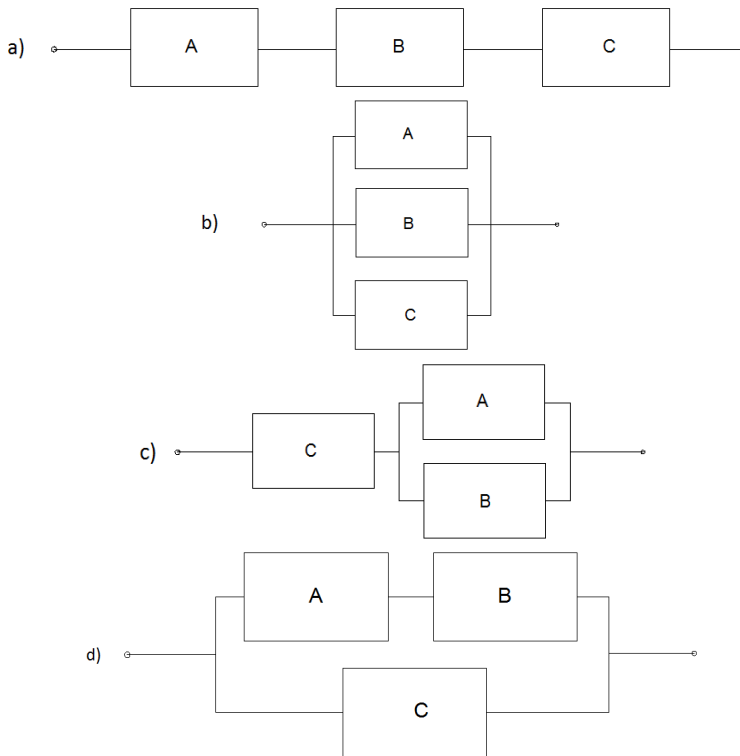
$P(A/B_i)$  Probabilidad de que ocurra A si ha ocurrido  $B_i$

$P_{(B_i)}$  Probabilidad de que ocurra  $B_i$

## **Problemas**

### **Problema 2.1**

Si la fiabilidad de cada una de las unidades es de 0,9, determine la fiabilidad del conjunto para las siguientes configuraciones:



**Figura 2.3.** Combinación de sistemas serie, paralelos y mixtos

**Orientaciones:**

Recuerde que las configuraciones serie se resuelven por la ley del producto de las confiabilidades, mientras que las configuraciones paralelas se resuelven por la ley del producto de las probabilidades de fallos.

Respuesta:

a.  $R_S = (0,9)^3 = 0,729$

b.  $Q_S = (1 - 0,9)^3 = (0,1)^3 = 0,001$

$$R_S = 1 - 0,001 = 0,999$$

c.  $Q_P = (1 - 0,9)^2 = (0,1)^2 = 0,01$

El conjunto  $\Rightarrow R_S = R_P R_C$

$$R_S = (1 - 0,01)(0,9) = (0,99)(0,9) = 0,891$$

d. Combinación serie  $\Rightarrow (0,9)^2 = 0,81$

Conjunto

$$Q_S = (1 - 0,81)(1 - 0,9) = (0,19)(0,1) = 0,019$$

$$R_S = 1 - Q_S = 1 - 0,019 = 0,981$$

### **Conclusiones del problema 2.1**

Como se pudo comprobar la confiabilidad mayor corresponde con la configuración paralela, pues en ésta, el éxito se logra si cualquiera de las unidades funciona correctamente. El nuevo valor de confiabilidad corresponde con la configuración serie como era de esperar, ya que en este caso, el fallo de cualquiera de las unidades provoca el fallo del sistema. La fiabilidad que se logra con la configuración c es superior a la correspondiente con la configuración serie, pero es pequeña aún, pues el fallo del elemento c provoca el fallo del sistema; es decir, la fiabilidad del sistema depende de la fiabilidad de un elemento. Observe como para las configuraciones a y c el valor de la confiabilidad es menor que para un elemento aislado, mientras que en el caso de las configuraciones b y d la fiabilidad del conjunto es superior a la de un elemento aislado. Como se puede apreciar la configuración d es superior a la c, pero inferior a la b que es la mejor.

### **Problema 2.2.**

Un sistema posee cinco unidades idénticas con probabilidades de falla de 0,02 cada c/u. Determine la confiabilidad del sistema si el éxito depende de que:

- Las cinco unidades funcionen.
- Cuatro unidades funcionen.
- Tres unidades funcionen.
- Dos unidades funcionen.
- Al menos una unidad funcione

### Orientaciones

Aplice el desarrollo del binomio de Newton.

### Resolución

Si  $Q = 0,02 \Rightarrow R = 0,98$

$$(R + Q)^5 = R^5 + 5R^4Q + 10R^3Q^2 + 10R^2Q^3 + 5RQ^4 + Q^5$$

Tabla 2. *Confiabilidad de acuerdo a unidades requeridas*

Unidades requeridas para el éxito	Confiabilidad	
	Expresión	Valor
5	$R^5$	0,90392
4	$R^5 + 5R^4Q$	0,99616

Unidades requeridas para el éxito	Confiabilidad	
	Expresión	Valor
3	$R^5 + 5R^4Q + 10R^3Q^2$	0,999924
2	$R^5 + 5R^4Q + 10R^3Q^2 + 10R^2Q^3$	0,999999
1	$R^5 + 5R^4Q + 10R^3Q^2 + 10R^2Q^3 + 5RQ^4$	1,000000

\*El término  $Q^5$  es muy pequeño prácticamente despreciable.

### Conclusiones del Problema 2.2.

Como se puede apreciar de la Tabla 2, el valor de la confiabilidad aumenta cuando disminuye el número de unidades requeridas para el éxito. En este caso el cálculo se realiza aplicando el desarrollo del binomio de newton; sin embargo, cuando las unidades no son idénticas, para evaluar las probabilidades hay que multiplicar las probabilidades de éxito y proceso entre sí como se explicó.

### Problema 2.3.

Un sistema posee tres unidades generadoras de 50, 100 y 150 MW, respectivamente. Determinar la probabilidad de que se produjera una salida de generación o producción de 150 MW si las unidades tienen una probabilidad de salida forzada de 0,01 c/u.

### Orientaciones

- Identifique  $R_i$  y  $Q_i$  con la fiabilidad y la probabilidad de salida forzada de la unidad de 50 MW.



- $R_2, Q_2$ : fiabilidad y probabilidad de fallo para la unidad de 100 MW y
- $R_3, Q_3$ : fiabilidad y probabilidad de fallo para la unidad de 150 MW

### Resolución

*Como las unidades son diferentes*

$$(R_1+Q_1)(R_2+Q_2)(R_3+Q_3) \Rightarrow (R_1R_2+R_2Q_1+R_1Q_2+Q_1Q_2)(R_3+Q_3)$$

$$\Rightarrow R_1R_2R_3+R_2R_3Q_1+R_1R_3Q_2+R_3Q_1Q_2+R_1R_2Q_3+R_2Q_1Q_3+R_1Q_2Q_3+Q_1Q_2Q_3$$

Para que salgan 150 MW tiene que salir la unidad de 50 y la de 100 o la unidad de 150 MW. La probabilidad de que produzca este evento viene dada por las permutaciones:

$$R_3Q_1Q_2 + R_1R_2Q_3$$

Por lo tanto la probabilidad de que se produzca la salida de 150 MW es:

$$P_{(150)} = R_3Q_1Q_2 + R_1R_2Q_3 = (0,99)(0,01)^2 + (0,99)^2(0,01) = 0,0098$$

### Conclusiones del problema 2.3.

Como se observa, para que se produzca la salida de 150 MW tienen que salir las unidades de 50 y 100 MW o la unidad de 150 MW, la cual tienen una probabilidad de ocurrencia.

Este sistema posee una capacidad de generación de 300 MW; si se dice que para que el sistema tenga éxito debe haber una capacidad en servicio de al menos 150 MW. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos haya 150 MW en servicio?

Esta probabilidad viene dada por los términos:

$$R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 Q_3 + R_1 Q_2 R_3 + Q_1 R_2 R_3 + R_3 Q_1 Q_2$$

Y su valor es:

$$(0,99)^3 + 3(0,99)^2(0,01) + (0,99)(0,01)^2$$

#### **Problema 2.4.**

¿Cuál es la expresión que determina la probabilidad de éxito del sistema si para que él tenga éxito debe funcionar alguno de los pasos ABC, ABE, DBE, DBC?

Datos:

$$R_A, R_B, R_C, R_D, R_E$$

#### **Orientaciones**

Aplique el teorema de Bayes.

Comience el análisis por el elemento A.

#### **Resolución**

$$R_S = R_S \text{ (Si A está bueno)} R_A + R_S \text{ (Si A está malo)} Q_A$$

Dado que A está bueno

$$R_S = R_S \text{ (Si B está bueno)} R_B + R_S \text{ (Si B está malo)} Q_B$$

$$R_S = [1 - (1 - R_C)(1 - R_E R_D)] R_B + 0 \sum_{i=1}^J P(A/B_i) P_{(B_j)}$$

Dado que A está malo:

$$R_S = R_S (\text{Si B está bueno}) R_B + R_S (\text{Si B está malo}) Q_B$$

$$R_S = [1 - (1 - R_D R_E)(1 - R_D R_C)] R_B + 0$$

Sustituyendo:

$$R_S = [1 - (1 - R_C)(1 - R_E R_D)] R_B R_A + [1 - (1 - R_D R_E)(1 - R_D R_C)] R_B (1 - R_A)$$

### **Conclusiones del problema 2.4.**

Como se puede apreciar el elemento B es determinante en la confiabilidad del sistema, pues un fallo del elemento B provoca el fallo del conjunto, por eso este término se anula para la probabilidad de que el sistema tenga éxito si B falla.

La confiabilidad depende del tipo de configuración del sistema que se evalúa, siendo la confiabilidad de los sistemas serie la menor de todas, pues para que el sistema tenga éxito, tienen que funcionar correctamente todos los elementos componentes del sistema. La máxima confiabilidad corresponde con los sistemas paralelos, pues el fallo del sistema se produce únicamente cuando fallan todos los elementos. Cualquier configuración intermedia posee un valor de confiabilidad mayor que la serie y menor que la paralela.

Cuando el sistema no es completamente redundante, la confiabilidad depende del número de unidades requeridas para el éxito. Mientras menor es el número de unidades requeridas para el éxito mayor es la confiabilidad del sistema; si las unidades son idénticas se aplica el desarrollo del binomio de Newton. Si las unidades son diferentes en capacidad o en el valor de las probabilidades hay que multiplicar consecutivamente el producto de las probabilidades individuales  $\prod_{i=1}^n (R_i + Q_i)$ . A partir de los términos de esta productora se determinan

los valores correspondientes de las probabilidades de éxito del sistema en dependencia del número de unidades requeridas para el éxito, como se vio en el ejemplo resuelto.

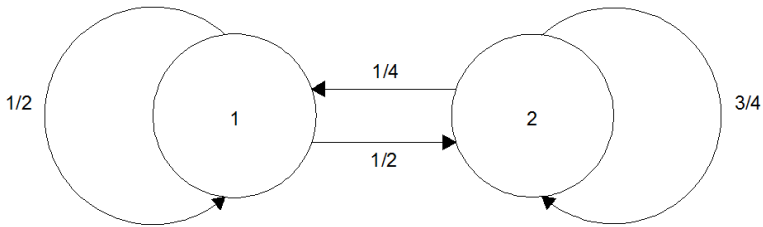
Los sistemas complicados se resuelven secuencialmente aplicando el teorema de Bayes para eventos mutuamente excluyentes. Hay eventos que son más determinantes que otros, desde el punto de vista de la confiabilidad, fundamentalmente cuando un fallo de ellos determina el fallo del sistema.

## **2.4. Los procesos de Márkov discretos**

Los procesos de Márkov son procedimientos de evaluación de niveles de fiabilidad aplicados al cambio de estado de los procesos. Estos procedimientos pueden ser aplicados a procesos que son discretos o continuos en tiempo y espacio. Sirven para medir la probabilidad de que un proceso se encuentre en un estado dado después de haber transitado por varios estados.

- Se caracterizan porque prácticamente no consume memoria, debido a que los estados futuros del proceso dependen únicamente de la historia inmediata. El resultado de un suceso dado, depende del resultado del suceso precedente.
- El proceso de Márkov se dice que es estacionario si la probabilidad de transición condicional es constante.
- Si esta probabilidad es una función del tiempo o en el caso de procesos discretos, del número de pasos, entonces el proceso se considera no estacionario y se denomina no markoviano.

Los conceptos básicos son ilustrados por el sistema simple que se muestra en la Figura 2.4.



**Figura 2.4.** Sistemas de los dos estados.

Esto se conoce como un proceso discreto debido a que el movimiento entre los dos estados ocurre según pasos discretos.

La probabilidad de ocupar un estado dado después de un número finito de pasos, se muestra en la Tabla 3:

Tabla 3. *Probabilidad del estado*

Nº de Paso	Estado 1	Estado 2
1	0,5	0,5
2	0,375	0,625
3	0,344	0,656
4	0,336	0,664
5	0,334	0,666

### Conceptos Básicos de los procesos markovianos

Para un sistema que pueda estar en dos estados diferentes; por ejemplo: ON, OFF; disponible o indisponible; en operación o fuera de servicio.

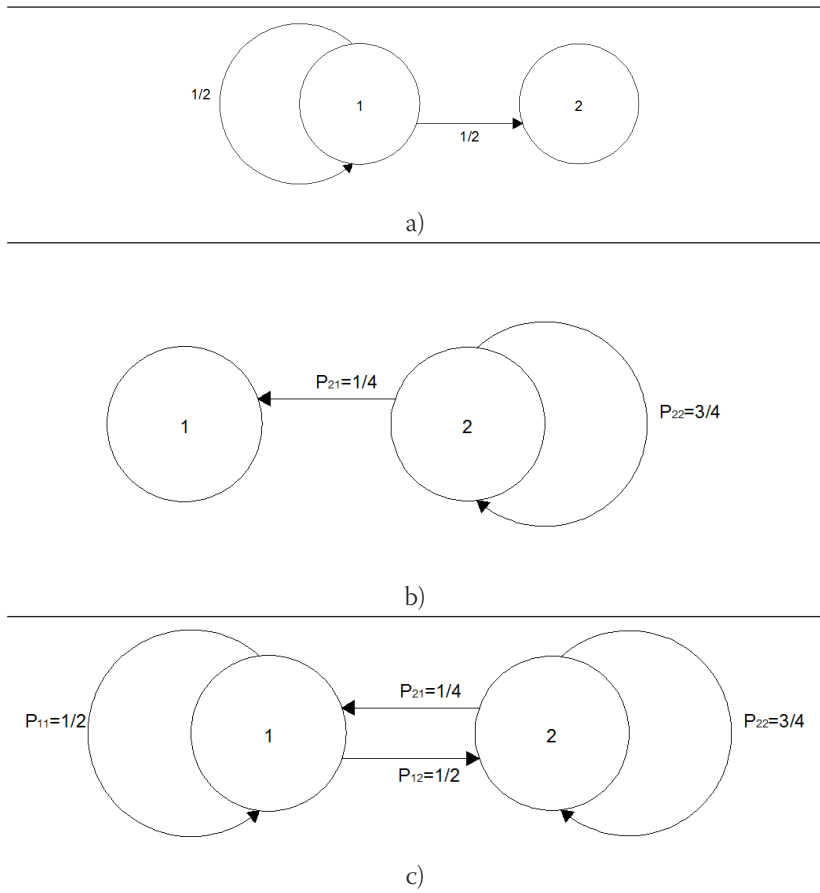
Si se encuentra en el estado 1 sea la probabilidad de permanecer en el estado 1,  $p_{11} = 1/2$  y sea la probabilidad de pasar al estado 2  $p_{12} = 1/2$ , pero cuando se encuentre en el estado 2, la probabilidad de permanecer en el estado 2 es  $p_{22} = 3/4$  y la de regresar al estado 1 es  $p_{21} = 1/4$ , aquí se cumple:

$$p_{11} + p_{12} = 1 \quad \text{Ec. 23}$$

Puesto que solo tiene 2 estados posibles.

$$p_{21} + p_{22} = 1 \quad \text{Ec. 24}$$

La probabilidad para cada estado se puede apreciar en la Figura 2.5.

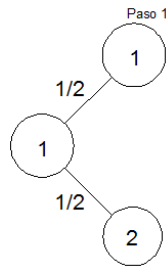


**Figura 2.5.** Representación gráfica del paso de un estado a otro: a) paso desde el estado 1, b) paso desde el estado 2, c) paso de un estado a otro en el sistema

Si en este sistema se ejecutan varias operaciones o pasos; en cada uno de ellos tendrá probabilidad de estar en el estado 1 o 2, dependiendo del estado anterior; por ejemplo: si se dan 5 pasos.

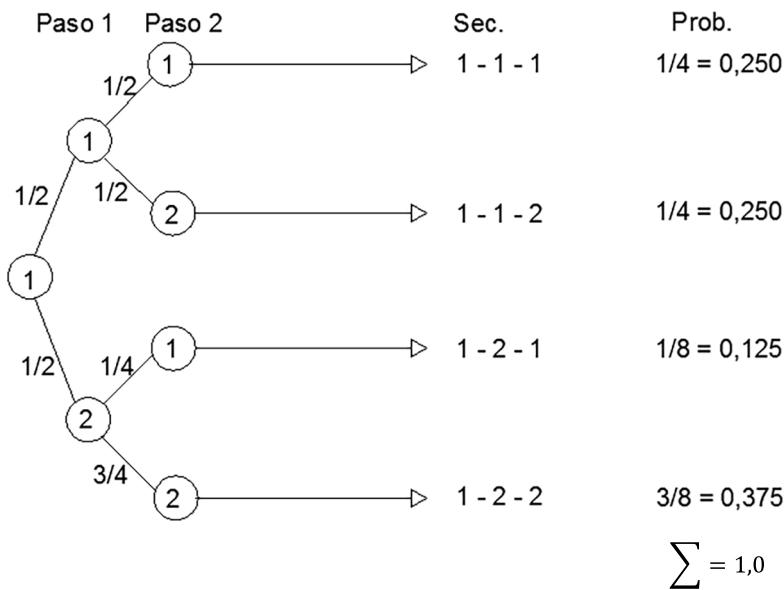
La principal característica de los procesos markovianos es el poco consumo de memoria debido a que los estados después del proceso solo dependen de la historia inmediata; es decir, estado inmediato anterior.

El sistema, transcurridas  $N$  operaciones o pasos, tiene la probabilidad de ir pasando de un estado a otro o mantenerse en un estado dado. Así por ejemplo: en el primer paso, si inicialmente se encuentra en el estado 1, tiene  $\frac{1}{2}$  de quedar en uno y  $\frac{1}{2}$  de pasar a 2. Esto se representa esquemáticamente, ver Figura 2.6.



**Figura 2.6.** Representación de probabilidades en el primer paso

Como se aprecia en la Figura 2.7, en el segundo paso, si están en estado 1 tiene  $\frac{1}{2}$  de quedar en 1 y  $\frac{1}{2}$  de pasar a 2; pero si había pasado a 2, tiene  $\frac{3}{4}$  de quedar en 2 y  $\frac{1}{4}$  de volver a 1.



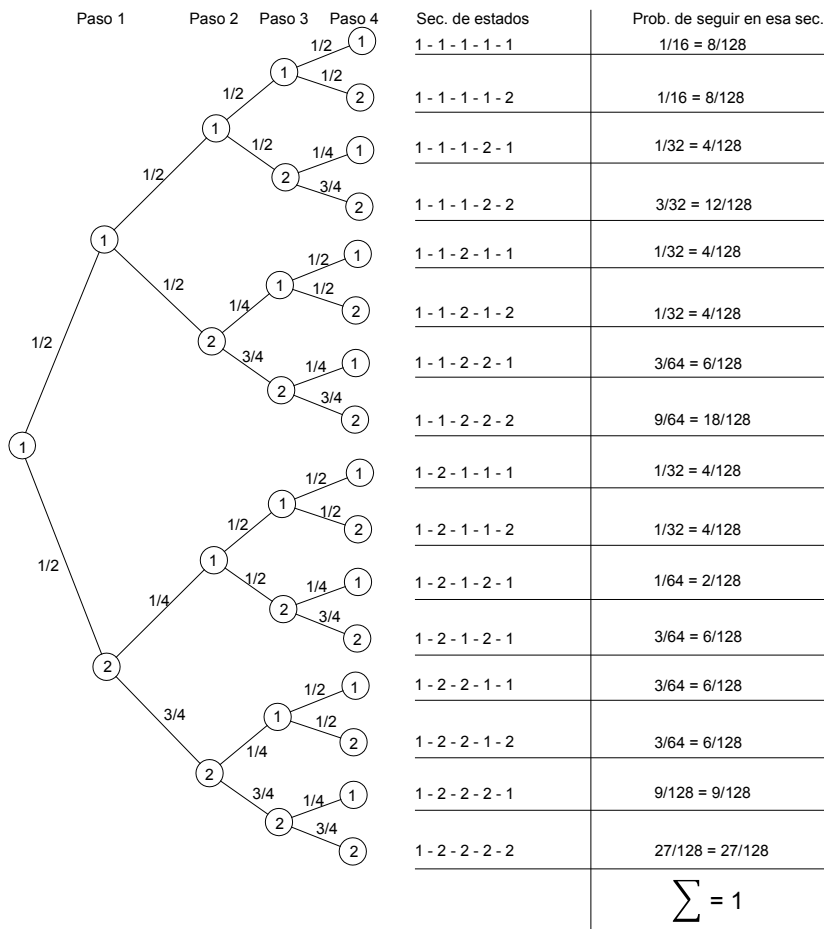
**Figura 2.7.** Representación de probabilidades hasta el segundo paso

En la medida que se vean efectuando operaciones o dando pasos, el sistema tiene posibilidad de haber seguido una secuencia de estados que en su conjunto suman la unidad.

Para el conjunto de 4 pasos, se llega al árbol que se muestra en la Figura 2.8.

El proceso de Markov es estacionario porque la probabilidad de transición condicional es constante, por ejemplo:  $p_{1-2} = 1/2$  y  $p_{22}$  es no estacionario. Si esta probabilidad es función del tiempo (procesos continuos) o varía con el N de paso si el proceso no estacionario son no markovianos.





**Figura 2.8.** Árbol representativo de probabilidades para 4 pasos y dos posibles estados del sistema planteado.

La probabilidad absoluta de que el sistema se encuentre en el estado 1 o 2 después de  $i$  pasos, está dada por la suma de las probabilidades de secuencia que resultan del diagrama del árbol, por ejemplo:

Tabla 4. Estado de probabilidad.

Paso	Probabilidad estado 1	Probabilidad estado 2
1	0,5	0,5
2	$\frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \frac{1}{4} = 0,325$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} * \frac{3}{4} = 0,625$
3	0,344	0,656
4	0,336	0,664
5	0,334	0,666

De aquí se puede definir el gráfico de la Figura 2.9, que muestra las probabilidades del sistema de estar en el estado 1 o 2 después de transcurrido una parte del proceso o analizados un número de pasos.

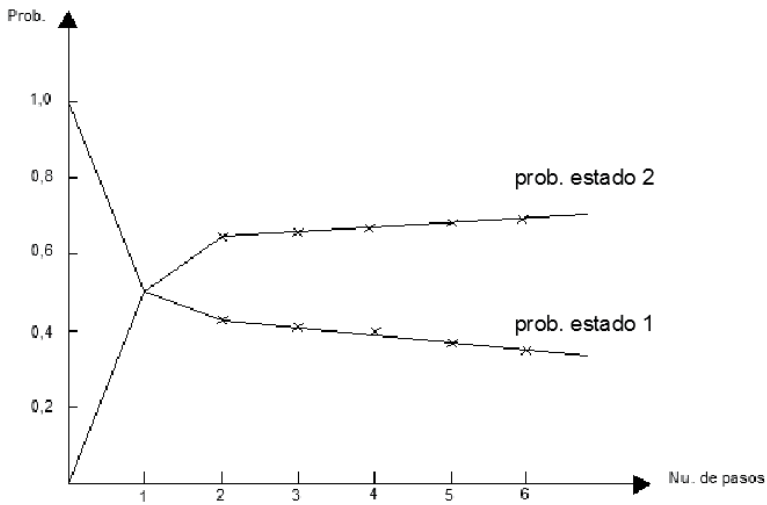
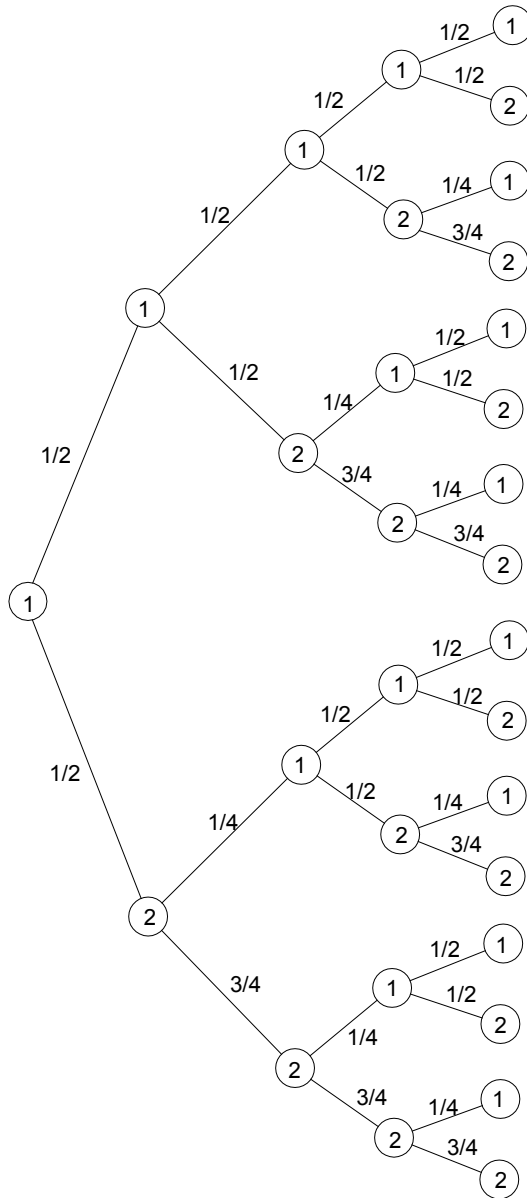
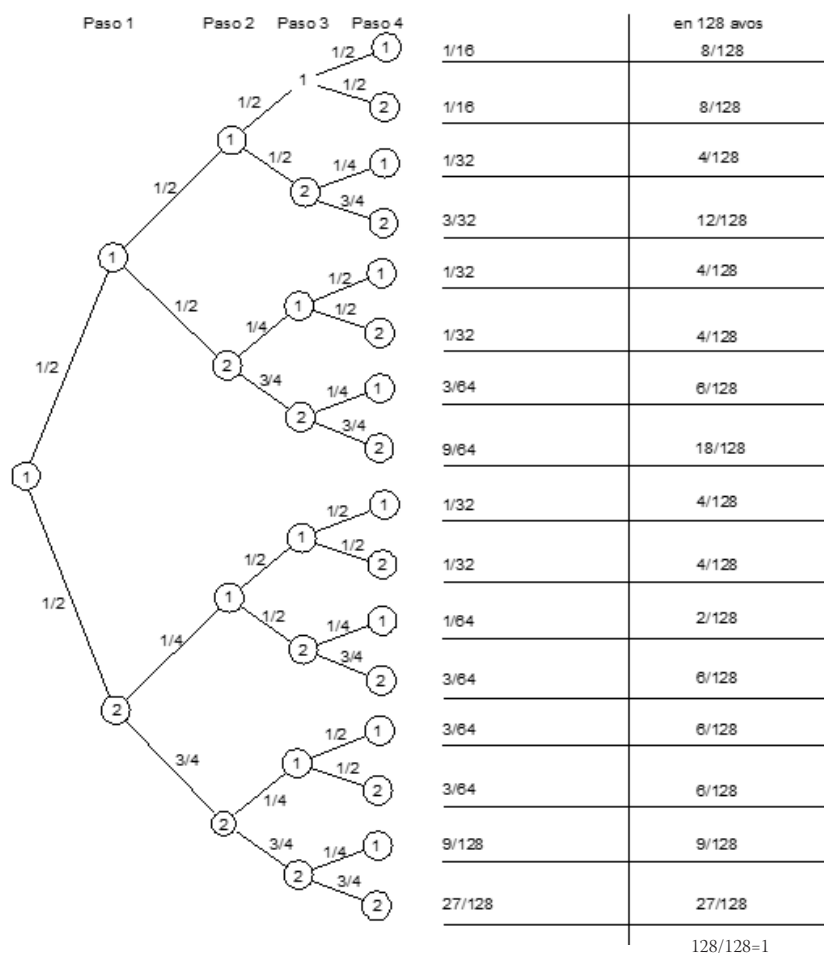


Figura 2.9. Comportamiento transitorio o sistema para estado al inicio.



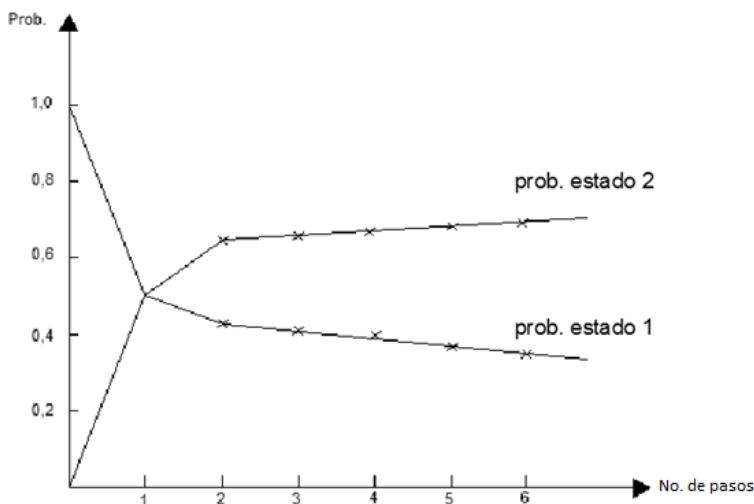
**Figura 2.10.** (a) Diagrama árbol para el sistema con dos estados cuando el proceso comienza en el estado 1.

Si se construye el árbol de probabilidades para el sistema comenzando en el estado 2.



**Figura 2.10. (b)** Diagrama árbol para el sistema con dos estados. El proceso comienza en el estado 1.

El comportamiento transitorio de las probabilidades de estado puede ser visto en la Figura 2.11.



**Figura 2.11.** Comportamiento transitorio del sistema cuando inicialmente se encuentra en estado 1

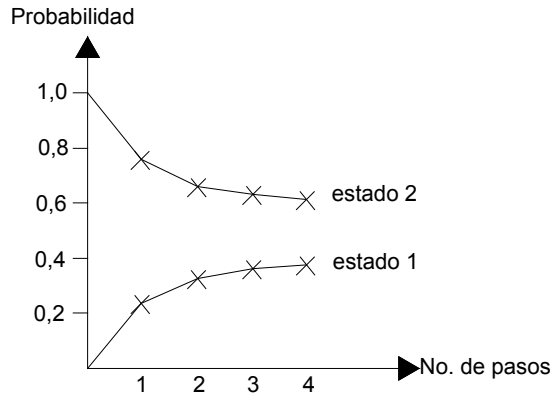
En el paso “0” la probabilidad de estar en cualquier estado está dado por las condiciones iniciales.

La probabilidad de estado de este sistema se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. *Probabilidad del estado del sistema para cuatro pasos*

Nº del Paso	Estado 1	Estado 2
1	0,250	0,750
2	0,3125	0,6875
3	0,3281	0,6719
4	0,3320	0,6679

Los valores correspondientes a las probabilidades de estado según la tabla 4 son llevados al gráfico de la figura siguiente.



**Figura 2.12.** Comportamiento transitorio del sistema cuando inicialmente se encuentra en el estado 2.

A medida que el número de pasos aumenta, el diagrama árbol deja de ser práctico.

Las transiciones de un estado a otro en un simple paso pueden ser descritos por una matriz  $P$ , para el caso particular de dos estados como en el caso del ejemplo, la matriz es de orden 2 donde:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 25}$$

Esta matriz se denomina: Matriz de Probabilidad Transicional.

En el caso particular del ejemplo anterior;

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$P^2 = PP = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} (1/4 + 1/8) & (1/2 + 3/8) \\ (1/8 + 3/16) & (1/8 + 9/16) \end{bmatrix}$$

En esta matriz  $p_{ii}$  es igual a  $1/2$  i.e, la probabilidad que dado el proceso está en el estado 1 al comienzo del intervalo n, este permanecerá en el estado 1 durante este intervalo. El mismo razonamiento puede ser aplicado a cada elemento de la matriz P. la suma de cada fila es la unidad y la matriz P es conocida como la “matriz de probabilidades transicionales estocástica” del sistema.

La matriz  $P^n$  es definida como la matriz cuyo elemento  $P$  “i j” (n) es la probabilidad que el proceso se encuentre en el estado. Ejemplo, después de n pasos, si comenzó en el estado  $E_i$ . Considere el sistema simple de la Figura 2.10 después de 2 pasos.

$$P^2 = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} (p_{11}p_{11} + p_{12}p_{21}) & (p_{11}p_{12} + p_{12}p_{22}) \\ (p_{21}p_{11} + p_{22}p_{21}) & (p_{21}p_{12} + p_{22}p_{22}) \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 3/8 & 5/8 \\ 5/16 & 11/16 \end{bmatrix}$$

La probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado 1 después de 2 pasos, si el sistema comenzó en el estado 1 es  $3/8$  o  $0,375$ . Si el proceso ha comenzado en el estado 2, la probabilidad de que se encuentre en el estado 1 después de 2 pasos es  $5/16 = 0,312$ .

## Convergencia a límites estables

A medida de que el número de pasos  $n$  aumenta, los valores de los elementos de las columnas en la matriz  $P^n$  se aproximan a valores límites y se obtiene finalmente una matriz de estado estable. Esto no es cierto para todas las matrices de transición posibles, pero ocurre cuando la matriz de transición es recurrente, es decir, aquella en la cual es posible ir de un estado a cualquier otro en un número finito de pasos.

El comportamiento transitorio del proceso está determinado por el vector de probabilidad de estado inicial  $P_{(0)}$ .

El resultado de estado estable es independiente del estado inicial en el cual se inicia el proceso.

La matriz de probabilidad de transición "P" para el sistema de la Figura 2.10 es:

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

Si en el paso  $n$  ya tiene límite establecido  $[P_1 P_2]$  en el paso  $n+1$

$$[P_1 P_2][P] = [P_1 P_2] \quad \text{Ec. 26}$$

$$P_1 + P_2 = 1 \quad \text{Ec. 27}$$

Se define: el vector de probabilidad límite  $\alpha$  como:

$$\alpha = [P_1 P_2] \quad \text{Ec. 28}$$



Tal que:

$$\alpha P = \alpha$$

Ec. 29

El resultado final es independiente de la transición.

Para lo cual:

$$\begin{aligned}\alpha[P] &= \alpha \\ [P_1 \ P_2][P] &= [P_1 \ P_2] \\ [P_1 \ P_2] \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} &= [P_1 \ P_2]\end{aligned}$$

De donde:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} 1/2 P_1 + 1/4 P_2 = P_1 \\ 1/2 P_1 + 3/4 P_2 = P_2 \end{bmatrix} \\ -1/2 P_1 + 1/4 P_2 = 0 \\ 1/2 P_1 - 1/4 P_2 = 0\end{aligned}$$

Estas ecuaciones son idénticas; sin embargo, existe una tercera ecuación

$$P_1 + P_2 = 1$$

Esta ecuación surge; ya que el sistema puede estar en un estado o en el otro, pero en uno de ellos. Es decir, si no está en uno tiene que encontrarse en el otro.

De aquí se puede plantear:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

Y,  $P_1 = 0,333$  ;  $P_2 = 0,667$  probabilidad de estar en estado 1 o 2 al final de  $\underline{n}$  pasos.

Si el proceso descrito en la Tabla 4 comenzó en el estado 1, se puede tomar el vector de probabilidad inicial  $P_{(0)}$  que está dado por:

$$P_0 = [1,0]$$

Entonces,

$$P^{(2)} = P_0 P^2 = \left[ \frac{3}{8}, \frac{5}{8} \right]$$

Si comienza en el estado 2

$$P_0 = [0,1]$$

y,

$$P^{(2)} = [0,1] \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{bmatrix} = \left[ \frac{5}{16}, \frac{11}{16} \right]$$

Este resultado también puede haberse obtenido del diagrama árbol.

## 2.5. Procesos de Márkov continuos. Las técnicas recursivas

La fiabilidad normalmente trata con problemas que son discretos en espacio y continuos en tiempo. Como se estudió, si un sistema o componente está caracterizado por  $(f_{(t)}) = -\frac{dR(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$  si  $\lambda = k$  una densidad de falla exponencial, entonces, la probabilidad condicional de fallo durante cualquier intervalo fijo es constante. Esta condición es necesaria si el sistema va a ser estudiado como un proceso de Markov estacionario.

Los sistemas eléctricos son discretos en el espacio pero continuos en el tiempo. Para sistemas con  $\lambda = k$  se cumplan las condiciones de estacionalidad necesaria en este tipo de procesos.

Muchos elementos del Sistema Eléctrico Nacional fallan pero son reparables y el problema consiste en analizar la probabilidad de falla, teniendo en cuenta la reparación. El sistema que se va a estudiar tiene en cuenta la probabilidad de falla o de operación de un sistema con una o dos componentes que sean reparables, pero visto en el tiempo como una función continua. La teoría se obtiene de la ecuación general de fiabilidad (para  $\lambda = k$ ) y la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales. Al final se analizará la operación de dos generadores que ilustra una aplicación práctica.

El sistema eléctrico se constituye normalmente con sistemas y componentes que son reparables. Los sistemas no reparables son generalmente más sencillos de analizar; cuando fallan se desechan.

Considere el caso de un componente reparable simple, para el cual la tasa de fallos y reparación están caracterizados por la distribución exponencial.

Se define:

$$P_0(t) = \text{Probabilidad que este operable en el tiempo } t$$

$$P_1(t) = \text{Probabilidad que el componente este fallando en el tiempo } t$$

$$\lambda = \text{Tasa de fallo} \left( \frac{dN_f(t)}{dt} \frac{1}{N_S(t)} \right) \quad \text{Ec. 30}$$

$$\mu = \text{Tasa de reparacion}$$

$$dt = dN_f(t) \frac{1}{N_S(t)} \text{ Fallo en un } dt \text{ de los que sobreviven.}$$

Considere un intervalo de tiempo incremental  $\Delta t$  y asuma que la probabilidad de que ocurran dos o más eventos durante este incremento de tiempo es despreciable. Se cumple que:

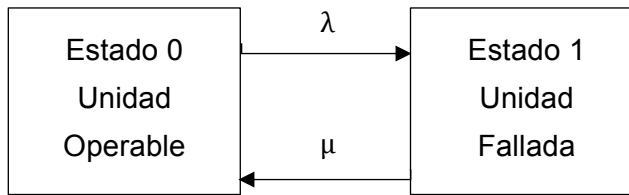
$$\text{probab. operar}(t + \Delta t) = \text{probab. operar}(t) - \text{probab. de falla}(\Delta t) + \text{probab. entrada por repar}(\Delta t)$$

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t) - P_0(t)\lambda(\Delta t) + P_1(t)\mu(\Delta t) \quad \text{Ec. 31}$$

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)(1 - \lambda\Delta t) + P_1(t)\mu(\Delta t) \quad \text{Ec. 32}$$

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t)(1 - \mu\Delta t) + P_0(t)\lambda(\Delta t) \quad \text{Ec. 33}$$

El diagrama de espacio y estado para este sistema simple es como sigue:



**Figura 2.13.** Diagrama de espacio y estado

De las ecuaciones 32 y 33 anteriores

$$\text{Ec 33)} \frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{(\Delta t)} = -\mu P_1(t) + P_0(t)\lambda$$

$$\text{Ec 32)} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

Pero llevado al límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = \frac{dP_0(t)}{dt} = P_0'(t) \quad \text{Ec. 34}$$

Y lo mismo ocurre con la ecuación 33.

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \end{bmatrix} = [P_0(t) \ P_1(t)] \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 35}$$

Resolviendo para  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$ :

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu} [\lambda P_0(0) - \mu P_1(0)] \quad \text{Ec. 36}$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu} [\mu P_0(0) - \lambda P_1(0)] \quad P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu} [\lambda P_0(0) - \mu P_1(0)] \quad \text{Ec. 37}$$

Donde  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$  son las condiciones iniciales y,

$$P_0(0) + P_1(0) = 1 \quad \text{Ec. 38}$$

Si el proceso comienza en el estado 0; es decir, en el tiempo cero de sistema está en la condición operable, entonces:

$$\begin{aligned} P_0(0) &= 1 \text{ y } P_1(0) = 0 \\ P_0(t) &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda + \mu} \\ P_1(t) &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda + \mu} \end{aligned}$$

Como  $t \rightarrow \infty$

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \quad , \quad P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \quad \text{Ec. 39}$$

Si  $m = \frac{1}{\lambda} =$  *Tiempo medio para falla*

$r = \frac{1}{\mu} =$  *Tiempo de reparacion medio.*

$$P_0(\infty) = \frac{m}{r+m} = \text{Tasa de disponibilidad de la unidad de generación convencional}$$

$$P_1(\infty) = \frac{r}{r+m} \text{Tasa de salida forzada de la unidad de generación convencional}$$

A medida que el tiempo tiende a  $\infty$  las probabilidades de estado se aproximan a un conjunto de valores constantes conocido como las probabilidades de estado limitantes. Estos valores son independientes del estado en el cual el proceso comienza.

En sistemas más complicados se hace cada vez más difícil obtener una expresión general dependiente del tiempo. Esto será ilustrado en el caso siguiente de un sistema simple de dos unidades. El periodo transitorio en muchos casos prácticos es despreciable, ya que  $\frac{\mu}{\lambda}$  es usualmente bastante grande.

Considere el caso de dos unidades idénticas en paralelo.

$P_0(t)$  = Probabilidad de que ambas unidades estén en estado operable en el tiempo  $t$ .

$P_1(t)$  = Probabilidad de que solo uno esté en el estado operable en el tiempo  $t$ , y que el otro este en el estado fallado en el tiempo  $t$ .

$P_2(t)$  = Probabilidad de que ambos estén fallados en el tiempo  $t$ .

### **Técnicas Recursivas**

Los sistemas de potencia, tratan con elementos componentes que son operables y mantenidos continuamente. En estas condiciones,

los diferentes estados descritos por los procesos de Márkov son todos recurrentes. No hay estados absorbentes y cualquier estado particular puede ser alcanzado en un número finito de pasos.

En un sistema que contiene uno o más componentes, la disponibilidad de un estado dado, es el tiempo medio en ese estado dividido por el tiempo medio de ciclo para que ocurra dicho estado.

Esto fue mostrado para un componente simple.

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad y \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Donde  $\mu$  y  $\lambda$  son las tasa de fallo y de reparación respectivamente. La Figura 2.13 también representa el diagrama de fase y estado para un sistema con estas características.

El tiempo del ciclo  $T$  de un componente es la suma del tiempo medio para fallo y del tiempo medio de reparación y es conocido como el tiempo medio entre fallas (TMEF)

$$T = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} \quad \text{Ec. 40}$$

La frecuencia del ciclo es  $f = \frac{1}{T}$

Si:

$m =$  tiempo medio para falla  $= \frac{1}{\lambda}$

$r =$  tiempo de reparación medio  $= \frac{1}{\mu}$

El sistema de ecuaciones diferenciales es:

$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = [P_0(t) \ P_1(t) \ P_2(t)] \begin{bmatrix} -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu - (\lambda + \mu) & \lambda & \\ 0 & 2\mu & -2\mu \end{bmatrix} \text{Ec. 41}$$

Usando  $P_0(0) = 1$

$P_1(0) = P_2(0) = 0$

$$P_0(t) = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2} + \frac{2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{-2(\lambda + \mu)t} \quad \text{Ec. 42}$$

$$P_1(t) = \frac{2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} + \frac{2\lambda(\lambda - \mu)}{(\lambda + \mu)^2} e^{-(\lambda + \mu)t} - \frac{2\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{-2(\lambda + \mu)t} \quad \text{Ec. 43}$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} - \frac{2\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{-2(\lambda + \mu)t} \quad \text{Ec. 44}$$

Resulta interesante notar que este sistema está compuesto por unidades independientes y por lo tanto las expresiones para  $P_0(t)$ ,  $P_1(t)$  y  $P_2(t)$  podrán haber sido obtenidas a partir de los resultados obtenidos para la unidad aislada, usando la expansión binomial.

Entonces,

$$T = m + r \quad \text{Ec. 45}$$

La probabilidad de disponibilidad del componente es  $P_0$

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{m}{m + r} = \frac{m}{T} = \frac{1}{\lambda T} = \frac{f}{\lambda} \quad \text{Ec. 46}$$

La indisponibilidad del componente es igual a la tasa de salida forzada y es  $P_1$



$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{r}{m + r} = \frac{r}{r} = \frac{1}{\mu r} = \frac{f}{\mu} \quad \text{Ec. 47}$$

A partir de las ecuaciones anteriores puede verse que:

$$f = P_0 \lambda = P_1 \mu$$

En una forma más general, la frecuencia con la cual se encuentra un estado puede ser evaluada por

$$f = P_0 \lambda \quad \text{Ec. 48}$$

Donde:

$P_0$  = Probabilidad de estado estable de estar en dicho estado.

$\lambda$  = Tasa de salida del estado.

O también,

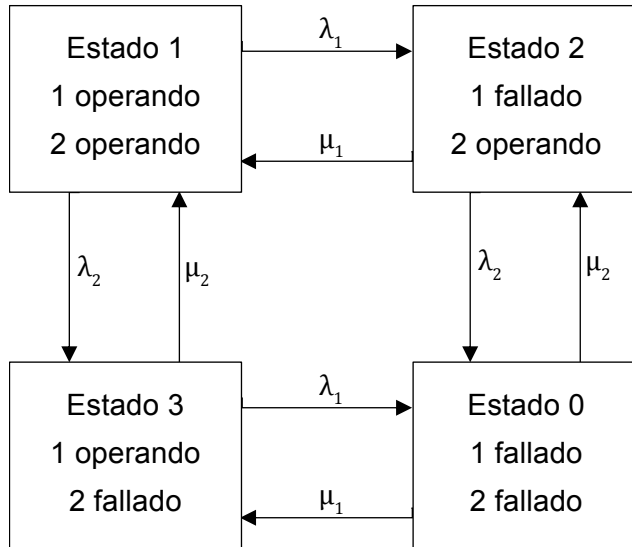
$$f = P_1 \mu \quad \text{Ec. 49}$$

Donde:

$P_1$  = Probabilidad estable de no estar en dicho estado.

$\mu$  = Tasa de entrada en el estado.

Considere el caso de dos componentes. El diagrama de espacio y estado para el sistema con dos componentes se muestra en la Figura 2.14, que sigue:



**Figura 2.14.** Diagrama de espacio y estado del sistema con dos componentes.

La matriz de las probabilidades de transición estocástica para este sistema es:

$$P = \begin{bmatrix} 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ \mu_1 & 1 - (\lambda_2 + \mu_1) & 0 & \lambda_2 \\ \mu_2 & 0 & 1 - (\lambda_1 + \mu_2) & \lambda_1 \\ 0 & \mu_1 & \mu_2 & 1 - (\mu_1 + \mu_2) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 50}$$

Las probabilidades de estado estable son:

$$P_1 = \frac{\mu_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad \text{Ec. 51}$$

$$P_2 = \frac{\lambda_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad \text{Ec. 52}$$

$$P_3 = \frac{\lambda_2 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad \text{Ec. 53}$$

$$P_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad \text{Ec. 54}$$

## 2.6. Aplicación de procesos de Márkov

### Problema 2.5

Para el siguiente proceso de Márkov discreto determine:

- Probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado 1 en el segundo paso, dado que comenzó en el estado 2.
- Probabilidades de estado estable.

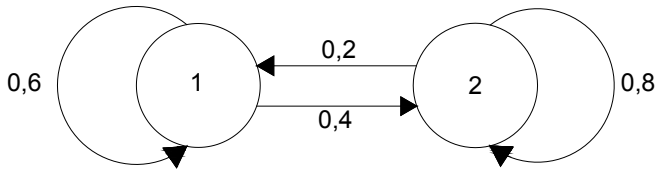


Figura 2.15. Aplicación de procesos Márkov. Problema 2.5

Solución

$$P = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,2 & 0,8 \end{vmatrix}$$

Para el segundo paso

$$P^2 = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,2 & 0,8 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,2 & 0,8 \end{vmatrix}$$
$$P^2 = \begin{vmatrix} 0,36 + 0,08 & 0,24 + 0,32 \\ 0,12 + 0,16 & 0,08 + 0,64 \end{vmatrix}$$
$$P^2 = \begin{vmatrix} 0,44 & 0,56 \\ 0,28 & 0,72 \end{vmatrix}$$
$$P_{21} = 0,28$$

c. Cálculo de las probabilidades de estado estable

$$[P_1 \ P_2] \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,2 & 0,8 \end{bmatrix} = [P_1 \ P_2]$$

$$0,6P_1 + 0,2P_2 = P_1 \Rightarrow -0,4P_1 + 0,2P_2 = 0 \quad (1)$$

$$0,4P_1 + 0,8P_2 = P_2 \Rightarrow 0,4P_1 - 0,2P_2 = 0 \quad (2)$$

$$P_1 + P_2 = 1 \quad (3)$$

Las ecuaciones (1) y (2) son dependientes. Multiplicando (3) por -0,2 y sumando con (1)

$$\begin{array}{r} -0,2P_1 - 0,2P_2 = -0,2 \\ \hline -0,4P_1 + 0,2P_2 = 0 \\ -0,6P_1 \quad \quad = -0,2 \\ P_1 = \frac{-0,2}{-0,6} = 0,33 \Rightarrow P_2 = 1 - P_1 \\ P_2 = 0,666 \end{array}$$

### Conclusiones del problema 2.5

Como se puede apreciar, la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado dado transcurrido un número  $n$  de pasos, puede ser rápidamente obtenido a partir de la matriz  $P^n$ . Para el cálculo de las probabilidades de estado estable se obtiene el vector de probabilidad límite  $\alpha$ , tal que  $\alpha P = \alpha$  de esa igualdad salen tantas ecuaciones como incógnitas posee el sistema. Sin embargo una ecuación es dependiente y para que el sistema sea soluble hay que plantear una ecuación adicional que expresa que la suma de las probabilidades de estado independientes es 1, ya que son eventos mutuamente excluyentes, es decir el sistema puede estar solo en uno de los dos estados dados.

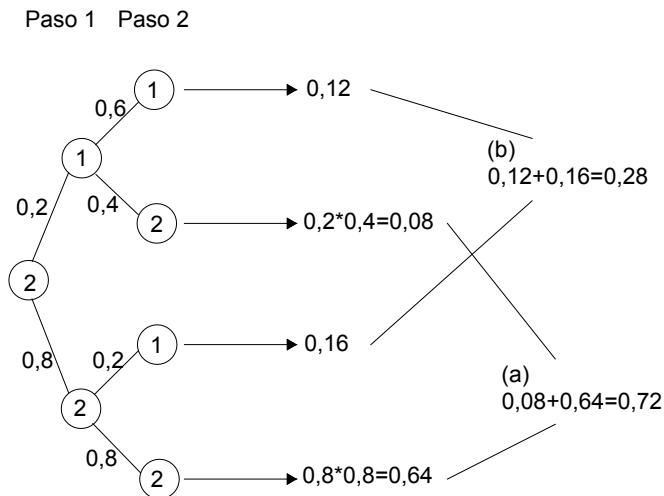
## Problema 2.6

Trace el diagrama árbol para el sistema del ejemplo anterior y determine:

- d. Probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado 2 en el segundo paso, dado que comenzó en el estado 2.
- e. Probabilidad de que se encuentre en 1 dado que comenzó en 2

### Orientaciones

Trace el diagrama árbol si el sistema se encuentra inicialmente en el estado 2.



**Figura 2.16.** Aplicación de procesos Márkov. Problema 2.6

La probabilidad de que se encuentre en 2 en el segundo paso, dado que comenzó en 2 es 0,72. Igualmente, la probabilidad de que se encuentre en 1 dado que comenzó en 2 es 0,28 que es igual al valor obtenido aplicando matrices.

### Problema 2.7

Para el sistema cuyo diagrama de espacio y estado se muestra, construya la matriz de las probabilidades de transición estocástica.

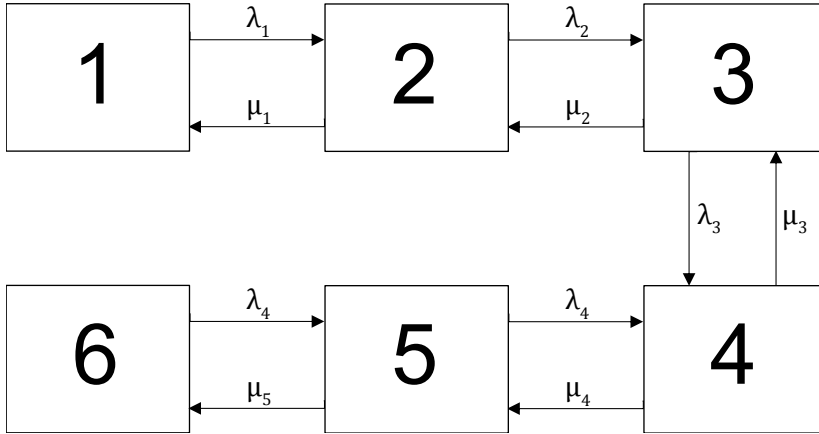


Figura 2.17. Aplicación de procesos Márkov. Problema 2.7

### Orientaciones

Como el sistema posee 6 estados la matriz resultante sera de 6x6.

$$\begin{vmatrix}
 1 - \lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \mu_1 & 1 - (\lambda_2 + \mu_1) & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \mu_2 & 1 - (\lambda_3 + \mu_2) & \lambda_3 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mu_3 & 1 - (\lambda_4 + \mu_3) & \lambda_4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \mu_4 & 1 - (\lambda_5 + \mu_4) & \lambda_5 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_5 & 1 - \mu_5
 \end{vmatrix}$$

### Conclusiones del problema 2.7

La matriz de las probabilidades de transición estocástica se forma a partir de las tasas de falla  $\lambda$  y de reparación  $\mu$  que constituyen la razón de salida de los estados. Como se puede observar, la suma de cualquiera de las filas de esta matriz debe dar cero. Esta matriz como se sabe permite determinar las probabilidades de los estados del sistema.

### Problema 2.8 (Aplicación de Márkov continuo)

Un sistema está formado por dos unidades idénticas con tasa de falla  $\lambda$  y reparación  $\mu$  de 0,01 (1/día) y 0,1 (1/día) respectivamente. Se requiere:

- Construir el diagrama de espacio y estado y la matriz correspondiente.
- Determinar la probabilidad de fallo del sistema si para que este fallo, tienen que fallar ambas unidades.
- Frecuencia con que se presenta este evento.

#### Orientaciones

- Este sistema da lugar a 4 estados.
- Forme la matriz sin sustituir valores de  $\lambda$  y  $\mu$ .
- Tenga en cuenta las técnicas recursivas para los incisos b y c.

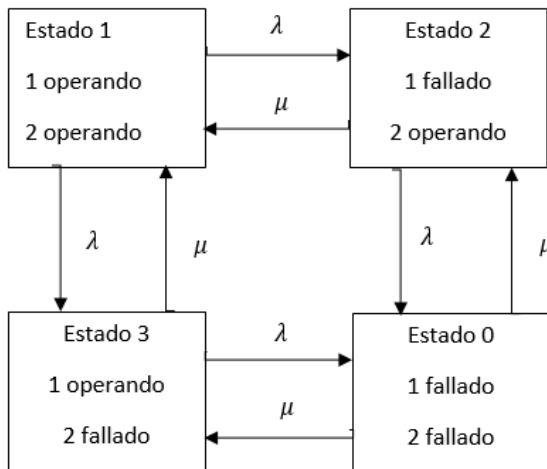


Figura 2.18. Aplicación de procesos Márkov. Problema 2.8

$$\begin{vmatrix} 1 - 2\lambda & \lambda & \lambda & 0 \\ \mu & 1 - (\lambda + \mu) & 0 & \lambda \\ \mu & 0 & 1 - (\lambda + \mu) & \lambda \\ 0 & \mu & \mu & 1 - 2\mu \end{vmatrix}$$

- d. La probabilidad de fallo del sistema será igual a la probabilidad de que se presente el estado 4.

$$P_4 = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} = \frac{0,01^2}{(0,01 + 0,1)^2} = \frac{1 * 10^{-4}}{0,11^2} \approx \frac{1 * 10^{-4}}{1 * 10^{-2}} = 1 * 10^{-2} = 0,01$$

$$P_4 = 0,01$$

- e. la frecuencia con que se presenta este evento será la frecuencia del estado 1

$$P_4 = \frac{2\lambda^2\mu}{(\lambda + \mu)^2} = \frac{2(0,01^2)(0,1)}{(0,01 + 0,1)^2} = \frac{2 * 10^{-5}}{0,11^2} \approx 0,02 \frac{1}{\text{días}}$$

### Conclusiones del problema 2.8

Como se vio para este sistema de dos unidades idénticas, se puede presentar 4 estados y por tanto, la matriz de probabilidades de transición estocástica es de 4 x 4. Como el fallo del sistema se produce únicamente cuando fallan ambas unidades, la probabilidad de fallo del sistema será igual a la probabilidad del estado 4 y lo mismo ocurre con la frecuencia.



## Tema 3. Fiabilidad de Equipos y Componentes.

### 3.1. Introducción

En los equipos y componentes se producen 2 tipos de fallas: totales y paramétricas; es decir cuando el elemento deja de trabajar y cuando algunos parámetros no cumplen los requisitos de funcionamiento.

En general, se estudian las características de las fallas de los equipos lineales y digitales, del aislamiento y los conductores; en particular, La falla de un aislamiento sigue una expresión del tipo:

$$E = \frac{h_o - h_{er}}{c_o} e^{-\alpha \Delta \theta} \quad \text{Ec. 55}$$

Interesa el método para calcular las fallas de equipos y componentes y la forma de calcular la fiabilidad a partir de normas y el método de cálculo de orientación.

Para calcular la fiabilidad de un artículo, dispositivo o sistema, tan complejo como se requiera, es necesario determinar la probabilidad de trabajo sin fallos del mismo.

1. La probabilidad de trabajo sin fallos del artículo, dispositivo o sistema debe tener en cuenta dos tipos de fallos: totales y paramétricos. En los cálculos se admite que cada tipo de fallo es un suceso independiente. Luego:

$$R(t) = R_a(t) * R_b(t) \quad \text{Ec. 56}$$

Donde:

- $R_a(t)$  es la probabilidad de trabajo sin averías.
- $R_b(t)$  es la probabilidad de trabajo sin fallos paramétricos.

Según la etapa de elaboración del equipo, el cálculo de la fiabilidad presenta diferentes objetivos:

Tabla 6. *Tipos de cálculo según la etapa de elaboración del equipo.*

<b>Etapa de Elaboración</b>	<b>Tipo de Cálculo</b>
Esbozo del Anteproyecto. Elaboración de la tarea técnica.	1. Determinación de las normas de fiabilidad.
Anteproyecto.	2. Cálculo de las normas de fiabilidad. 3. Cálculo de orientación.
Proyecto Técnico.	4. Cálculo considerando los regímenes de trabajo y los factores externos e internos.
Proyecto de Trabajo.	5. Variante final considerando los cambios propuestos y las soluciones aceptadas
Modelo Terminado.	6. Valoración experimental del nivel de fiabilidad del artículo y comprobación de la calidad del mismo.

### **3.2. Cálculo de las normas de fiabilidad.**

#### **Definición:**

Se entiende por norma a la magnitud del índice que debe ser asegurado.

La norma de fiabilidad para el dispositivo y sus partes componentes se determina al estudiar las exigencias de fiabilidad presentadas por los usuarios del equipo o componente, y se tiene en cuenta durante la elaboración de la tarea técnica o bien durante el ante proyecto.

Las normas de fiabilidad para el dispositivo y los componentes se determinan de ordinario mediante cálculos simplificados, basados en las 3 siguientes suposiciones:

1. La probabilidad del trabajo sin fallos paramétricos.

$R_b(t) = 1$  Esto asegura el control de calidad adecuado.

2. La ley de variación de la probabilidad de fallos totales es exponencial, o sea,

$$\lambda = \text{constante} \Rightarrow R_a(t) = e^{-\lambda t}$$

3. Todos los componentes tienen igual fiabilidad.

Al realizar los cálculos los datos iniciales son:

- a. Cantidad de componentes  $n$ .
- b. El tiempo necesario de trabajo ininterrumpido  $t_0$

Considerando que el dispositivo sea un sistema serie.-

Si se da la probabilidad de trabajo sin fallo del dispositivo (sistema o aparato)  $R$ , entonces:

$$R \leq \prod_{i=1}^n R_i = R_i^n \quad \text{Ec. 57}$$

Donde  $R_i$  es la fiabilidad de un componente.

Como se consideran todos los elementos de igual fiabilidad

$R_i \geq \sqrt[n]{R}$  donde  $R$  es el nivel de fiabilidad deseado.

O para la ley exponencial:

$$R_i \geq e^{\frac{\lambda}{n} t_0} = e^{-\lambda_i t_0} \quad \text{Ec. 58}$$

Donde  $\lambda$  es la tasa de fallo del sistema y  $\lambda_i$  de los componentes individuales.

Por lo tanto, el peligro máximo admisible del fallo para el elemento unidad o bloque, en término medio es igual a

$$\lambda_i = \frac{\lambda}{N} \quad \text{Ec. 59}$$

Hay que tener en cuenta que el valor obtenido de  $\lambda_i$  tiene solamente un valor aproximado, el cual permite estimar las posibilidades de construir los bloques sin medios suplementarios de aumento de la fiabilidad.

Si el componente es un bloque que a su vez está formado por  $n_j$  componentes

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{n_j} \lambda_j \quad \text{Ec. 60}$$

Nota: si  $\lambda_i$  es muy grande, se adicionan n elementos en paralelo para obligar a  $\lambda_i \leq \frac{\lambda}{n}$

Si no se cumple la desigualdad, es necesario examinar distintos medios de aumento de la fiabilidad de los  $n_j$  elementos unitarios o adicionar caminos en paralelo.

### Ejemplos de cálculo de las normas de fiabilidad.

**Ejemplo 3.1.** Un amplificador está compuesto por 3 bloques. El primer bloque tienen 15 etapas de amplificación; el segundo 20 etapas, y el tercero 5 etapas. La probabilidad de trabajo sin fallo *necesario* en el plazo de servicio prefijado  $t_0 = 100h$  es de  $R = 0,96$ . Determine la fiabilidad que debe tener cada bloque.

#### Solución:

El número total de elementos de cálculo de la fiabilidad es (etapas)

$$N = \sum_1^3 n_i = 15 + 20 + 5 = 40$$

Considerando  $R_i = e^{-\lambda_i t_0}$ ,

$$\lambda = -\frac{\ln R}{t_0} = -\frac{\ln 0,96}{100 \text{ h}}$$

$$\lambda \approx 40 * 10^{-5} \text{ 1/h}$$

El valor promedio de la tasa de fallos admisible para los elementos es

$$\lambda_i \leq \frac{\lambda}{N} = \frac{40 * 10^{-5}}{40} = 1 * 10^{-5} \text{ 1/h}$$

La probabilidad de trabajo sin fallo de las etapas individuales es:

$$R_i = e^{-\lambda_i n_i t_0}$$

O sea,

$$R_I = e^{-0,015} \approx 0,985 \quad 98,5\%$$

$$R_{II} = e^{-0,020} \approx 0,98 \quad 98\%$$

$$R_{III} = e^{-0,005} \approx 0,995 \quad 99,5\%$$

Estimando el valor medio obtenido del peligro de los fallos (tasa de fallos) para cada elemento  $\lambda_i \leq 1 * 10^{-5} \text{ 1/h}$  y considerando que en cada elemento (etapa de amplificación) por cada componente activo (transistor, válvula electrónica) se tendrá como promedio 5 a 9 componentes positivos (resistencias, condensadores, transformadores, etc.) se obtiene la tasa de fallos necesaria para cada unidad elemental.

$$\lambda_j \leq \frac{\lambda_i}{6/10} \approx \left(\frac{1}{1,6}\right) * 10^{-6} \text{ 1/h}$$

**Ejemplo 3.2.** Un relé está compuesto por dos bloques A y B. El primer bloque contiene 60 transistores, cuya tasa de fallos es  $\lambda_j = 1 * 10^{-6} \text{ 1/h}$

también 100 componentes de circuitos (resistencias, condensadores, etc.) que tienen una tasa de fallos  $\lambda_j = 0,4 * 10^{-6} \text{ 1/h}$ . El segundo bloque se compone de 200 transistores de otro tipo, que tienen una tasa de fallos  $\lambda_j = 0,5 * 10^{-6} \text{ 1/h}$ ; 500 componentes de circuitos con tasas de fallos  $\lambda_j = 0,1 * 10^{-6} \text{ 1/h}$ . Si la norma de fiabilidad del sistema  $R = 0,95$ ; determine la fiabilidad requerida para cada bloque.

**Solución.**

La tasa de fallos del bloque A es:

$$\lambda_A = 60 * 1 * 10^{-6} + 100 * 0,4 * 10^{-6}$$

$$\lambda_A = 100 * 10^{-6} \frac{1}{h}$$

Para el bloque B.

$$\lambda_B = 200 * 0,5 * 10^{-6} + 500 * 0,1 * 10^{-6}$$

$$\lambda_B = 150 * 10^{-6} \frac{1}{h}$$

De la condición:

$$R = e^{-\lambda t_0} = e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t_0}$$

Se deduce que:

$$t_0 = -\frac{\ln R}{\lambda_A + \lambda_B}$$

$$t_0 = -\frac{\ln 0,95}{(100 + 150) * 10^{-6}} = \frac{0,05}{250 * 10^{-6}} = 0,2 * 10^{-6} h$$

○ sea,  $t_0 = 200h$

Respectivamente  $R_i$  será:

$$\lambda_A t_0 = 100 * 10^{-6} * 0,2 * 10^3 = 0,02$$

$$\text{Y } R_A = e^{-0,02} = 0,98$$

Igualmente,  $\lambda_B t_0 = 150 * 10^{-6} * 0,2 * 10^3 = 0,03$

$$\text{Y } R_B = e^{-0,03} = 0,97$$

### 3.3. Método del cálculo de orientación.

El cálculo de orientación generalmente acompaña a la elaboración del anteproyecto, cuando aún no se tienen los datos completos sobre los regímenes y las condiciones de trabajo de los distintos componentes del artículo que se elaboran, aunque ya se conoce la estructura, es decir, el contenido de elementos y la relación entre cada uno de ellos.

Para el cálculo de orientación se hacen las siguientes suposiciones:

- a. Los fallos de los elementos son aleatorios e independientes.
- b. Solo se consideran los elementos que entran en el esquema funcional.
- c. La tasa de fallos  $\lambda_i$  es constante y se aplica la ley exponencial.
- d. La influencia de las condiciones de trabajo se toma aproximadamente.
- e. Los fallos paramétricos no se consideran por separado.

La fiabilidad del conjunto será:

$$R(t) = \prod_{i=1}^N R_i(t) \quad \text{Ec. 61}$$

O puesto que  $R_i(t) = e^{-\lambda_i t}$ , entonces:

$$R(t) = e^{-\sum_{i=1}^N \lambda_i t} \quad \text{Ec. 62}$$

Si cada elemento (unidad, bloque, etc.) tiene  $n_i$  componentes, entonces:

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_j \quad \text{Ec. 63}$$

Donde  $\lambda_j$  es el peligro de fallo (tasa de fallo) del componente individual, por la tanto:

$$R(t) = e^{-t \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_j} \quad \text{Ec. 64}$$

La influencia de las condiciones de explotación del artículo generalmente se considera en los cálculos de orientación mediante el coeficiente (factor) de corrección  $K_\lambda$ . La magnitud del peligro de fallos (tasa de fallos) del componente es:

$$\lambda_j = \lambda_{j_0} K_\lambda \quad \text{Ec. 65}$$

Donde  $\lambda_{j_0}$  es el peligro (tasa) de fallos en condiciones de laboratorio. El valor del coeficiente de corrección  $K_\lambda$  para diferentes condiciones de explotación está indicado en la Tabla 7 que sigue:



Tabla 7. *Condiciones de explotación del equipo*<sup>2</sup>

Condiciones de explotación del equipo	$K_\lambda$
1. En laboratorios y locales confortables.	1
2. En equipos estáticos en la superficie terrestre.	10
3. En las naves (barcos) al montar los aparatos en compartimientos protegidos.	17
4. En remolques de automóviles.	25
5. En trenes	25 – 30
6. En equipos de alta montaña.	80
7. En aviones.	120 – 150
8. En proyectiles guiados.	300 – 350
9. En naves espaciales.	900 – 100

Para  $\lambda_{j_0}$  de los componentes que entran a formar parte de las unidades, bloques, aparatos, etc.; en ocasiones se conoce  $\lambda_{j_0 \text{ min}}$ ;  $\lambda_{j_0 \text{ promedio}}$  y  $\lambda_{j_0 \text{ máx}}$ . Por eso en general se determinan los valores:

$$R(t)_{\text{máx}} = e^{-t\lambda_{\text{min}}K_\lambda} \quad \text{Ec. 66}$$

$$R(t) = e^{-t\lambda K_\lambda} \quad \text{Ec. 67}$$

$$R(t)_{\text{min}} = e^{-t\lambda_{\text{máx}}K_\lambda} \quad \text{Ec. 68}$$

Donde:

$$\lambda_{\text{min}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_{j_0 \text{ min}} \quad \text{Ec. 69}$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_{j_0} \quad \text{Ec. 70}$$

2 A. Feodorov, E. Rodríguez., Suministro Eléctrico de Empresas Industriales, Ed. Pueblo y Educación, Pag.111

$$\lambda_{m\acute{a}x} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_{j_0 m\acute{a}x} \quad \text{Ec. 71}$$

Tambi3n:

$$T_m (m\acute{a}x) = 1/\lambda_{m\acute{i}n} \quad \text{Ec. 72}$$

$$T = 1/\lambda \quad \text{Ec. 73}$$

$$T_m (m\acute{i}n) = 1/\lambda_{m\acute{a}x} \quad \text{Ec. 74}$$

**Ejemplo 3.3:** un sistema de protecci3n posee los componentes que se relacionan a continuaci3n, cada uno de los cuales tienen los valores l3mites de la tasa de fallos que se indican.

Tabla 8. *Tasa de Fallos caracter3sticos*

Dispositivo	Cantidad	Tasa de fallos
1. Rel3	20	$\lambda_j = (0,08 \div 0,2)10^{-3} 1/h$
2. Transistores	10	$\lambda_j = (0,05 \div 0,1)10^{-3} 1/h$
3. Resistencias	100	$\lambda_j = (0,003 \div 0,015)10^{-3} 1/h$
4. Condensadores	60	$\lambda_j = (0,0014 \div 0,02)10^{-3} 1/h$
5. Transformadores	15	$\lambda_j = (0,001 \div 0,02)10^{-3} 1/h$
6. Enchufes	10	$\lambda_j = (0,001 \div 0,02)10^{-3} 1/h$

- Obtenga la ley de variaci3n de  $R$  en funci3n de  $t$ .
- Determine la fiabilidad m\acute{a}xima y m\acute{i}nima, si se requiere que sea capaz de trabajar ininterrumpidamente durante 100 h.

Nota: el relé está sometido a esfuerzo constante (trabajo continuo) y por eso su fiabilidad se mide en función del tiempo. (Registro continuo).

Para la evaluación se prepara la Tabla 9 que se presenta:

Tabla 9. *Resultados de Fallos*

No. orden	Componente	Cant.	Peligro de fallo (tasa de fallos) (1/h)		Tasa de fallos del grupo (1/h)	
			$\lambda_{j\min}$	$\lambda_{j\max}$	$n_j\lambda_{j\min}$	$n_j\lambda_{j\max}$
1	Relé	20	$0,08 * 10^{-3}$	$0,2 * 10^{-3}$	$1,6 * 10^{-3}$	$4 * 10^{-3}$
2	Transistores	10	$0,05 * 10^{-3}$	$0,1 * 10^{-3}$	$0,5 * 10^{-3}$	$1 * 10^{-3}$
3	Resistencias	100	$0,003 * 10^{-3}$	$0,013 * 10^{-3}$	$0,3 * 10^{-3}$	$1,3 * 10^{-3}$
4	Condensadores	60	$0,0014 * 10^{-3}$	$0,02 * 10^{-3}$	$0,084 * 10^{-3}$	$1,2 * 10^{-3}$
5	Transformadores	15	$0,001 * 10^{-3}$	$0,0015 * 10^{-3}$	$0,015 * 10^{-3}$	$0,022 * 10^{-3}$
6	Enchufes (uniones)	10	$0,01 * 10^{-3}$	$0,02 * 10^{-3}$	$0,1 * 10^{-3}$	$0,2 * 10^{-3}$
	N = 6	215	-	-	$2,6 * 10^{-3}$	$7,72 * 10^{-3}$

La fiabilidad máxima es:

$$a. \quad R(t)_{\max} = e^{-\sum_1^N \lambda_{j\min} n_j t}$$

$$b. \quad R(t)_{\max} = e^{-\sum_1^6 \lambda_{j\min} n_j t} = e^{-2,6 * 10^{-3} * 10^2} = e^{-0,26}$$

$$R(t)_{\max} = 0,77$$

La fiabilidad mínima es:

a.  $R(t)_{\min} = e^{-\sum_1^N \lambda_{j_{\max}} n_j t}$

b.  $R(t)_{\min} = e^{-7,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2} = e^{-0,772}$

$$R(t)_{\min} = 0,462$$

Como se puede apreciar para 100 h de trabajo continuo, tanto la fiabilidad máxima como mínima es bastante pequeña.

### **En resumen.**

El método de cálculo de orientación, generalmente acompaña la elaboración del ante proyecto.

Parte de suposiciones que se hacen para el cálculo

- $\lambda$  iguales
- $\lambda = \text{constante}$
- Fallo de cada elemento es independiente de otro elemento
- $R_b(t) = 1$  (Fiabilidad paramétrica)

## **3.4. Fiabilidad de algunas componentes básicas**

### *Fiabilidad de las resistencias*

Las resistencias pueden fallar por:

- Ruptura del material de que están hechas.
- Ruptura de la envoltura aisladora en los casos que las requieran.

### Fallas totales:

La ecuación de fiabilidad será:

$$R_d(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 75}$$

Pero la tasa de falla depende de las condiciones de trabajo de la componente.

O sea:

$P_x$  - carga aplicada a la resistencia.

$\Theta_0 x$  - temperatura de trabajo (ambiente de la resistencia).

$Zx$  - (%) valor de la humedad relativa.

Si la resistencia tiene una tasa de fallo  $\lambda_0$  en condiciones nominales de trabajo  $P_0, \Theta_0, Z_0$ ; entonces:

$$\lambda = \lambda_0 \left( \frac{P_x}{P_0} \right) e^{\alpha[\theta x \theta_0] + R'_{\theta P_x} \cdot R_{\theta P_n}][1 + K \sqrt{P_x R}(Z_x - Z_0)} \quad \text{Ec. 76}$$

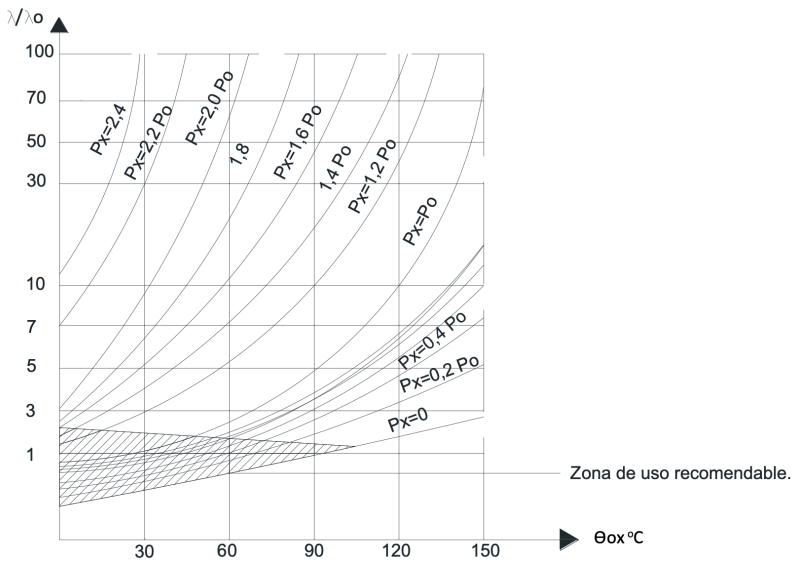
Donde:

$\alpha$  = constante.

$R_{\theta}$  y  $R'_{\theta}$  = resistencia térmica de evacuación del calor ( $^{\circ}\text{C}/W$ ) para la carga  $P_n$  y  $P_x$ .

$R$  - Resistencia nominal.

Existen tablas de cálculo de  $\lambda$  en función de la temperatura  $\Theta_0 x$  y  $P_x$ . La variación tiene la forma representada en la gráfica, cada gráfica debe ser construida para valores significativos de  $Z_x$  (humedad relativa).



**Figura 3.1.** Tasa de falla de las resistencias en función de las condiciones trabajo.

Para fallas paramétricas.-

$$R_b = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{R_{er}} e^{-\frac{(R-R)^2}{2\Delta^2}} dR \quad \text{Ec. 77}$$

Donde:

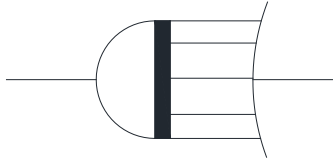
$R_b$  - Valor medio de un lote escogido para un valor  $R$  ( $\Omega$ ) nominal escogido.

$R_{er}$  - Valor de resistencia a partir del cual se considera que tiene falla la resistencia en su trabajo.

$\Delta$  - Desviación media cuadrática ( $\nabla$ )

## Fiabilidad del condensador

Fallas totales

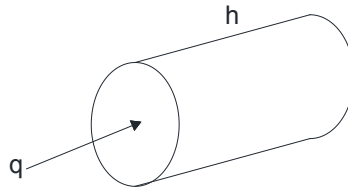


**Figura 3.2.** Condensador

Ocurren por calentamiento del conducto que separa ambos electrodos.

El canal conductor cilíndrico.-

Sea



**Figura 3.3.** Canal Conductor Cilíndrico

$T$  – Temperatura del canal

$T_0$  – Temperatura de los electrodos

$q$  y  $h$  - Sección y longitud del canal

$\nabla$  - Electroconductividad del canal

$E$  – Campo

$B$  – Coeficiente de emisión de calor del canal al dieléctrico y a los electrodos.

El equilibrio en la emisión de calor ocurre cuando:

$$\nabla E^2 q h = B(T-T_0)h = B(\Delta\theta)(h) \quad \text{Ec. 78}$$

Pero:  $\nabla = \nabla_0 e^{\alpha(T-T_0)}$   $T_0$  – temperatura prefijada.

Sustituyendo:

$$E^2 q \nabla_0 e^{\alpha\Delta\theta} = B\Delta\theta$$

$$\frac{e^{\alpha\Delta\theta}}{\Delta\theta} = \frac{B}{q\nabla_0} E^{-2} \quad \text{Ec. 79}$$

$B$ ,  $q$  y  $\nabla_0$  – constantes.

Si  $E$  aumenta, aumenta  $\Delta\theta$  (temperatura del canal) hasta  $E_{cr}$ , a partir del cual hay ruptura.

### La Fiabilidad

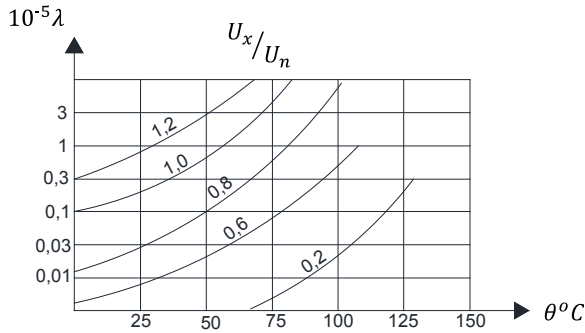
$$R_a = e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 80}$$

Pero:  $\lambda = \lambda_0 e^{\alpha_0 \Delta\theta - \gamma(\Delta U)^\beta}$

Es decir que la razón de falla aumenta con la temperatura de trabajo y el incremento del nivel de voltaje por encima del valor nominal.

Existen fallas de variación de  $\lambda$  vs  $\Theta$  para relaciones  $\frac{U_x}{U_n}$ , las curvas tienen forma exponencial.





**Figura 3.4.** Tasa de falla de condensadores en función de la tensión y temperatura de trabajo

### Fallas paramétricas

La falla paramétrica está dada por la existencia de una resistencia de fuga  $R_f \neq \infty$ . El nivel de fiabilidad respecto a fallas paramétricas está dado por la probabilidad que  $R_f$ , se encuentra entre los límites dados.

O sea:

$$X_{cr} = R_f \pm \Delta \quad \text{Ec. 81}$$

$$R_b = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X_{cr}} e^{\frac{(x-x)^2}{2\Delta^2}} dx \quad \text{Ec. 82}$$

### Fiabilidad de la bobina

Las bobinas ya construidas pueden fallar por las siguientes causas principales:

- Ruptura por corrosión en lugares pelados.
- Ruptura por electrolisis en lugares pelados.
- Cortocircuito en las espiras.
- Sobretensiones o alteraciones en el aislamiento.
- Disminución del espesor aislante  $\underline{h}$  hasta  $h = h_{cr}$

### **Fiabilidad: Por calentamiento del aislamiento.**

Sea:

$T_{ad}$  – Temperatura de calentamiento admisible para el aislamiento

$\alpha$  – Coeficiente

$t_0$  – Plazo de servicio a  $T = T_0$  (h)

Entonces:

$$t = t_0 e^{(\alpha \cdot T_{ad})} \quad \text{Ec. 83}$$

Donde:

$T$  – Temperatura de trabajo.

$t_0 = 85000$  h - Para industrias.

$t_0 = 1000$  h- Para aviación.

### **Fiabilidad de Contactos**

Sea:

$R_c$  – Resistencia del contacto cerrado.

$R_{aisl}$  – Resistencia del contacto abierto.

Se cumple que:

$$R_{aisl} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + 2R_2} \quad \text{Ec. 84}$$

Donde:

$R_1$  – Resistencia del aire (u otro aceite elemento) en contactos

$R_2$  – Resistencia en cada contacto y el cuerpo del componente.

### La fiabilidad del contacto será:

$$P_{cont} = P_{cer}P_{abr}P_1P_2 \quad \text{Ec. 85}$$

$P_{cer}$  – Probabilidad de que cierre

$P_{abr}$  – Probabilidad de que abra

$P_1$  – Probabilidad que la carga trabaje si están abiertos

$P_2$  – Probabilidad que la carga trabaje si están cerrados

### Fiabilidad de diodos y tríodos semiconductores.-

Los materiales generalmente utilizados son germanio y silicio.

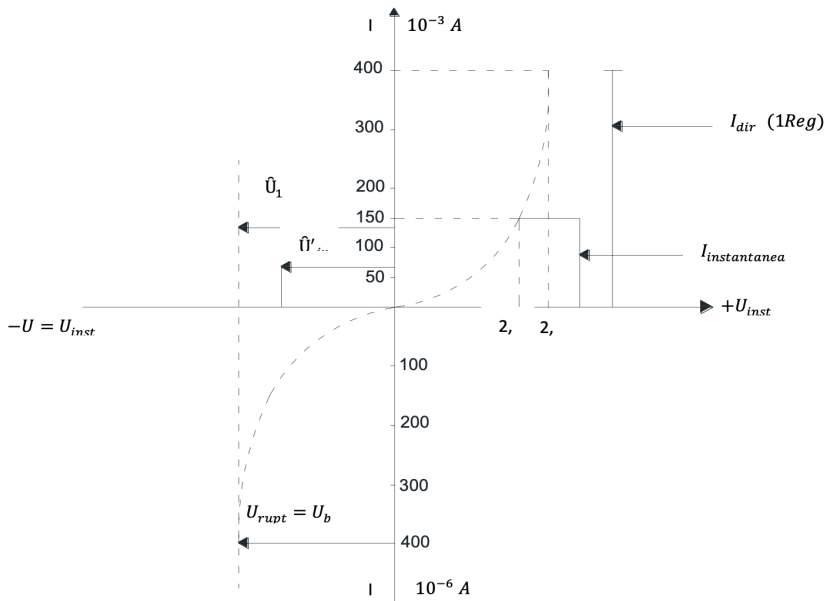
En la Figura 3.5. se muestran las características de tensión y corriente de un diodo de germanio. Los paramétricos son:

$\hat{U}_{1n}$  – Voltaje de pico inverso máximo admisible

$\hat{U}'_{in}$  – Voltaje efectivo inverso máximo admisible

$I_{dir} di$  – Valor máximo de corriente de ahogue de sobrecarga en 1 segundo

$I_{dir} I$  – Valor máximo admisible de corriente de impulso (directa)



**Figura 3.5.** Características de tensión y corriente de un diodo.

El calentamiento del diodo es debido a la suma de las pérdidas por corriente directa y las de pico inverso.

$$P_{dir} = I_{dir}^2 R_{dir} \quad \text{Ec. 86}$$

$$P_{inv} = UI_{inv} \quad \text{Ec. 87}$$

Donde:

$I_{dir}$  – Corriente que rectifica el diodo

$R_{dir}$  – Resistencia en el sentido de conducción cuando conduce.

Quiere decir que la cantidad de calor que aumenta la temperatura

$$\frac{T-T_0}{R_\theta} = [R_{dir} I_{dir}^2 + UI_{inv}] \quad \text{Ec. 88}$$

Donde:

$T$  – Temperatura de la unión  $P_n$

$T_0$  – Temperatura ambiente

$R_\theta$  – Impedancia térmica de transmisión del calor en la unión  $P_n$

Sea  $T = T_j$  – temperatura de ruptura y  $U_b = I_{dir}$  el nivel de tensión que se alcanza

$$U_b = \frac{T_j \cdot (T_0 + R_\theta P_{dir})}{R_\theta I_{in}} \quad \text{Ec. 89}$$

Nótese que para un material con  $T_j$  fijado,  $I_{inv}$  y  $U_b$  son inversamente proporcionales a la vez que los valores de  $I_{dir}$  que permitan un voltaje de ruptura deseado, dependen de la temperatura ambiente ( $T_0$ )

En resumen:

Para trabajo fiable de un diodo, hay que conocer:

- a.  $T_j$  – Temperatura de ruptura del material
- b.  $U_b$  – Voltaje de directa requerido
- c.  $I_{inv}$  – Corriente inversa requerida

Y entonces se fija la corriente directa en función de la ecuación anterior.

### **Fiabilidad de los motores eléctricos**

El funcionamiento de un motor en el tiempo está limitado, en lo fundamental, por el aislamiento y su deterioro; por tanto el tiempo de servicio, se obtiene por la expresión ya vista:

$$t_x = t'_0 e^{\frac{B}{273 + \Delta\theta_x}} \approx t'_0 e^{-B\Delta\theta_x} \quad \text{Ec. 90}$$

$$\Delta\theta_x = \theta_x - \theta_0 \quad \text{Ec. 91}$$

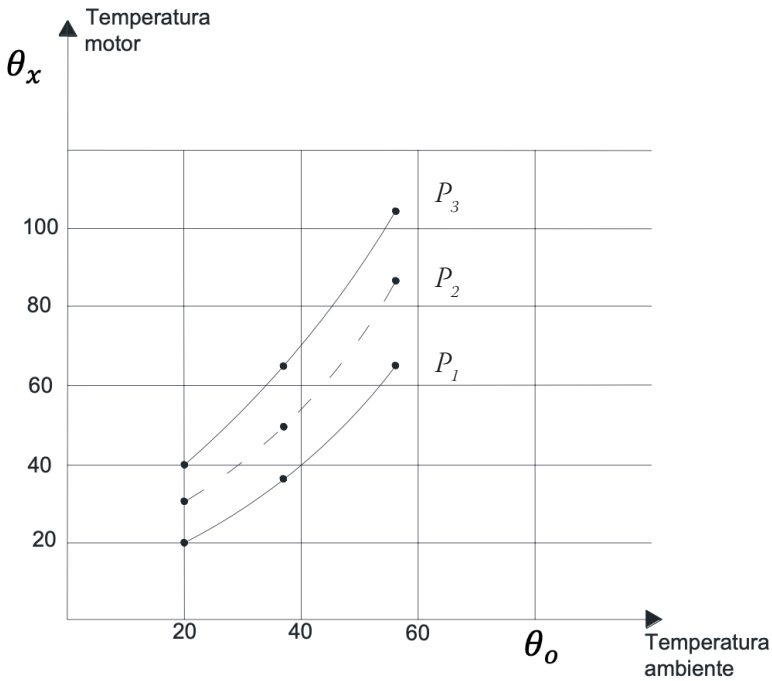
Donde:  $t_0$  – plazo normal de servicio.

- a. 100000 h para motores industriales
- b. 1000 h para motores de aviación

Pero la temperatura que alcanza el motor  $\Theta_x$  depende de:

- a. Magnitud de la potencia mecánica solicitada en el eje;  $P_{mec}$
- b. Temperatura ambiente;  $\Theta_0$

Al aumentar la carga  $P$  la velocidad  $W$  disminuye y el enfriamiento también, aumentando  $\Theta_x$ . En la Figura 3.6. se muestra una gráfica de  $P$ ,  $\Theta_0$ ,  $\Theta_x$  para tres valores de carga:



**Figura 3.6.** Relación de aumento de temperatura del motor para diferentes cargas

$$P = 0, \quad P = 0,5P_n \text{ y } P = P_n \quad \text{Ec. 92}$$

La emisión de calor en los devanados depende de la velocidad del aire y por tanto de la velocidad del motor (la disipación de calor). La potencia que disipan los devanados.

$$P_{dis} = \Delta UT \Rightarrow P_1 = (U-E)I \Rightarrow \text{Ecuacion de Potencia disipada en los devanados.} \quad \text{Ec. 93}$$

$U$  – Vuelta aplicada

$E$  – F.e.m. generada

$I$  – Corriente por enrollados.

A la carga se le trasmite  $EI$ ; pero

$$E = kw \quad \text{Ec. 94}$$

Lo que demuestra que a mayor velocidad menor potencia disipada.

La potencia disipada  $P_l$  es igual al calor entregado al medio que aumenta la temperatura, es decir:

$$\Delta\theta_x R_\theta = P_l \quad \text{Ec. 95}$$

$$\therefore \Delta\theta_x = \frac{P_l}{R_\theta} = \frac{(U-E)I}{R_\theta} \quad \text{Ec. 96}$$

### En resumen

Conocidas las características de trabajo  $U$ ,  $E$ ,  $I$  de un motor (o su régimen) se halla el incremento de temperatura que este sufre  $\Delta\theta_x$  y de ahí, se puede conocer el plazo de servicio del motor que será el de su aislamiento.

$$t_x = \frac{h_0 - h_{crit}}{c_0} e^{-\alpha\Delta\theta_x}$$

## Problemas

### Problema 3.1

Un circuito está compuesto de tres bloques, con 10, 20 y 30 componentes respectivamente. La fiabilidad necesaria para 200 h de trabajo es de 0,95. Determine:

- Tasa de fallos para el circuito.
- Tasa de fallos para el componente.
- Fiabilidad de cada bloque.



## Orientaciones

- Determine la norma de fiabilidad para cada bloque y para cada componente a partir de la fiabilidad normada para el circuito y el tiempo.
- A partir de los valores calculados determine la fiabilidad de cada bloque.

## Solución

El número total de componentes es:

$$N = \sum_{i=1}^3 n_i = 10 + 20 + 30 = 60$$

$$\text{Como } R = e^{-\lambda t} \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln R}{t_0}$$

La tasa de fallos para el circuito es:

$$\lambda = -\frac{\ln 0,95}{200} = 2,565 * 10^{-4} 1/h$$

El valor promedio de la tasa de fallos admisible para c/u de los elementos es:

$$\lambda_i \leq \frac{\lambda}{N} = \frac{2,565 * 10^{-4}}{60} = 4,3 * 10^{-6} 1/h$$

La probabilidad de trabajo sin fallos para c/u de los bloques es:

$$R_i = e^{-\lambda_i n_i t_0}$$

$$R_1 = e^{-4,3 * 10^{-6} * 10 * 2 * 10^2} = e^{-0,00855} = 0,991$$

$$R_2 = e^{-4,3 * 10^{-6} * 20 * 2 * 10^2} = e^{-0,0172} = 0,983$$

$$R_3 = e^{-4,3 * 10^{-6} * 30 * 2 * 10^2} = e^{-0,0258} = 0,975$$

### Conclusiones del problema 3.1

Como se puede apreciar en este problema resuelto se partió de la fiabilidad requerida para el circuito completo en el tiempo de trabajo sin fallo requerido. A partir de aquí, conociendo la cantidad de bloques y el número de componentes por bloque se pudo determinar la tasa de fallos requerida por componente y la tasa de fallos del circuito en conjunto (determinada previamente a partir de  $R$  y  $t_0$ ). Teniendo estos valores, se evaluó la fiabilidad de cada una de las tres unidades del sistema.

### Problema 3.2

Un sistema de mando automático está compuesto de tres bloques, cada uno de los cuales posee los siguientes componentes con la tasa de fallos que se indica.

Tabla 10. *Datos del problema 3.2.*

# Bloque	Cant. Comp.	Tasa de fallo
Bloque A	40	$2 * 10^{-4} 1/h, c/u$
Bloque B	100	$8 * 10^{-5} 1/h, c/u$
Bloque C	60	$5 * 10^{-5} 1/h, c/u$

### Determine:

- Tiempo máximo de trabajo del sistema para que la fiabilidad no sea inferior a 0,95
- Fiabilidad de cada bloque para el tiempo de trabajo evaluado en el inciso a.

## Solución

$$\begin{aligned} \text{a.} \quad \lambda_A &= 40 * 2 * 10^{-4} = 0,008 \text{ } 1/h \\ \lambda_B &= 100 * 8 * 10^{-5} = 0,008 \text{ } 1/h \\ \lambda_C &= 60 * 5 * 10^{-5} = 0,003 \text{ } 1/h \end{aligned}$$

La tasa de fallos del sistema es:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 0,008 + 0,008 + 0,003 \\ \lambda &= 0,019 \text{ } 1/h \end{aligned}$$

$$\text{Como } R = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{\ln R}{\lambda}$$

$$t = -\frac{\ln 0,95}{0,019} = 2,7 \text{ horas}$$

$$\begin{aligned} \text{b.} \quad \lambda_A t &= 0,008 * 2,7 = 0,0216 \\ R_A &= e^{-0,0216} = 0,979 \\ \lambda_B t &= 0,008 * 2,7 = 0,0216 \\ R_B &= e^{-0,0216} = 0,979 \\ \lambda_C t &= 0,003 * 2,7 = 0,0081 \\ R_C &= e^{-0,0081} = 0,992 \end{aligned}$$

## Conclusiones del Problema. 3.2

En este caso se parte del número de componentes que forman cada bloque y de la tasa de fallos de cada componente. A partir de estos valores se calculan las tasas de fallo de cada bloque y la tasa de fallo resultante del sistema completo. Como la fiabilidad se supone que se rige por la ley exponencial, se puede determinar el tiempo máximo de trabajo para una fiabilidad deseada conociendo la tasa de fallos del sistema.

Con el tiempo evaluado y la tasa de fallos de los bloques, se puede calcular la fiabilidad de estos.

**Problema 3.3.**

Un elevador de protección estático está formado por los componentes que se indican, para los cuales se señalan los valores límites de la tasa de fallos.

Tabla 11. *Componentes y tasas de fallos.*

Dispositivo	Cantidad	Tasa de fallos
Transistores	20	$(0,01 \div 0,1)10^{-4} \text{ 1/h}$
Diodos	10	$(0,05 \div 0,2)10^{-4} \text{ 1/h}$
Resistencias	80	$(0,001 \div 0,03)10^{-4} \text{ 1/h}$
Condensadores	50	$(0,004 \div 0,04)10^{-4} \text{ 1/h}$
Transformadores	10	$(0,002 \div 0,02)10^{-4} \text{ 1/h}$
Uniones soldadas	500	$(0,001 \div 0,01)10^{-4} \text{ 1/h}$

**Determine:**

- a. La fiabilidad máxima y mínima para 100 h de trabajo ininterrumpido.
- b. La fiabilidad máxima y mínima que presentará el sistema si se desea que opere al mismo tiempo en un local donde la influencia del medio determina un coeficiente de corrección  $K_\lambda = 10$ .

## Orientaciones

Construya una tabla de cálculo que le facilite el trabajo.

## Solución.

Tabla 12. *Solución problema 3.*

		Tasa de fallos (1/h)		Tasa de fallos de grupo (1/h)	
Dispositivo	Cantidad	$\lambda_{j \min}$	$\lambda_{j \max}$	$n_j \lambda_{j \min}$	$n_j \lambda_{j \max}$
Transistores	20	$0,01 * 10^{-4}$	$0,1 * 10^{-4}$	$0,2 * 10^{-4}$	$2 * 10^{-4}$
Diodos	10	$0,05 * 10^{-4}$	$0,2 * 10^{-4}$	$0,5 * 10^{-4}$	$2 * 10^{-4}$
Resistencias	80	$0,001 * 10^{-4}$	$0,03 * 10^{-4}$	$0,08 * 10^{-4}$	$2,4 * 10^{-4}$
Condensadores	50	$0,004 * 10^{-4}$	$0,04 * 10^{-4}$	$0,2 * 10^{-4}$	$2 * 10^{-4}$
Transformadores	10	$0,002 * 10^{-4}$	$0,02 * 10^{-4}$	$0,02 * 10^{-4}$	$0,2 * 10^{-4}$
Uniones sold.	500	$0,001 * 10^{-4}$	$0,01 * 10^{-4}$	$0,5 * 10^{-4}$	$5 * 10^{-4}$
	670			$1,5 * 10^{-4}$	$13,6 * 10^{-4}$

a.  $R_{max} = e^{-1,5 * 10^{-4} * 10^2} = e^{-1,5 * 10^{-2}} = 0,985$   
 $R_{min} = e^{-13,6 * 10^{-4} * 10^2} = e^{-13,6 * 10^{-2}} = 0,873$

b.  $R_{max} = e^{-1,5 * 10^{-2} * 10} = e^{-1,5 * 10^{-1}} = 0,86$   
 $R_{min} = e^{-13,6 * 10^{-2} * 10} = e^{-13,6 * 10^{-1}} = 0,257$

## Conclusiones del Problema 3.3

Como se pudo apreciar, la fiabilidad del sistema máximo y mínimo se afecta considerablemente al empeorar las condiciones de trabajo. Esto

determina que es necesario dejar un margen mayor para lograr una fiabilidad dada; es decir, hay que proveer medios adicionales para elevar la fiabilidad del sistema.

Note que la fiabilidad máxima se calcula con la tasa de fallos mínima y la fiabilidad mínima con la tasa de fallos máxima.

En este último problema, si se quiere determinar el tiempo máximo de trabajo ininterrumpido permisible para que la fiabilidad mínima sea 0,7 con el factor de corrección de  $K_\lambda = 1000$

La solución será:

$$t_0 = -\frac{\ln R_{min}}{\lambda_{max}} = -\frac{\ln 0,7}{1,36} = 0,26 \text{ horas}$$

$$t_0 = 0,26 * 60 = 15,6 \text{ minutos}$$

## **Tema 4. Evaluación de la Fiabilidad de la Reserva de Generación Estática.**

### **4.1. Conceptos básicos**

Aquí se estudian los conceptos generales sobre la fiabilidad de reserva de generación, la metodología de elaboración de la tabla de probabilidades de salida por averías y el método de la probabilidad de pérdida de carga.

Este tema es de gran importancia pues la evaluación de la fiabilidad de la reserva de generación está estrechamente relacionada con los estudios de crecimiento y desarrollo de los sistemas eléctricos.

La evaluación de la fiabilidad de la capacidad de generación puede ser dividida en dos áreas básicas que son: requerimientos de capacidad estática (fría) y rodante (caliente). Ambos deben ser examinados en el nivel de planificación para evaluar las diferentes alternativas de desarrollo; sin embargo, una vez que se ha tomado una decisión, el requerimiento de capacidad rodante se convierte en un problema de operación.

¿Por qué es necesario dejar una determinada capacidad de reserva en el sistema?

La capacidad de reserva en el sistema debe ser suficiente con vistas a

- Permitir la reparación y el mantenimiento de los equipos de generación.
- Cubrir las salidas por emergencia.
- Suministrar el crecimiento de la carga en el escenario pesimista.

Los métodos que se han usado y que se utilizan aún en algunos países son los siguientes:

- Método del porciento de reserva.
- Método de mantener una reserva igual a la capacidad mayor del sistema (máquina mayor).
- Combinación de los dos primeros; es decir: mantener una reserva igual a la máquina mayor y un porciento fijo de la capacidad total del sistema.
- Aplicación de métodos probabilísticos.

Entre los métodos probabilísticos se tienen:

1. Método de la probabilidad de pérdida de carga.
2. Método de la probabilidad de pérdida de generación.
3. Método de la frecuencia y duración de los estados de salida de capacidad.

Creación de Tabla de Probabilidades de Salida de Capacidad por avería.

Antes de comenzar la discusión de los estudios de los criterios de evaluación de la fiabilidad de la reserva de generación estática, es de utilidad considerar el desarrollo de las tablas de probabilidades de salida de capacidad por avería.

Si las unidades son iguales los valores de la probabilidad se pueden obtener a partir del desarrollo binomial.

$$(R + Q)^n = R^n + nR^{n-1}Q + \frac{n(n-1)}{2!} R^{n-2}Q^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} R^{n-3}Q^3 + \dots + Q^n$$

Ec. 97



Por ejemplo, pasar un sistema de cuatro unidades de 50 MW iguales en capacidad y probabilidad de salida forzada, la tabla es:

$$(R + Q)^4 = R^4 + 4R^3Q + 6R^2Q^2 + 4RQ^3 + Q^4$$

Tabla 13. *Probabilidad de Salida Forzada.*

Capacidad en avería	Probabilidad
0 MW	$R^4$
50 MW	$4R^3Q$
100 MW	$6R^2Q^2$
150 MW	$4RQ^3$
200 MW	$Q^4$

Si las máquinas son diferentes, es necesario evaluar la producción.

$$\prod_{i=1}^n (R_i + Q_i) \quad \text{Ec. 98}$$

Donde:

$n$  – Número de unidades

$R_i, Q_i$  – son la fiabilidad y la probabilidad de salida “i”

En este caso cada término de la expresión resultante puede representar la salida de una capacidad diferente, en dependencia de los valores reales de la capacidad de las unidades del sistema.

**Ejemplo 4.1 :** Una central consiste de dos unidades de 30 MW y una de 50 MW con una tasa de salida forzada de 0,02

Tabla 14. *Probabilidad (ejemplo 4.1).*

Capacidad en avería	Probabilidad
0	$(0,98)^3 = 0,941192$
30	$2(0,98)^2(0,02) = 0,038416$
50	$(0,98)^2(0,02) = 0,019208$
60	$(0,98)(0,02)^2 = 0,000392$
80	$2(0,98)(0,02)^2 = 0,000784$
110	$(0,02)^2 = 0,000008$
Total	1,000000

De inmediato surgen dos preguntas:

¿Por qué la resultante de la sumatoria de los valores de probabilidades de salida es la unidad?

¿Por qué la probabilidad de una salida de 80 MW es mayor que la de una salida de 60 MW?

A continuación se expone la solución de estas dos interrogantes

### **Probabilidad Acumulativa**

Cada valor de probabilidad en la tabla anterior indica la probabilidad de que una magnitud dada de potencia se encuentre fuera de servicio por avería. A la tabla anterior puede añadirse una columna que exprese la probabilidad acumulativa. Esta es la probabilidad de encontrar fuera de servicio por avería una magnitud de capacidad igual o mayor que la cantidad indicada.

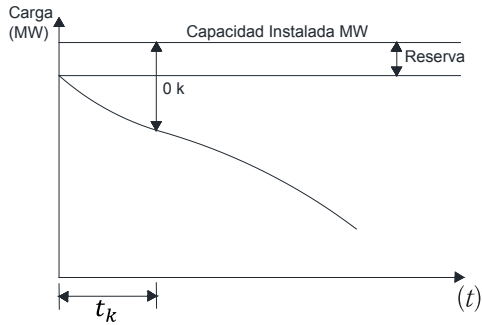
Capacidad en avería	Probabilidad Exacta	Probabilidad Acumulativa
0	$(0,98)^3 = 0,941192$	1,000000
30	$2(0,98)^2(0,02) = 0,038416$	0,058808
50	$(0,98)^2(0,02) = 0,019208$	0,020392
60	$(0,98)(0,02)^2 = 0,000392$	0,001184
80	$2(0,98)(0,02)^2 = 0,000784$	0,000792
110	$(0,02)^2 = 0,000008$	0,000008

Como es lógico, la capacidad en avería corresponde con una probabilidad acumulativa mayor a 0 lo que es lo mismo, la probabilidad acumulativa aumenta cuando la capacidad en avería disminuye. Como se puede apreciar de las tablas, esto también se cumple para la probabilidad exacta.

## 4.2. Método de la probabilidad de pérdida de carga

Consiste en combinar la tabla de probabilidades de salida de capacidad por avería con la característica de carga del sistema para obtener el riesgo esperado o la probabilidad de pérdida de carga.

¿Qué diferencia existe entre el término salida de capacidad por avería y pérdida de carga?



**Figura 4.1.** Gráfica de Carga y Capacidad.

### Esencia del Método

Una salida de capacidad dada contribuiría a la esperanza de pérdida de carga del sistema en una magnitud igual al producto de la probabilidad de existencia de la salida de capacidad particular  $P_k$  por el número de unidades de tiempo en el intervalo estudiado en el que podría ocurrir pérdida de carga si existiera dicha salida.

$$E_{(t)} = \sum_{K=1}^n P_k t_k \text{ (Unidades de tiempo)} \quad \text{Ec. 99}$$

### Problemas explicativos

#### Problema 4.1

Un sistema está compuesto por dos unidades de 50 MW, una de 100 MW y otra de 150 MW. Todas con una razón de salida forzada de  $1 \cdot 10^{-2}$ . Elabore la tabla de probabilidades de salida de capacidad por avería. Calcule la probabilidad acumulativa correspondiente a cada salida.

## Orientaciones

Calcule las probabilidades individuales de las salidas correspondientes y después redondee. Relacione las máquinas con subíndices.

Solución

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = 50 \text{ MW} \rightarrow \\ C_2 = 50 \text{ MW} \rightarrow \\ C_3 = 100 \text{ MW} \rightarrow \\ C_4 = 150 \text{ MW} \rightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Todas con una} \\ R = 0,99 \\ Q = 0,01 \end{array}$$

$$(R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3)(R_4 + Q_4) = 1$$

Tabla 15. *Probabilidad de salida de capacidad por avería.*

Capacidad en avería	Términos	Probabilidad individual
0	$R_1R_2R_3R_4$	0,960596
50	$Q_1R_2R_3R_4 + R_1Q_2R_3R_4$	0,019406
100	$Q_1Q_2R_3R_4 + R_1R_2Q_3R_4$	0,009801
150	$Q_1R_2Q_3R_4 + R_1Q_2Q_3R_4 + R_1R_2R_3Q_4$	0,009899
200	$Q_1R_2R_3Q_4 + R_1Q_2R_3Q_4 + Q_1Q_2Q_3R_4$	0,000197
250	$Q_1Q_2R_3Q_4 + R_1R_2Q_3Q_4$	0,000099
300	$Q_1R_2Q_3Q_4 + R_1Q_2Q_3Q_4$	0,000002

### Conclusión Problema 4.1

Como se observa, la probabilidad de una salida de 150 MW es mayor que la probabilidad de una salida de 100 MW. Esto se debe a que la salida de 150 MW tiene más formas de presentarse.

Que las de 100 MW, ya que se puede producir por las salidas de las máquinas de 50 simultáneamente con las de 100 o por la salida de las salidas de las máquinas de 150, mientras que para caso de la salida de 100 MW tienen que salir las dos de 50 o la de 100 MW.

Tabla 16. *Probabilidad Acumulativa (problema 4.1).*

Probabilidad Acumulativa
1,000000
0,039404
0,019998
0,010197
0,000298
0,000101
0,000002

### Problema 4.2.

Determine la esperanza de pérdida de carga para el sistema del problema anterior si la carga pico es de 300 MW con un factor de carga del 60%.

Orientaciones: Considere la característica de variación de los picos de carga diarios en base anual representada por una línea recta en los valores de tiempo en %.

**Solución.**

$$F_{carga} = \frac{C_{prom}}{C_{pico}} = 0,6$$

$$C_{prom} = 0,6C_{pico} = 0,6 * 300 = 180 \text{ MW}$$

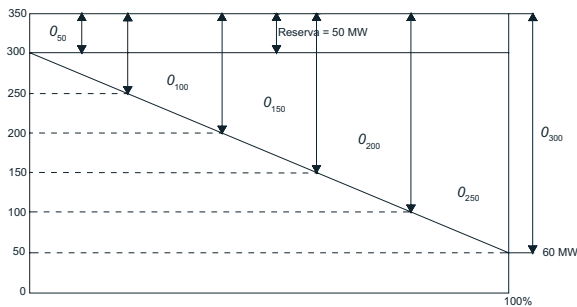
$$C_{prom} = \frac{C_{pico} - C_{mín}}{2} + C_{mín}$$

$$2C_{prom} = C_{pico} - C_{mín} + 2C_{mín}$$

$$2C_{prom} = C_{pico} + C_{mín}$$

$$\therefore C_{mín} = 2C_{prom} - C_{pico}$$

$$C_{mín} = 2(180) - 300 = 60 \text{ MW}$$



**Figura 4.2.** Característica de la variación de la carga

$$\frac{t_K}{O_K - Reserva} = \frac{100}{C_{pico} - C_{mín}}$$

$$\therefore t_K = \frac{100}{240} (O_K - 50) = 0,4167(O_K - 50)$$

$$t_{50} = 0$$

$$t_{100} = 20,83\%$$

$$t_{150} = 41,67\%$$

$$t_{200} = 62,5\%$$

$$t_{250} = 83,34\%$$

$$t_{300} = 100\%$$

## Cálculo de la Pérdida de Carga Esperada

Tabla 17. *Pérdida de carga esperada (problema 2)*

Capacidad fuera de Servicio (MW)	Capacidad en servicio (MW)	Probabilidad individual	Tiempo $t_K t_k$ (%)	Pérdida de carga esperada
0	350	0,960596	0	-
50	300	0,019406	0	-
100	250	0,009801	20,83	0,204155
150	200	0,009899	41,67	0,412491
200	150	0,000197	62,5	0,012313
250	100	0,000099	83,34	0,008251
300	50	0,000002	100,0	0,000200
				0,637410

La pérdida de carga esperada es de 0,637410% o  $0,637410 \frac{360}{100} = 2,326547$  (días/año)

### Conclusiones Problema 4.2

Como se puede apreciar, la pérdida de carga esperada es grande, esto se debe a que la reserva es muy pequeña en comparación con las magnitudes de la carga pico y el tamaño de las unidades. Fíjese que hay unidades de 100 y de 150 MW, las cuales al salir provocan pérdida de carga en una gran parte de la base de tiempo.

### 4.3. Métodos para incluir los mantenimientos.

En los sistemas simples vistos anteriormente se consideró que el modelo de carga era válido para el año completo y que la capacidad del sistema era constante para este periodo. Este no es el caso real si las unidades tienen que ser sacadas de servicio para inspecciones y mantenimiento de



acuerdo a un programa previamente establecido. Durante esos periodos la capacidad en servicio no es constante y por lo tanto una tabla simple de salida de capacidad por avería no puede ser usada.

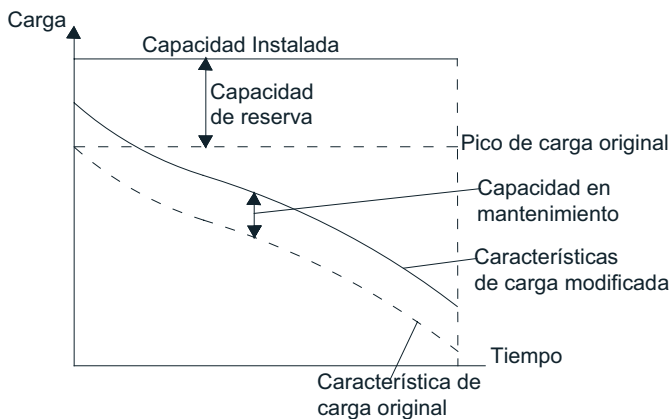
La pregunta es: ¿Cómo pueden incluirse el efecto de los mantenimientos?

El mantenimiento puede ser incluido en el análisis de acuerdo con tres procedimientos:

1. Modificando la característica de carga del sistema.
2. Modificando la característica de carga solo en el periodo de carga mínima.
3. Disminuyendo la capacidad de reserva en la magnitud de la capacidad sacada a mantenimiento.

El primer método consiste en añadir a la característica de la carga una potencia igual a la capacidad sacada a mantenimiento y usar la misma tabla de probabilidades de salida de capacidad por averías.

Este método se ilustra en la figura 4.3. que sigue:

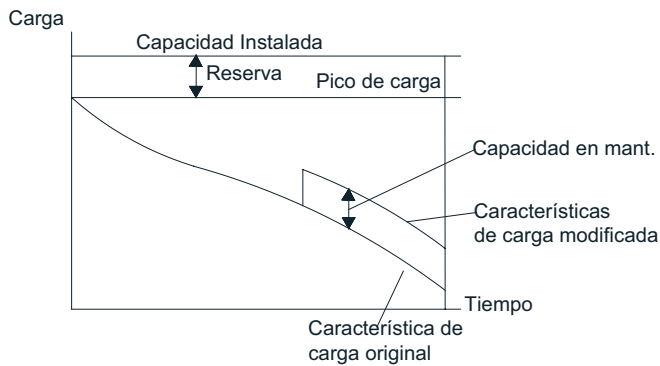


**Figura 4.3.** Método para incluir los mantenimientos.

Pero la capacidad en mantenimiento es variable durante el año en el sistema.

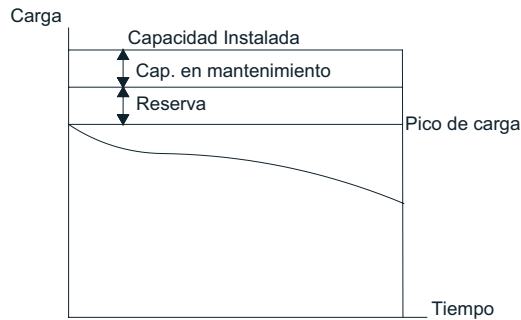
En el segundo caso se efectúa el mantenimiento solo durante el periodo de menor carga pico del año.

Este método se aplica siempre que sea posible, ya que no afecta la magnitud de la reserva y por lo tanto disminuyen las afectaciones. Este segundo método se puede apreciar en la figura que sigue



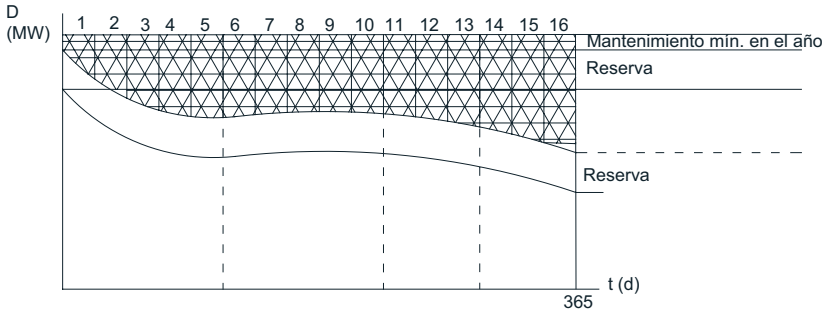
**Figura 4.4.** Método para incluir los mantenimientos.

Un tercer método se logra restando la capacidad en mantenimiento de la potencia total instalada. Como se puede apreciar esto es una variante del primer método visto. Este método se aprecia en la figura 4.5.



**Figura 4.5.** Reducción de la capacidad debida al mantenimiento.

Estos tres métodos son aproximados, el procedimiento exacto es combinar las unidades realmente disponibles en una tabla de probabilidades de salida de capacidad aplicable al periodo considerado.



**Figura 4.6.** Probabilidad de salida a mantenimiento en un año.

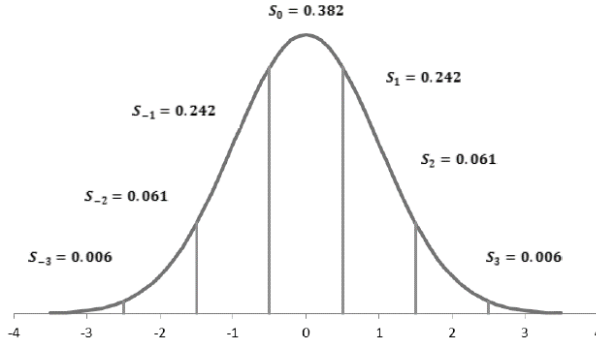
Cada mantenimiento (20 a 25 días). En cada subintervalo se dan los valores máximos y mínimos representando el máximo de reserva.

En la práctica se procura tener en la reserva, una capacidad adicional para mantenimiento igual a las unidades que es imprescindible sacar a mantenimiento durante la época de demanda máxima y se realiza un programa de mantenimiento que garantice el nivel de reserva el resto del año.

### **Incertidumbre en el Pronóstico**

Los pronósticos se realizan con un nivel de incertidumbre. Este nivel se conoce aproximadamente por datos históricos y cálculos de regresión.

Se ha comprobado que el nivel de incertidumbre se puede representar por una curva de distribución normal o de GAUSS y que esta curva, dividida en 7 sub intervalos llamados intervalos de clases, da un grado de exactitud aceptable. (Si se subdivide en 10, 15, , 49 intervalos de clase da aproximadamente igual).



**Figura 4.7.** Aproximación por 7 pasos de la distribución normal.

Quiere decir que si se pronostican 100 MW; la probabilidad de que la  $D_{real}$  sea 100 MW es 0,352 y así sucesivamente.

La probabilidad de pérdida de carga para una  $D_{pronost}$  con un grado de incertidumbre de %, será la suma de la pérdida de carga a:

$D_{pron} * x, D_{pron} * \pm 1\% * 0,242, D_{pron} \pm 2.1\%; D_{pron} \pm 3.1\%$  multiplicado por los valores correspondientes de la curva digamos con los 7 subintervalos.

### **Incertidumbre en el Pronóstico de Carga.**

Hasta aquí no se ha considerado la posibilidad de que el valor del pico de carga difiera del pronosticado. Resulta extremadamente difícil desde el punto de vista práctico, pronosticar el pico real de carga sin que exista una cierta desviación entre el valor real y el pronosticado.

Si se sabe que existe cierta incertidumbre, esta puede ser descrita por una distribución de probabilidad cuyos parámetros son determinados a partir de la experiencia histórica.

La incertidumbre en el pronóstico de carga puede ser incluida al evaluar el riesgo mediante la división de la distribución de probabilidad del

pronóstico de carga en intervalos de clase, el número de los cuales depende de la exactitud deseada. El área debajo de la curva para cada intervalo de clase representa la probabilidad de que la carga sea el valor medio del intervalo de clase.

La esperanza de pérdida de carga es calculada para cada valor de carga representada por el intervalo de clase y multiplicada por la probabilidad de que exista dicha carga.

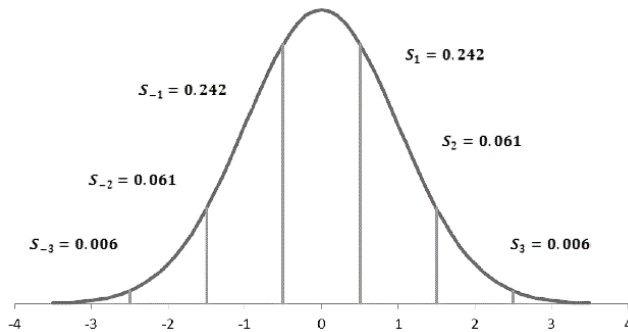
La suma de estos productos representa la esperanza de pérdida de carga para la carga pronosticada considerando la incertidumbre.

El nivel de riesgo calculado aumenta a medida que la incertidumbre en el pronóstico de carga aumenta.

Los datos publicados sugieren que la incertidumbre en el pronóstico de carga puede ser razonablemente descrita por la distribución normal. La media de la distribución es el pico de carga pronosticado. La distribución puede ser dividida en un número discreto de intervalos de clase. Esto es mostrado en la figura 4.8 que sigue, donde la distribución está dividida en siete pasos. Un procedimiento similar puede ser usado para representar una distribución asimétrica si se quiere.

Se ha comprobado que hay poca diferencia en los resultados finales entre representar la distribución de la incertidumbre del pronóstico de carga por siete pasos o por cuarenta y nueve pasos. El error depende, sin embargo, del nivel de capacidad del sistema.

La probabilidad de que la carga pico tenga el valor indicado por el intervalo de clase está dada por el área debajo de la curva para cada intervalo.



**Figura 4.8.** Aproximación por 7 pasos de la distribución normal.

### **Número de desviaciones estándar a partir de la media.**

El cálculo de la esperanza de pérdida de carga considerando la incertidumbre en el pronóstico de carga es mostrado para un pequeño sistema en el ejemplo que sigue.

#### **Problema 4.3.**

Un sistema está compuesto por 12 unidades de 5 MW, cada una con una razón de salida forzada de 0,001. El pico de carga pronosticado es de 50 MW, considerando un 2% de incertidumbre, la cual se considera normalmente distribuida. Use la distribución normal con la aproximación por siete pasos.

La curva de duración de la carga ordenada mensual está representada por una línea recta con un factor de carga del 70%.

La tabla de probabilidades de salida de capacidad es como sigue:

Tabla 18. *Probabilidad de Salida de Capacidad.*

Capacidad en avería	Probabilidad individual	Probabilidad acumulativa
0	0,88638508	1,00000000
5	0,10744040	0,11361492
10	0,00596890	0,00617452
15	0,00020099	0,00020562
20	0,00000457	0,00000463
25	0,00000006	0,00000006

Los valores de probabilidad menores que  $10^{-8}$  no se consideran.

### Solución

Carga pronosticada (media)=50 MW

Desviación Standard (2%)= $50 \frac{2}{100} = 1 \text{ MW}$

La esperanza de pérdida de carga es calculada en la tabla siguiente:

FC (Factor de carga)=70%

$$D_{\min} = 2D - D$$

$$FC(\text{Factor de carga}) = \frac{D \text{ Carga Prom}}{D \text{ Carga Pico}} = 0,7$$

$$D_{\text{prom}} = FC * D_{\text{pico}}$$

Para una carga pico de 50 MW.

$$D (\text{Carga Prom}) = 50 * 0,7 = 35 \text{ MW}$$

Por ser una recta:

$$D_{\min} = 2D_{med} - D_{pico}$$

$$D_{\min} (\text{carga m\u00edn}) = 2(\text{Carga Prom}) - \text{Carga Pico} = 2(35) - 50 = 20 \text{ MW}$$

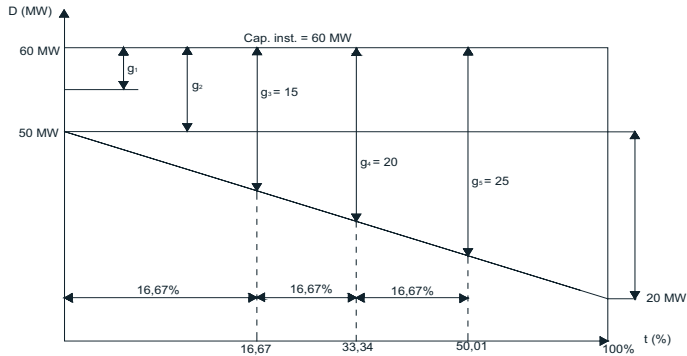


Figura 4.9. Caracter\u00edstica de carga lineal.

Para la caracter\u00edstica de carga lineal:

$$t_k = \frac{100}{C_{pico} - C_{min}} (g_k - \text{Reserva}) \quad \text{Ec. 100}$$

Tabla 19. C\u00e1lculo de la p\u00e9rdida de carga esperada cuando la carga es 50 MW.

Capacidad fuera de servicio (MW)	Capacidad en servicio (MW)	Probabilidad acumulativa	Intervalo de tiempo $\Delta t_k$ %	Perdida de carga esperada (%)
0	60	1,00000000	0	-
5	55	0,11361492	0	-
10	50	0,00617452	0	-
15	45	0,00020562	16,67	0,0034273

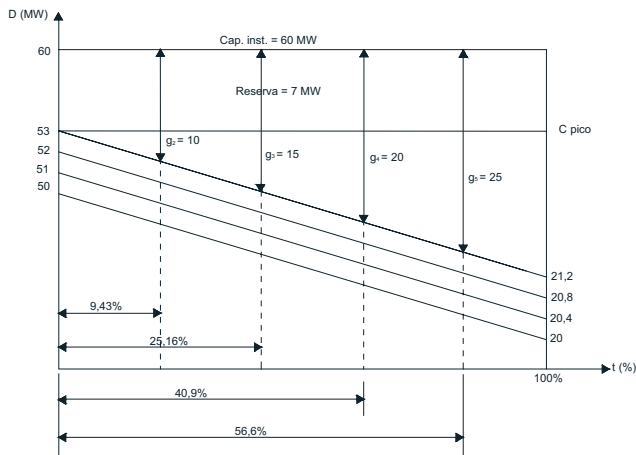


Capacidad fuera de servicio (MW)	Capacidad en servicio (MW)	Probabilidad acumulativa	Intervalo de tiempo $\Delta t_k$ %	Perdida de carga esperada (%)
20	40	0,00000463	16,67	0,0000772
25	35	0,00000006	16,67	0,0000010
			<b>TOTAL</b>	0,0035055

La pérdida de carga esperada en  $h/mes$  es :  $1 mes = 24 * 30h = 720 h$

$$0,0035055 \frac{720}{100} = 0,0252396 h/mes$$

Para cargas por encima de 50 MW con factor de carga de 70%



**Figura 4.10.** Cálculo de la pérdida de carga esperada cuando la carga es 53 MW

Tabla 20. Cálculo de la pérdida de carga esperada cuando la carga es 53 MW.

Capacidad fuera de servicio (MW)	Capacidad en servicio (MW)	Probabilidad acumulativa	Intervalo de tiempo $\Delta t_k$ %	Perdida de carga esperada (%)
0	60	1,00000000	0	-
5	55	0,11361492	0	-
10	50	0,00617452	9,43	0,05822572
15	45	0,00020562	15,73	0,00323440
20	40	0,00000463	15,74	0,00007288
25	35	0,00000006	15,7	0,00000094
				0,06153394

La pérdida de carga esperada en  $h/mes$   
 $= 0,06153394 \frac{720}{100} = 0,4430443 h/mes$

Al igual que se hizo con la carga de 50 MW y con la de 53 MW pico, se evalúa la pérdida de carga para todos los demás valores de carga pico que se consideran en el rango comprendido en la incertidumbre del pronóstico.

El resultado se indica en la tabla siguiente:

Pronóstico de carga pico media = 50 MW

Desviación Standard (2%) =  $50 \frac{2}{100} = 1 MW$

Tabla 21. *Probabilidades de Carga y Pérdida de Carga.*

(1) No. De desviaciones a partir de la media	(2) Carga (MW)	(3) Probabilidad de que D sea la carga en la columna (2)	(4) Probabilidad de pérdida de carga ( <i>h/mes</i> ) Para la carga en la columna (2)	(5) (3)*(4)
-3	47	0,006	0,011095	0,00006657
-2	48	0,061	0,016006	0,00097637
-1	49	0,242	0,020718	0,00501376
0	50	0,382	0,025240	0,00964244
1	51	0,342	0,169972	0,04113322
2	52	0,061	0,309135	0,01885724
3	53	0,006	0,443044	0,00265862
		1,00	Total →	0,07834822

### Conclusiones del Problema 4.3.

Como se pudo apreciar, la esperanza de pérdida de carga aumenta de 0,025240, cuando no se considera la incertidumbre, hasta 0,078348 con un 2% de incertidumbre.

#### 4.4. Evaluación de la reserva de capacidad estática en el desarrollo de sistema simplificado.

##### I. Recordatorio

La aplicación del método de la probabilidad de pérdida de carga puede ser mejor comprendido mediante su aplicación a un ejemplo simplificado.

##### Problema 4.4.

Considere un sistema que contiene 5 unidades de 40 MW cada una con una tasa de salida forzada de 0,01.

La tabla de probabilidades de salida de capacidad por avería es como sigue, donde los valores de probabilidad menores que  $10^{-6}$  han sido despreciados.

Capacidad instalada en el sistema = 200 MW

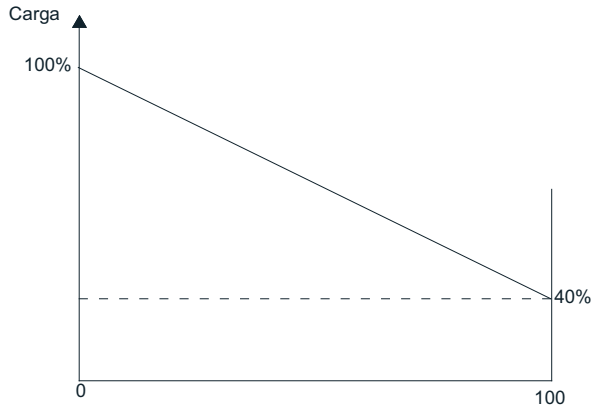
##### 1. Tabla de probabilidad de salida

Tabla 22. *Probabilidad de Salida (Ej. 5 unidades 40 MW c/u).*

Capacidad fuera de servicio	Probabilidad individual	Probabilidad acumulativa
0	0,950991	1,000000
40	0,048029	0,049009
80	0,000971	0,000980
120	0,000009	0,000009
-----	1,000000	

## 2. Curva ordenada de potencia

El modelo de carga del sistema es representado por la curva de variación del pico diario de carga mostrada en la fig. 4.11.



**Figura 4.11.** Curva de variación del pico diario de carga en por ciento en base a 160 MW (pico de carga pronosticada) y un año de 365 días.

Porcentaje de días en los que el pico diario de carga excede el valor indicado.

## 3. Pérdida de carga esperada.

### a. Por la probabilidad individual

La pérdida de carga esperada puede ser calculada usando las probabilidades individuales de salida de capacidad o mediante los valores de probabilidad acumulativas.

Tabla 23. Pérdida de la carga esperada (Ej. 5 unidades 40 MW c/u).

Capacidad fuera de servicio	Capacidad en servicio	Probabilidad Individual	Tiempo total $t_k$ (%)	Pérdida de carga esperada
0	200	0,950991	0	-
40	160	0,048029	0	-
80	120	0,000971	41,7	0,0404907
120	60	0,000009	83,4	0,0007506
		1,000000		0,0412413

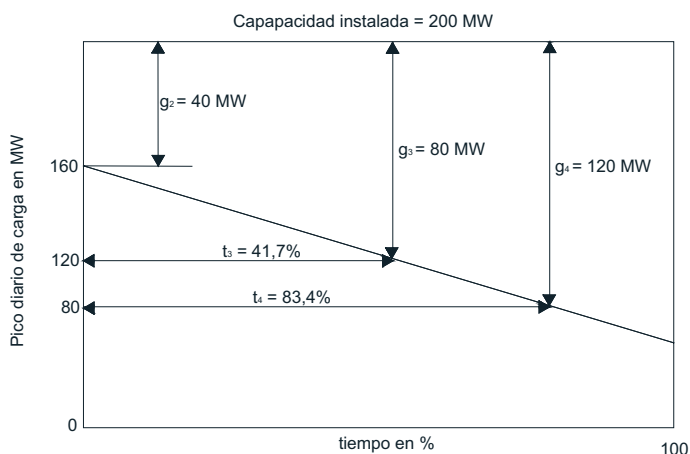


Figura 4.12. Variación de la capacidad disponible para mantenimiento.

La pérdida de carga esperada es 0,0412413 % de la base de tiempo. Considerando un año de 365 días, la pérdida de la carga esperada es de 0,15041 días/año o 6,65 años/días.

La abscisa y por ende el tiempo total  $t_k$  pudo también haberse expresado en días, en lugar de en por ciento con idénticos resultados.

b. Por probabilidad acumulativa

Si se utiliza la probabilidad acumulativa, las cantidades de tiempo usadas son los intervalos o incrementos de tiempo en lo que se descompone el gráfico representados por  $t_k$ .

El procedimiento es entonces como sigue:

Tabla 24. *Aplicación de la probabilidad acumulativa.*

Capacidad en avería	Capacidad en servicio	Probabilidad acumulativa	Intervalo de tiempo $t_k$ en (%)	Pérdida de carga esperada
0	200	1,000000	0	-
40	160	0,049009	0	-
80	120	0,000980	41,7	0,0408660
120	60	0,000009	41,7	0,0003753
<b>Total</b>				0,0412413

El valor de la pérdida de carga esperada es el mismo que el obtenido previamente utilizando los valores de probabilidad individuales.

### **Variación de la esperanza con el pico de carga del sistema.**

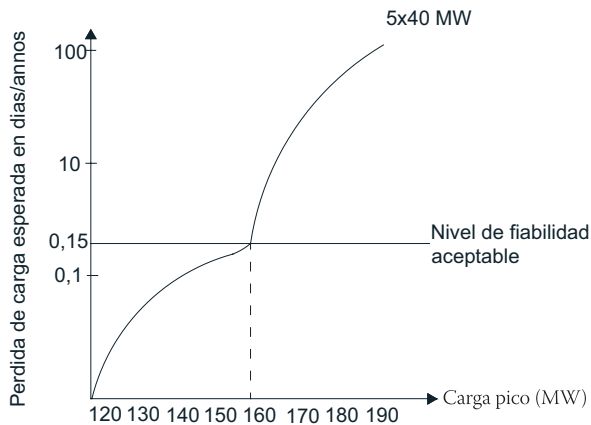
En el ejemplo anterior la carga del sistema es de 160 MW. En la tabla siguiente se muestra la variación en el riesgo en función de la carga pico. La característica de la carga tiene la forma que se muestra en la figura 4.12. con una carga mínima de 64 MW (característica lineal). La esperanza de pérdida de carga es calculada en una base anual considerando 365 días en el año.

4. Evaluación de crecimiento de demanda con 5 unidades.

Tabla 25. *Crecimiento de demanda (Ej. 5 unidades de 40MW c/u).*

Carga Pico del Sistema (MW)	Pérdida Días / años	Carga Esperada años / días
200	6,083	0,16
190	4,834	0,21
180	3,446	0,29
170	1,895	0,53
160	0,1504	6,65
150	0,1207	8,29
140	0,08673	11,53
130	0,04754	21,03
120	0,001825	548,00
110	0,001493	670,00
100	0,001095	913,00

Estos resultados pueden situarse en un gráfico usando papel semi-logarítmico. Ver figura 4.13.



**Figura 4.13.** Variación en el riesgo con el pico de carga del sistema.



Como se puede apreciar en la tabla y en los gráficos anteriores, se producen saltos significativos cuando la carga es de 160 MW y de 120 MW. Esto se debe a que en el primer caso la reserva se iguala a la capacidad de las unidades y en el segundo caso el valor de la reserva es el doble de la capacidad de las unidades.

### **Variación de la esperanza con el crecimiento de la capacidad instalada.**

El sistema anterior consiste en 5 unidades de 40 MW, para una capacidad instalada de 200 MW. Considérese que las unidades adicionales serán de 50 MW con una razón de salida forzada de 0,01. La variación en el nivel de riesgo con la adición secuencial de unidades de 50 MW es mostrada en la tabla siguiente. La pérdida de carga esperada se expresa en Días/años de 365 días.

Estos resultados de la tabla pueden igualmente ser llevados a un gráfico como se muestra en la figura 4.13.

Considere que el crecimiento de la carga del sistema es de 10% por año y que la característica de la carga mantiene la forma básica (variación del pico diario de carga en forma de línea recta de 100% a 40% del pico). El riesgo anual puede ser, entonces, evaluado y la suficiencia de la capacidad de generación disponible propuesta determinada.

Tabla 26. *Crecimiento de demanda (Ej. 5 unidades de 40MW c/u).*

Carga Pico del Sistema (MW)	Pérdida de carga esperada en Días / años			
	(5*40) 200 MW	(5*40)+(1*50) 250 MW	(5*40)+(2*50) 300 MW	(5*40)+(3*50) 350 MW
100	0,001095	-	-	-
120	0,001825	-	-	-
140	0,08673	0,001216	-	-

Carga Pico del Sistema (MW)	Pérdida de carga esperada en Días / años			
	(5*40) 200 MW	(5*40)+(1*50) 250 MW	(5*40)+(2*50) 300 MW	(5*40)+(3*50) 350 MW
160	0,1504	0,002504	-	-
180	3,446	0,06844	0,0009461	-
200	6,083	0,1504	0,002859	-
220	-	2,058	0,03603	0,0004421
240	-	4,853	0,1360	0,002864
250	-	6,083	0,1800	0,004034
260	-	-	0,6611	0,01175
280	-	-	3,566	0,1073
300	-	-	6,083	0,2093
320	-	-	-	2,248
340	-	-	-	4,880
350	-	-	-	6,083

El pico anual de carga para cada una de los próximos ocho años es mostrado en la tabla que sigue.

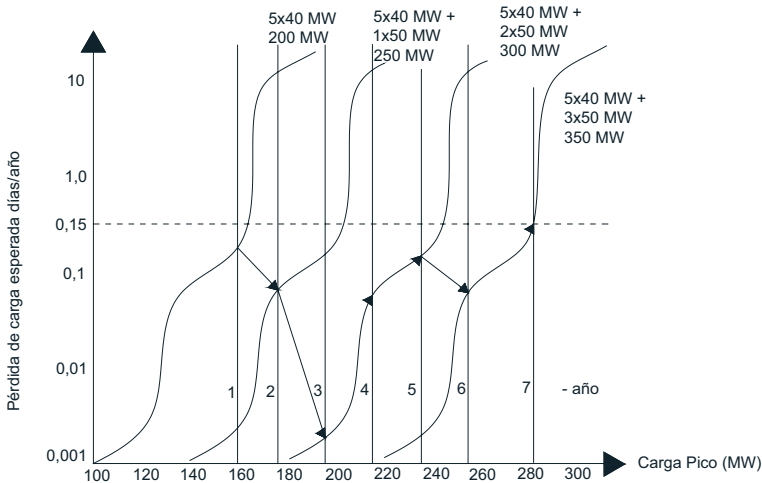
Tabla 27. *Pronostico del pico anual de carga.*

Año	Pico de Carga Pronosticado
1	160
2	176
3	193,6
4	213,0
5	234,3
6	257,5
7	283,1
8	311,4

Si se considera que 200 MW de capacidad instalada es suficiente para un sistema con un pico de carga de 160 MW, entonces el criterio de riesgo es 0,15 Días/años. Este nivel de riesgo puede ser usado para medir la suficiencia de la capacidad del sistema en los años que siguen.

Cualquier otro nivel de riesgo pudo haber sido elegido. Esta selección del nivel de riesgo a usar en el estudio es una decisión de dirección.

Usando el criterio de 0,15 Días/años, el tiempo en que deben ser añadidas al sistema las nuevas unidades pueden ser obtenidas usando la figura 4.14.



**Figura 4.14.** Variación del riesgo con la adición de unidades.

Aplicado en los estudios de crecimiento de sistemas.

Se deja al lector comprobar los resultados obtenidos en el ejemplo resuelto con el sistema de 5 unidades de 40 MW y el de 50 MW con una carga pico de 240 MW con factor de carga del 70%. La razón de salida forzada de las unidades es de 0,01.

## 4.5. Solución de problemas.

### Problema 4.5.

Un sistema posee tres unidades de 100 MW y una de 200 MW. Cada una con una razón de salida forzada de 0,02. Determine:

- Tabla de probabilidad de salida de capacidad.
- Pérdida de carga esperada en días/años si la carga pico es de 400 MW con un factor de carga del 70%. La carga se considera según una característica lineal con los valores de tiempo en % en base anual (año de 365 días).

### Orientaciones.

Utilice la metodología descrita.

### Solución.

Cálculo de la carga mínima

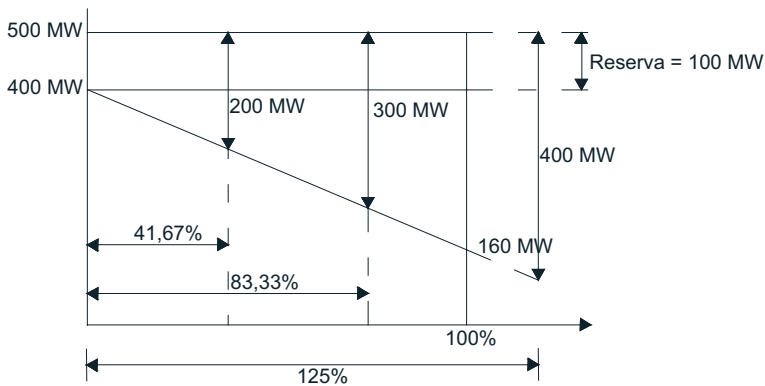
$$C_{prom} = 0,7C_{pico} = 0,7 * 400 = 280 \text{ MW}$$
$$C_{mín} = 2C_{prom} - C_{pico} = 2(280) - 400 = 560 - 400 = 160 \text{ MW}$$
$$C_{mín} = 160 \text{ MW}$$

Tabla 5. de Probabilidad de salida de capacidad

Capacidad fuera	Cálculo de la probabilidad	Probabilidad individual
0	$\frac{(0,98)^4}{R^3P}$	→ 0,92236682
10	$\frac{3(0,98)^3(0,02)}{3R^2PQ}$	→ 0,0564715
200	$\frac{3(0,98)^2(0,02)^2 + (0,98)^3(0,02)}{3RPQ^2 \quad R^3F}$	→ 0,0199763
300	$\frac{(0,98)(0,02)^3 + 3(0,98)^2(0,02)^2}{PQ^3 \quad 3R^2QF}$	→ 0,0011603
400	$\frac{3(0,98)(0,02)^3}{3RQ^2F}$	→ 0,000235
500	$\frac{(0,02)^4}{Q^3F}$	→ 0,0000002

Como este último valor es menor que  $1 * 10^{-6}$  se desprecia.

### Cálculo de los tiempos.



**Figura 4.15.** Evaluación de probabilidad de salida de capacidad y pérdida de carga

$$t_k = \frac{100}{C_{pico} - C_{min}} (O_k - Reserva)$$

$$t_{200} = \frac{100}{240} (200 - 100) = 41,67\%$$

$$t_{300} = \frac{100}{240} (300 - 100) = 83,33\%$$

$$t_{400} = \frac{100}{240} (400 - 100) = 125\%$$

$$(R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3)(R_4 + Q_4) = 1$$

$$C_1 = 100 \text{ MW}$$

$$C_2 = 100 \text{ MW}$$

$$C_3 = 100 \text{ MW}$$

$$C_4 = 200 \text{ MW}$$

Tabla 28. *Cálculo de la pérdida de carga esperada.*

Capacidad fuera de servicio (MW)	Capacidad en servicio	Probabilidad individual	Tiempo $t_k$ (%)	Pérdida de carga esperada (%)
0	500	0,9223682	-	-
100	400	0,0564715	-	-
200	300	0,0199763	41,67	0,8324124
300	200	0,0011603	83,33	0,0966878
400	100	0,0000235	100,0	0,0023500
				0,9314502

La pérdida de carga esperada para este sistema es de 0,9314502% o  $0,9314502 \frac{365}{100} = 3,3997933$  días/año.

Como se trabajó con la probabilidad individual, se usaron los tiempos calculados según la relación triangular. De haber usado la probabilidad acumulativa se utilizarían los tiempos diferenciales. En la salida de 400 MW se toma el 100% de la de tiempo.

#### **Problema 4.6.**

Determine la pérdida de carga esperada en días/años de un sistema cuya carga pico pronosticada es de 100 MW con un 2% de incertidumbre, si las probabilidades de pérdida de carga para cada uno de los siete niveles de carga en días/años son: 0,012; 0,020; 0,030; 0,150; 0,300; 0,400; 0,500.

#### **Orientaciones.**

La probabilidad de que el pico de carga tenga una magnitud dada, se determina según la distribución normal dividida en 7 intervalos de clase como se vio. Los valores de probabilidad a considerar son los previamente indicados y corresponden con el área bajo la curva en cada uno de los intervalos.

Pronóstico de carga pico = 100 MW

$$\text{Desviación Standard} = 100 \frac{2}{100} = 2MW$$

## Solución.

Tabla 29. *Pérdida de carga esperada considerando incertidumbre.*

(1) Número de desviaciones a partir de la media	(2) Carga (MW)	(3) Probabilidad de la carga en la columna (2)	(4) Probabilidad de pérdida de carga días/años	(5) Pérdida de carga esperada considerando incertidumbre (3)(4)
-6	94	0,006	0,012	0,000072
-4	96	0,061	0,020	0,001220
-2	98	0,242	0,030	0,007260
0	100	0,382	0,150	0,057300
2	102	0,242	0,300	0,072600
4	104	0,061	0,400	0,024400
6	106	0,006	0,500	0,003000
				0,165852

La pérdida de carga esperada considerando la incertidumbre es:  
0,165852 días/años.z

### Conclusiones del problema 4.6

Como se puede apreciar, la pérdida de carga esperada aumenta de 0,15 días/años sin incertidumbre a 0,165852 considerando la incertidumbre en el pronóstico, lo que constituye un aumento de algo más de 10% en el valor de la pérdida de carga esperada.



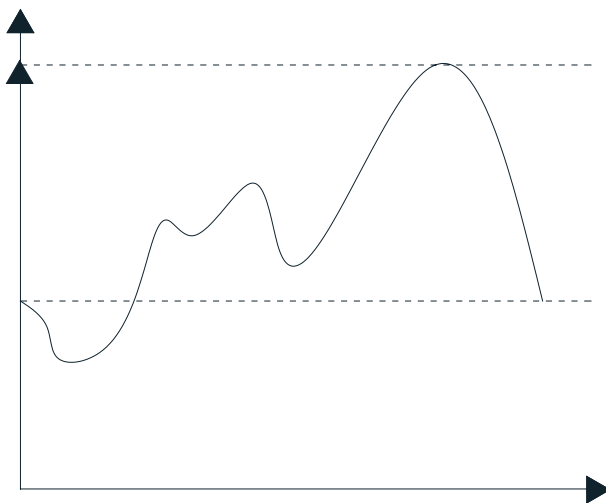
## Tema 5. Fiabilidad de la Reserva Rodante.

### 5.1. Introducción

Un requisito importante en la operación diaria de los sistemas energéticos consiste en la habilidad para determinar el programa de generación más económico a la vez que se mantiene un nivel adecuado de fiabilidad del servicio.

Mantener un nivel de fiabilidad depende de la capacidad rodante mantenida en servicio por encima de los requerimientos de carga del sistema. Esta magnitud se denomina Reserva Rodante o Reserva Rodante Caliente y, en general, debe ser suficiente para:

1. Satisfacer los cambios no previstos en la carga del sistema sin perjudicar la frecuencia ni la regulación de la línea de enlace y
2. Protegiendo contra una posible pérdida de capacidad en generación.



**Figura 5.1.** Curva de carga típica de un SEP

La curva de carga típica se pronostica con anterioridad y se va ajustando cada 15 minutos durante el día.

¿Qué determina la magnitud real de reserva rodante?

La cantidad real de reserva rodante está en dependencia de muchos factores, de los cuales uno de los más importantes es el nivel de confiabilidad deseado.

Otros factores que pueden modificar el margen real de reserva de capacidad son:

- a. Descarga automática por baja frecuencia utilizando relevadores de baja frecuencia o mediante métodos manuales.
- b. Disminución de la carga por reducción del voltaje en los nodos del sistema.
- c. Ayuda proveniente de los sistemas interconectados.

La utilización de cualquiera de estos factores resultará en una reducción en el nivel de confiabilidad que es discretamente asignado o atribuido a la capacidad en operación real. Una vez que el nivel de riesgo ha sido seleccionado, sin embargo, éste no debe aumentar durante el transcurso de la programación de la generación para cubrir la carga del sistema.

Una operación a un nivel de riesgo menor que el normalizado indica un sistema más confiable, pero esto se logra, obviamente, a expensas de una disminución en la economía de operación. Es decir, para ello es necesario apartarse de la programación de generación más económica.

La economía de operación y la confiabilidad no son variables independientes en la programación diaria de la capacidad de generación, en general, una vez determinado el nivel de confiabilidad requerido, la programación más económica es relativamente determinada.

Un método conveniente para la evaluación de los dos elementos básicos de los requerimientos de capacidad rodante es la determinación de la probabilidad de condiciones de carga no previstas y deficiencias en la capacidad en operación. Este valor de probabilidad puede entonces ser asignado para condiciones del sistema cambiantes. Este criterio de riesgo constante es también importante desde un punto de vista de la planificación; ya que proporciona una referencia básica para la evaluación económica de las posibles adiciones de capacidad al sistema, particularmente unidades generadoras de capacidad relativamente grandes.

Existe una diferencia básica entre la estadística usada en los estudios de la reserva estática y aquella usada en los estudios de reserva caliente. La estadística en este último caso, es la probabilidad que la unidad generadora pueda ser sacada de servicio, debido a una avería y no sea reemplazada por otra unidad en un determinado periodo  $t$ .

La filosofía en los estudios de reserva estática, considera la capacidad generadora disponible, bajo condiciones normales, como la capacidad instalada total en el sistema y el criterio consiste en un determinado nivel de riesgo, para el cual la carga excederá la capacidad disponible probable.

En un estudio de reserva caliente, se considera que la capacidad instalada es suficiente para suministrar la carga, de manera que si una unidad sale por avería es solamente una cuestión de tiempo, antes de que otra unidad sea puesta en servicio para cubrir los requerimientos. La demora depende de equipos disponibles para entrar en servicio y en cierta medida del tiempo que este equipo lleva sin operar.

Con vistas a diferencias entre la razón de salida forzada que se utiliza en los estudios de reserva estática, el valor de probabilidad de salida usado en los estudios de reserva caliente ha sido designado como razón de reemplazamiento por avería. Para una unidad particular y sobre un

tiempo previamente definido la RRA (reserva, reemplazo, avería) está dada por:

$$RRA = \left( \begin{array}{l} \text{razón de fallas} \\ \text{de la unidad} \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} \text{tiempo de retardo} \\ \text{para la entrada} \\ \text{del equipo adicional} \end{array} \right) \quad \text{Ec. 101}$$

Esta expresión, es una aproximación de la probabilidad real y es válida; si además, se consideró que la unidad generadora está operando dentro de su periodo de vida útil, durante el cual la razón de fallas es constante.

La expresión

$$Q_s = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{Ec. 102}$$

Tiene un desarrollo serie de Taylor

$$e^u = 1 + u + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots$$

$$e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t + \frac{\lambda^2 t^2}{2!} + \dots \quad \text{Ec. 103}$$

Despreciando a partir del segundo término

$$\frac{u^2}{2!} + \dots$$

Cuando  $\lambda t \ll 1$   $t$  – tiempo que demora arrancar una unidad en reserva.

Dado que

$$Q_s(t) \approx \lambda t \text{ si } \lambda t \ll 1 \quad \text{Ec. 104}$$

Por ejemplo, si  $\lambda = 10^{-5}$ ;  $t = 2 \text{ h}$ ;  $2 \cdot 10^{-5} \ll 1$

Y se pueden despreciar los términos.

$$\frac{u^2}{2!} = \frac{4}{2} 10^{-10} \text{ etc}$$

De esta forma  $\lambda_i$  es la razón de falla en el tiempo de la unidad de referencia  $i$  y  $\lambda_i t$  es la probabilidad de falla en el tiempo  $t$ .

Si  $t$  es el tiempo necesario para poner en operación una unidad adicional;  $\lambda_i t$  representa la probabilidad de fallo sin que aun pueda ser reemplazada la unidad  $i$ ,  $t$  varía para cada tipo de unidad; por ejemplo:

Tabla 30. *Probabilidad de Fallo según tipo de generación.*

Tipo	Duración
Hidráulica.	2 – 4 h
Térmica	2 – 4 h
Gas	10 h
Nucleares	varias horas

Utilizando la razón de reemplazamiento por avería en lugar de la probabilidad de salida forzada se puede construir una tabla similar a la utilizada en el capítulo anterior. Esta tabla da la magnitud de la probabilidad que tiene una cierta capacidad de salir de servicio por avería sin que haya podido ser reemplazada.

### **Ejemplo 5.1:**

Considere el subsistema formado por dos centrales llamadas: Mazar y Catamayo, trabajando con:

Tabla 31. Descripción de Centrales (ejemplo).

Central	Capacidad Unitaria	Tipo	Capacidad	$\lambda$ Razón de fallas fallas/años
Mazar	2*50	Hidráulica	100	2
	1*100	Hidraulica	100	1
Catamayo	1*15	Térmica	15	3
<b>Total</b>			215 MW	6

Suponga que existe como reserva unidades de 15, 50 y 100 MW que demoran 2 horas en su arranque y están disponibles.

- Para  $t = 2h$  la  $RRA = \lambda t$  (Reserva para averías)

$$\lambda_1 = 2 \frac{f}{a} * \frac{1}{8760} a/h = 2,3 * 10^{-4} f/h \Rightarrow \lambda_1 t = 4,6 * 10^{-4} f/2 h$$

$$\lambda_2 = 1 \frac{f}{a} * \frac{1}{8760} a/h = 1,15 * 10^{-4} f/h \Rightarrow \lambda_1 t = 2,3 * 10^{-4} f/2 h$$

$$\lambda_3 = 3 \frac{f}{a} * \frac{1}{8760} a/h = 3,45 * 10^{-4} f/h \Rightarrow \lambda_1 t = 6,9 * 10^{-4} f/2 h$$

La ecuación general para conocer las probabilidades de fallo será:

$$\begin{aligned} (P_1 + Q_1)^2(P_2 + Q_2)(P_3 + Q_3) &= (P_1^2 + 2P_1Q_1 + Q_1^2)(P_2 + Q_2)(P_3 + Q_3) \\ &= (P_1^2P_2 + P_1^2Q_2 + 2P_1P_2Q_1 + 2P_1Q_1Q_2 + P_2Q_1^2 + Q_1^2Q_2)(P_3 + Q_3) \\ &= (P_1^2P_2P_3 + P_1^2P_2Q_3 + P_1^2P_3Q_2 + P_1^2Q_2Q_3 + 2P_1P_2P_3Q_1 + 2P_1P_2Q_1Q_3 + 2P_1P_3Q_1Q_2 \\ &\quad + 2P_1Q_1Q_2Q_3 + P_2P_3Q_1^2 + P_2Q_1^2Q_3 + P_3Q_1^2Q_2 + Q_1^2Q_2Q_3) \\ P_1 &= 99,954\% & Q_1 &= 0,046\% \\ P_2 &= 99,977\% & Q_2 &= 0,023\% \\ P_3 &= 99,931\% & Q_3 &= 0,069\% \end{aligned}$$

Tabla 32. Probabilidades de Fallo (ejemplo).

Capacidad fuera de servicio MW	Capacidad en servicio MW	Término	Probabilidad individual
0	215	$P_1^2 P_2 P_3$	0,00998
15	200	$P_1^2 P_2 Q_3$	0,00069
50	165	$2P_1 P_2 P_3 Q_1$	0,00092
100	115	$P_1^2 P_3 Q_2$	0,00023
115	100	$Q_1^2 Q_3 P_2$	0,00000
150	65	$2Q_1 Q_2 Q_3 P_1$	0,00000
165	50	$Q_1^2 Q_2 P_3$	0,00000
215	0	$Q_1^2 Q_2 Q_3$	0,00000
			Nivel: Bueno 0,00023

Para la condición de 100 MW o más fuera de servicio, la probabilidad de no reponerla en 2 h es 0,00023. Este nivel se compara con los criterios de fiabilidad de la reserva rodante establecidos y se concluye que es suficiente y necesario contar con una unidad de reserva de 100 MW. Los niveles de 15 y 50 MW en este caso resultan altos y por encima de 100 MW las probabilidades resultan pequeñas. Este criterio coincide con el del método de la mayor unidad en reserva.

Usando la RRA (reserva, reemplazo, avería) para cada unidad, una tabla de probabilidad de salida de capacidad, puede ser elaborada de forma similar a la obtenida usando los valores de las razones de salida forzada en un estudio de reserva estática. Esta tabla de las probabilidades de tener varias magnitudes de la capacidad fuera de servicio y no aún reemplazadas. La demora del equipo adicional puede variar para cada nivel de capacidad en operación, debido a que, diferentes tipos

de capacidad son puestos en servicio. Como resultado, una tabla de probabilidad de salida de capacidad completamente diferente usando diferentes valores de razón de reemplazamiento por avería puede ser requerida para cada uno de estos niveles.

## 5.2. Método de cálculo

Si se considera que no hay incertidumbre asociada con el pronóstico de carga, la tabla de probabilidades de salida de capacidad por avería puede ser usada directamente para evaluar un criterio de reserva rodante. Si cada elemento de salida de capacidad en la tabla es restado del nivel de capacidad en operación para dicha tabla, se obtiene una tabla de niveles de capacidad disponibles y sus valores de probabilidad asociados. Para una carga pronosticada igual al valor de capacidad disponible de valor de probabilidad acumulativa asociada es la probabilidad que el sistema justamente lleve el nivel de carga o falle en llevarlo, es decir, que el sistema justamente suministre la carga o se produzca pérdida de carga por déficit de generación. Esto puede ilustrarse mejor mediante un ejemplo numérico.

### **Incertidumbre en el pronóstico de carga.**

Se considera de acuerdo con una distribución normal de manera igual a la usada en el caso de la reserva estática.

*Usando esta representación, para una condición de carga pronosticada hay 7 valores de carga cada uno con una probabilidad de existencia.*

El riesgo total para una carga particular pronosticada y condición de generación es la suma de los productos de la probabilidad que la capacidad disponible pueda justamente llevar la carga o falle en llevarla y la probabilidad que la carga sea ese valor particular dado.



A medida que aumenta la incertidumbre en el pronóstico de carga, aumenta el riesgo de fallas en el suministro de carga al sistema.

La incertidumbre en el pronóstico de carga es normalmente mayor a medida que el pronóstico se hace con mayor tiempo en avance. La magnitud real de la desviación estándar de la incertidumbre del pronóstico de carga depende de la atención que se dé a los métodos de pronóstico. Un cierto valor mínimo existirá que es una función del sistema y de la variabilidad del patrón de estado del tiempo. El efecto de aumentar o disminuir el nivel de confiabilidad de la capacidad en operación puede ser trasladada a cantidad monetaria mediante un examen detallada de los ciclos de carga diarios.

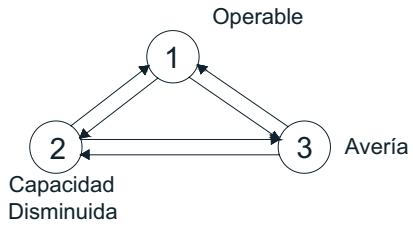
### **Niveles de Capacidad Disminuida.**

Al considerar unidades de gran capacidad en ambos estudios de reserva estática y rodante, puede resultar necesario considerar las probabilidades asociadas con uno o más estados de disminución forzada de capacidad en vez de considerar la unidad con dos estados disponibles o indisponibles.

En un estudio de reserva estática, los valores de probabilidad de los estados de capacidad disminuida son las probabilidades de encontrar las unidades en los estados respectivos en algún tiempo en el futuro.

En un estudio de reserva rodante, estas estadísticas representan las probabilidades de que la capacidad de la unidad sea reducida a los valores respectivos y no sea reemplazada por un equipo adicional cuando se requiere para suministrar la carga.

Considere el siguiente diagrama de espacio y estado donde se incluye un estado de capacidad disminuida.



**Figura 5.2.** Diagrama de espacio y estado para una unidad con un estado de capacidad disminuida.

## **Tema 6. Fiabilidad del Suministro Eléctrico**

### **6.1. Introducción**

Los esquemas de suministro de empresas industriales se dividen en:

- Externos
- Internos

Los esquemas de suministro externos están formados por las fuentes de alimentación externas y las facilidades que conforman el suministro a la industria desde la acometida hacia afuera.

Los esquemas internos determinan el suministro eléctrico a las diferentes áreas de trabajo de la industria.

Los esquemas de suministro tanto externos como internos influyen de manera directa en el índice de fiabilidad de la instalación, por eso, la selección de los mismos se hace a partir de las consideraciones de fiabilidad, las cuales están en dependencia con la categoría de consumidores.

#### **Categoría de los consumidores**

Los consumidores son agrupadores por categorías de acuerdo al nivel de importancia de la actividad que realizan y el daño que puede producir la falta de servicio eléctrico.

Si entre los receptores o consumidores de la empresa se tiene aunque sea una de primera categoría, entonces la cantidad de circuitos del sistema externo de suministro eléctrico, a través del cual se proporciona la alimentación no deberá ser menor que dos.

La selección correcta de la ubicación de la subestación principal reductora de los puntos de distribución (PD) se logra por medio del cartograma de cargas. Por medio este cartograma resulta fácil determinar si se requiere encontrar uno o varios centros de cargas. La determinación del centro de cargas se puede lograr de una forma exacta y ello permite durante la proyección de los sistemas de suministro eléctrico de empresas industriales, indicar la ubicación correcta de la subestación principal reductora y de los puntos de distribución. La localización correcta de las subestaciones y PD en el territorio de la empresa industrial permite establecer el esquema de suministro eléctrico más racional (menor longitud de líneas de alimentación, pérdidas menores, etc.).

### **Cantidad de fuentes de alimentación.**

La cantidad de fuentes de alimentación está vinculado con la categoría de los consumidores y receptores así, los receptores:

1. De primera categoría deben tener no menos de dos fuentes independientes de alimentación como se dijo antes;
2. De segunda y tercera categoría pueden tener una, dos y más fuentes de alimentación.

Esta decisión depende de las afectaciones de la producción ocurridas durante las interrupciones del suministro eléctrico.

### **Fuentes independientes.**

Las fuentes de alimentación se consideran independientes si la alteración del régimen o deterioro de una de ellas no provoca la alteración del régimen o interrupción del trabajo de la otra.

Se denominan fuentes de alimentación:

- a. Plantas eléctricas propias.
- b. Líneas de alimentación de la empresa.
- c. Subestaciones que enlazan al sistema de suministro de la empresa industrial con el sistema o con las estaciones eléctricas de este.
- d. Las secciones independientes de las barras de enlace de la estación eléctrica o subestación, la cual posee varios generadores o transformadores, siempre que sean observadas las condiciones siguientes:
  1. Cada sección de las barras tiene alimentación desde generadoras o transformadores diferentes (no menos de dos);
  2. Las secciones no están vinculadas eléctricamente entre sí o tienen enlace que desconecta automáticamente ante la ocurrencia de la alteración del trabajo normal de una de las secciones.'

La selección de las fuentes de alimentación, resulta un aspecto de particular consideración en cada caso concreto.

## **6.2. Confiabilidad de la alimentación**

La confiabilidad de la alimentación depende de:

- a. Capacidad de generadores, transformadores y otras fuentes.
- b. Número de fuentes independientes.

Para garantizar la fiabilidad de la alimentación pueden aplicarse varios métodos, incluyendo la reserva. Generalmente la fiabilidad requerida para sistemas de suministros de instalaciones industriales puede ser garantizada por medio de la cantidad y capacidad necesaria en generadores, transformadores, secciones de barras, líneas de alimentación y medios automáticos.

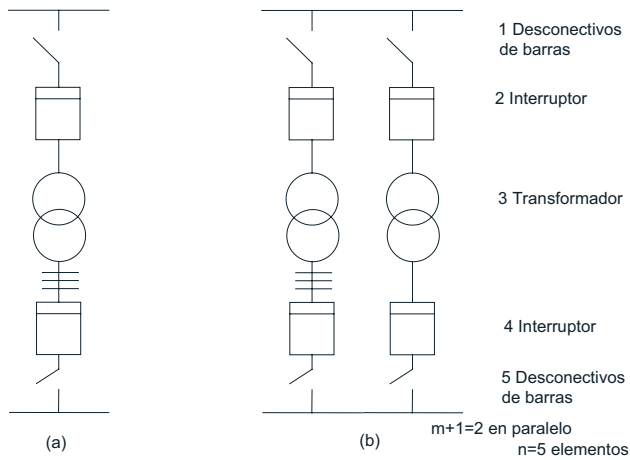
En la actualidad la fiabilidad constituye uno de los parámetros de cálculo que intervienen en la selección de las variantes de diseño conjuntamente con los cálculos económicos.

En general la fiabilidad es un índice que se garantiza a base de inversiones. Es decir, para garantizar la fiabilidad del suministro hay que gastar; sin embargo, el gasto inicial que se realice, se verá posteriormente recompensado por la disminución de las pérdidas por energía no servida durante la explotación. El valor del índice de fiabilidad que debe ser garantizado depende de la importancia de la carga a servir.

### **Cálculo de fiabilidad del punto de alimentación.**

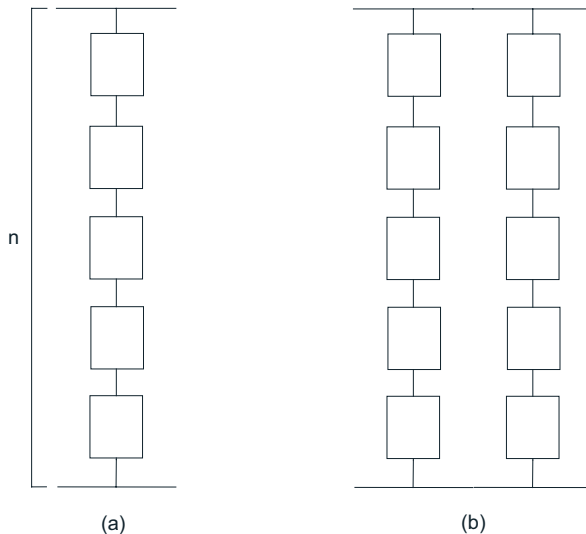
La fiabilidad se tiene en cuenta desde el instante en que se selecciona el número y potencia de los transformadores y el circuito alimentador, y depende del esquema de alimentación que se seleccione y de los dispositivos que se conecten.

Suponga que desde el punto de vista técnico pueden ser usados cualquiera de los dos esquemas siguientes para alimentar un centro de carga.



**Figura 6.1.** Esquemas de suministro simple y con reserva.

Estos esquemas pueden ser sustituidos por los diagramas de fiabilidad correspondientes.



**Figura 6.2.** Esquema para la evaluación de fiabilidad del esquema físico de la Fig. 6.1.

La tarea consiste en la selección del esquema de alimentación para el nodo de cargas desde el punto de vista de confiabilidad, con vistas a reducir las afectaciones a la producción causadas por las interrupciones del suministro eléctrico.

Las preguntas que se deben responder son:

¿Cuál de los dos esquemas es más confiable?

Respuesta: depende de la capacidad del esquema (b)

¿Qué capacidad debe tener el transformador y cada uno de los elementos del circuito en el esquema (b)?

Respuesta: para mayor fiabilidad el esquema b debe ser capaz de llevar toda la carga por uno de los transformadores.

¿Qué incidencias tiene la selección de la capacidad desde el punto de vista económico?

En este caso la máxima fiabilidad en el esquema (b) se logra cuando cada uno de los circuitos puede llevar toda la carga demandada, sin embargo esto solo se justifica económicamente cuando las pérdidas por el fallo en el suministro son demasiado costosas o cuando el fallo puede ocasionar pérdidas de vidas humanas.

En esos casos puede que no sea suficiente con un circuito de reserva, sino que haya que utilizar alimentación desde SE independientes, generadoras de emergencia u otro método.

### **6.3. Relación del aumento de fiabilidad y costos. Cálculos**

Para el aseguramiento de la fiabilidad de la alimentación en los esquemas de suministro eléctrico, pueden dejarse uno o más circuitos de reserva.



Esto es llamado multiplicidad de la reserva y es el parámetro fundamental que la caracteriza; se determina por la expresión:

$$m = \frac{N}{n} \quad \text{Ec. 105}$$

Donde:

$N$  – número total de elementos conectados como reserva.

$n$  – número de elementos en cada uno de los circuitos de reserva.

En el caso de la figura 6.2 hay 5 elementos de reserva y los 5 están en un solo circuito

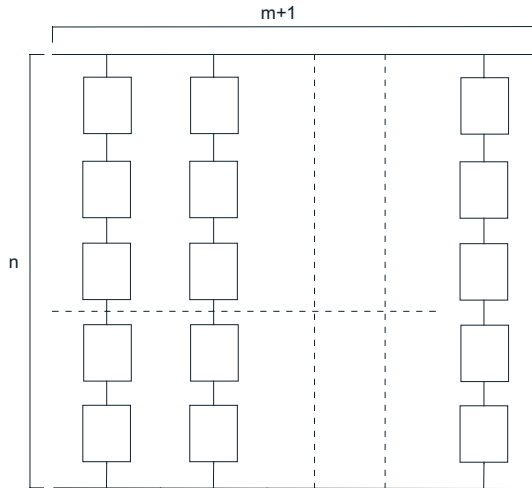
$$m = \frac{5}{5} = 1.$$

Como es de esperar, la fiabilidad de la alimentación depende de la multiplicidad de la reserva, de manera que a medida que esta aumenta la fiabilidad del suministro también. El crecimiento de la fiabilidad con la multiplicidad de la reserva no es lineal y por tanto se alcanza un valor para el cual el crecimiento es mínimo y el costo sin embargo aumenta linealmente con el número de elementos y por ende con la multiplicidad.

Existe una relación de compromiso entre el costo y la fiabilidad y debe existir un óptimo. Además, la fiabilidad del suministro en un nodo dado no depende solamente de los circuitos de entrada pues aumentar la multiplicidad de la reserva de circuitos de entrada no aumenta la fiabilidad si estos circuitos se alimentan todos a partir de una misma subestación o a través de líneas de baja fiabilidad. Por eso el incremento de la fiabilidad del suministro debe lograrse de forma armónica en todo el sistema.

### Ecuaciones de Cálculo.

Cálculo de la fiabilidad de la alimentación (en dependencia del número de elementos en cada circuito. Considere un sistema con una multiplicidad de reserva dada como se observa en la Figura 6.3 para un caso general.



**Figura 6.3.** Esquema de fiabilidad general para un sistema de suministro con multiplicidad de la reserva

Cada uno de los  $m + 1$  circuitos contiene  $n$  elementos. Para el análisis de la fiabilidad de tal sistema de aquí se obtiene la expresión que indica la fiabilidad del sistema con reserva.

$$R_s = 1 - Q_s = 1 - \prod_{k=1}^{m+1} [1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_{ik})] \quad \text{Ec. 106}$$

Si todos los elementos para el esquema de fiabilidad son iguales

$$1 - q_{ik} = p \quad \text{Ec. 107}$$

Donde:

$$i = 1,2,3, \dots, n$$
$$k = 1,2,3, \dots, m + 1$$

En este caso la expresión queda:

$$R_s = 1 - (1 - p^n)^{m+1} \quad \text{Ec. 108}$$

La cual es simple y cómoda para su utilización práctica.

Ejemplo: Determine la fiabilidad que presentará un sistema formado por un circuito de 5 elementos, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de éxito de 0,9; si se dejan dos circuitos iguales de reserva.

Datos:

$$P = 0,9$$

$$n = 5$$

$m = 3 \rightarrow$  (m es el número total de circuitos).

$$R_s = 1 - (1 - p^n)^m$$

$$R_s = 1 - (1 - 0,9^5)^3$$

$$R_s = 1 - (1 - 0,59)^3$$

$$R_s = 1 - (0,4095)^3$$

$$R_s = 1 - 0,06867$$

$$R_s = 0,93$$

La fiabilidad del sistema será del 93%.

### **Reserva necesaria para un usuario.**

La determinación del número (cantidad) de circuitos de reserva necesarios para que, dado un nivel de fiabilidad p de las unidades que

forman el sistema, la fiabilidad resultante del conjunto sea igual o mayor que una magnitud dada  $R_s$ .

Se parte de la expresión de la fiabilidad obtenida cuando todos los elementos poseen la misma fiabilidad  $p$ .

$$R_s = 1 - (1 - p^n)^{m+1}$$

Luego

$$1 - R_s \geq 1 - (1 - p^n)^{m+1} \quad \text{Ec. 109}$$

Donde:

$p^n$  – Fiabilidad de un circuito con  $n$  elementos  $n$  serie de igual fiabilidad.

$(1 - p^n)$  – Probabilidad de falla de un circuito.

$(1 - p^n)^{m+1}$  – Probabilidad de falla del sistema.

Como es lógico, la probabilidad de falla calculada para el sistema debe ser menor o igual que la magnitud dada  $1 - R_s$  para que el sistema tenga una fiabilidad igual o mayor que la deseada.

Aplicando logaritmos a ambos miembros:

$$(1 + m) \ln(1 - p^n) \leq \ln(1 - R_s)$$

$$(1 + m) \geq \frac{\ln(1 - R_s)}{\ln(1 - p^n)} \quad \text{Ec. 110}$$

La inecuación cambia de sentido porque  $\ln(1 - p^n) < 0$

La expresión anterior indica el número de circuitos necesarios incluyendo los de reserva para que la fiabilidad resultante no sea menor

que la magnitud dada  $R_s$ . En este caso el número de circuitos de reserva necesarios es  $m$ .

### **Para elementos con diferente fiabilidad.**

En caso de que las fiabilidades de los elementos no sean iguales se evalúa  $R_c = \prod_{i=1}^n P_i$  y se sustituye en la expresión en lugar de  $p^n$ .

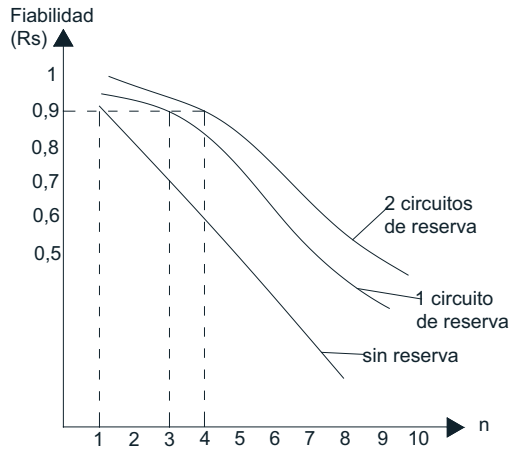
Ejemplo: Determine el número total de circuitos que es necesario instalar para que la fiabilidad del sistema sea igual o mayor que 0,9; si cada circuito consta de 5 unidades cada una de las cuales posee una fiabilidad de 0,9.

$$(1 + m) \geq \frac{\ln(1 - R_s)}{\ln(1 - p^n)} = \frac{\ln(1 - 0,9)}{\ln(1 - 0,59)} = \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,40951)} = 2,579 \Rightarrow m + 1 = 3$$

Es decir, para que la fiabilidad del sistema sea mayor del 90% hay que poseer al menos 3 circuitos. La fiabilidad real del sistema con dos circuitos de reserva será:

$$R_s = 1 - (1 - 0,9^5)^3 = 0,93 \text{ La fiabilidad del sistema será del } 93\%.$$

La dependencia de la fiabilidad del suministro eléctrico  $R_s$  en un sistema de reserva del número  $n$  de elementos conectados en serie en uno de los circuitos y del número de circuitos  $e$  reserva se muestra en la figura 6.4.



**Figura 6.4.** Dependencia de la fiabilidad de número  $n$  de elementos por circuito y del número de circuitos de reserva.

## 6.4. Afectaciones a la producción causadas por las interrupciones del suministro eléctrico.

Los esquemas de suministro eléctrico se proyectan en correspondencia con la categoría de los consumidores (1<sup>ra</sup>, 2<sup>da</sup>, 3<sup>ra</sup>). La división existente de los consumidores por categorías no siempre resulta suficiente. Así, por ejemplo, considerando dos empresas diferentes, ambas con consumidores de 2<sup>da</sup> categoría, durante las interrupciones de la alimentación no solo sufren pérdidas diferentes, sino que también inducen pérdidas diferentes a las empresas colaboradoras.

### Costo de la energía dejada de servir o no servida

Para evaluar la energía dejada de servir (Eds) hay que considerar las fallas técnicas, las contingencias militares y las naturales. Estas se producen tanto en la transmisión como en la distribución; es decir, que en las centrales de combustión interna solo se consideran las fallas de

distribución y en las demás ambos tipos de fallas. Su efecto se traslada a los usuarios.

La energía dejada de servir es consecuencia de una falla en un punto del sistema, zona o región cuando falta el suministro habitual y el sistema no cuenta con otra vía de suministro en ese momento. La magnitud de la Eds (kWh/a) depende de la demanda de las cargas asociadas al punto de falla y del tiempo de restablecimiento de alguna de las fuentes de suministro con que se cuente.

Los cortes de energía pueden ser provocados o involuntarios. Los primeros hay que producirlos obligados por la falta de capacidad del sistema mientras los segundos son debidos al estado técnico del sistema y su interacción con el medio ambiente.

El costo de la energía dejada de servir depende de la categoría de la carga a partir del ***daño económico y social que se produce cuando hay un corte***. Cuando se trata de bienes materiales hay que evaluar el daño a la producción y las instalaciones; un caso extremo es la siderurgia que si ocurre una falla en un horno, la colada se solidifica y se pierden muchos millones. En cada fábrica hay que hacer un estudio. Si se trata de seres humanos, el daño social siempre tiene un valor y este puede ser muy alto como en el caso de aeropuertos y hospitales. El mínimo daño ocurre en los circuitos residenciales y siempre tiene un costo social y un reflejo productivo en función de la afectación psíquica y organizativa en la población que produce el corte como se ha comprobado internacionalmente.

La afectación económica de las interrupciones se evalúa a partir de;

- Elaboración parcial de la producción del equipo, taller, etc. que provoca tiempo extra de producción para su terminación con gastos adicionales de fuerza de trabajo, energía etc.

- Pérdida por producción defectuosa o desechable al faltar energía en el proceso productivo.
- Deterioro de la instalación por atascamiento de la producción en proceso. Por ejemplo cuando se trabaja con cemento, metales calientes o materiales que se solidifican.
- Desorganización del proceso productivo.
- Remuneración al personal inactivo por causas ajenas a él.
- Pago por accidentes causados por la falta de energía.

Algunas veces no se tiene información actualizada y se utilizan índices internacionales. Un indicador general puede ser la relación entre la producción anual junto a daños a las instalaciones respecto al consumo anual de energía.

$kds = (\text{USD/a producción} + \text{USD/a Daños instalaciones}) / (\text{kWh/a})$   
dando (USD/kWh)

Donde:

Kds: Costo por daño a la actividad que deja de recibir energía USD/Kwh

### **Cálculo de la energía dejada de servir y su costo.**

Para calcular el costo de la energía dejada de servir, es necesario tener la información del daño económico y social que ocasiona el corte a cada tipo de carga que se sirve. Para una carga individual es sencillo, en una zona en las que hay cargas residenciales, industriales, comerciales es más difícil el cálculo. Hay que hacer estudios zonales y *estimar* los daños que causan las interrupciones. En el caso de las cargas estratégicas, se hacen cálculos individuales y generalmente el resultado es que se justifica una segunda fuente de alimentación de emergencia. En esta sección se



analizará el tema relacionando la energía dejada de servir y su efecto en todos los subsistemas del sistema eléctrico de potencia.

### **Expresión General de cálculo.**

Sean:

Pds la potencia máxima que deja de suministrarse kW.

FC. el factor de carga del circuito o cargas que se interrumpen

Tf El tiempo estimado para restablecer el suministro o tiempo de falla h/f

Nf la probabilidad de falla medida en número de fallas anuales f/a

kds Costo por daño a la actividad que deja de recibir energía USD/Kwh.

Si la falla es por poco tiempo o la potencia demandada durante la falla es constante o se conoce su valor medio

$$Kds = Pds \cdot Nf \cdot Tf \cdot Kds \text{ (USD/a)} \quad \text{Ec. 111}$$

Si la falla dura muchas horas o la potencia varía en el tiempo con un Fc dado:

$$Kds = Pds \cdot Fc \cdot Nf \cdot Tf \cdot kds \text{ (USD/a)} \quad \text{Ec. 112}$$

**Ejemplo 6.1.** Un fenómeno natural dejó sin suministro eléctrico durante 648 h una parte de la región sur por averías de la red de transmisión derribando 51 estructuras a 230 kV y no se contó con una segunda fuente de alimentación a sus cargas en aquel momento ni tampoco con generación desde los extremos de esa región. La demanda de esa zona era de 60 MW; de ellos, 30 MW eran *residenciales cuyo daño social es de 0,4 USD/ KWh*, 10 MW fueron de carga comercial y de *actividades*

comunitarias con un daño de 2,6 USD/KWh y 20 MW eran de cargas productivas priorizadas con un daño de 3,9 USD/ KWh no servido. Evalúe el costo de esa interrupción si los factores de carga son diferentes y se dan debajo.

Considere:  $N_f T_f = 648$  h/a

Se considera  $N_f=1$  por que ya ocurrió. Los costos de los daños a las actividades son diferentes.

Tabla 33. *Cálculo de kds y Pds (ejemplo).*

Carga	Fc	Kds USD/kWh	Pds kW
Residencial	0,6	0,4	30 000
Comercial y comunal	0,5	2,6	10 000
Priorizada	0,8	3,9	20 000

Donde el costo de la energía dejada de suministrar (keds) es:

$$Keds = 648 * (30 * 0,4 * 0,6 + 10 * 0,5 * 2,6 + 20 * 0,8 * 3,9) = 50' 025 600 \text{ USD/ese año.}$$

Se aprecia que este solo hecho justifica tener alimentación de reserva en ese nodo; sobre todo porque la frecuencia de este tipo de contingencia es alta en el lugar. A esto hay que sumar las averías del sistema, fallas en la generación, otras contingencias locales y la probabilidad de contingencias de otro carácter como accidentes.

Cuando se calcula la frecuencia de contingencias el valor de  $N_f$  es menor que en el ejemplo pues indica la frecuencia de ocurrencia de estas contingencias y se asigna una cantidad anual que se acumula como costo de la actividad y es como ir acumulando dinero hasta el día que ocurre la falla pero la magnitud es considerable.

En las líneas eléctricas se tiene, en las condiciones del lugar por donde ellas pasan, la probabilidad de falla por cada 100 km/a que es la que se utiliza para hacer el cálculo. Depende del medio ambiente por donde pase; vientos, rayos, vegetación, existencia de animales que puedan provocar fallas, aerosoles marinos etc. Por ejemplo, una línea que sirve zonas industriales en las que el costo de la energía no servida como promedio es de 3 USD/kWh que tiene 80 km de largo. En la zona caen muchos rayos y esto hace que la línea tenga una probabilidad de falla 1 falla/100 km/a. Y la empresa demora 10 horas para restablecer el servicio. La demanda media de la zona es de 100 MW. Aquí los datos a utilizar son:

$N_f = 1 \text{ f/a para } 100 \text{ Km.}$

$T_f = 10 \text{ h/f}$

$P_{ds.Fc} = 100\,000 \text{ kW.}$

$k_{ds} = 3 \text{ USD/Kwh.}$

Los costos de la energía no servida por esas fallas son para 80 Km.

$$K_{eds} = 100\,000 * 1 * 0,8 * 10 * 3 = 2\,400\,000 \text{ USD/a}$$

Si se aumenta la inversión y se construye a doble circuito DC, los costos fijos aumentan por el aumento de inversión, pero el  $K_{eds}$  sería muy pequeño, solo aquellas fallas simultáneas en los dos circuitos.

Se sabe que las contingencias naturales deben ser contempladas en el diseño de las redes eléctricas; el diseño mecánico de la línea debe considerar vientos máximos con factores de seguridad que garanticen la resistencia a contingencias que históricamente hayan ocurrido en la región de alimentación de la línea. En el suministro se disminuyen estos costos a base de inversiones aumentando la cantidad de elementos en paralelo como ya se explicó.

Para el cálculo se recomienda aplicar los datos que aparecen en la tabla siguiente; en la cual no se consideran las afectaciones debidas a la baja calidad de la energía eléctrica (desviaciones de voltaje y la frecuencia de su valor nominal).

Las interrupciones del suministro eléctrico se determinan antes que todo por la fiabilidad de la alimentación. Por eso el cálculo del índice de fiabilidad del suministro, en los cálculos técnicos- económicos, da la posibilidad de seleccionar los parámetros principales del sistema de alimentación de la instalación industrial de una manera más fundamentada.

Tabla 34. *Parámetros principales para evaluar las interrupciones del suministro eléctrico.*<sup>3</sup>

<b>Equipo</b>	<b>Número esperado de fallas /año</b>	<b>Duración de la reparación (Horas)</b>	<b>Duración reparación planificada (Hrs/año)</b>
1. Transformadores de dos devanados			
110 kV y mas	0,01	90	25
20 – 35 kV	0,02	90	20
6 – 10 kV	0,05	60	10
2. Transformadores de tres devanados			
110 kV y mas	0,015	90	25
3. Líneas			
a. 220 kV	0,15 – 0,25	10	-
b. 110 kV	0,5 – 0,7	8 – 10	-
c. 35 kV con aislador de suspensión	0,8 – 1,0	8 – 10	-

<sup>3</sup> A. Feodorov, E. Rodriguez., Suministro Eléctrico de Empresas Industriales, Ed. Pueblo y Educación, Pag.111

Equipo	Número esperado de fallas /año	Duración de la reparación (Horas)	Duración reparación planificada (Hrs/año)
d. 35 kV con aislador pedestal	1,0 – 1,5	4 – 6	-
e. de cables 6 – 10 kV	3,5 2 – 4	4 – 6 10 – 15	-

## 6.5. Resolución de Problemas de fiabilidad del suministro

### Problema 6.1.

Determinar la fiabilidad del suministro a la carga C en c/u de las variantes siguientes para 1 año.

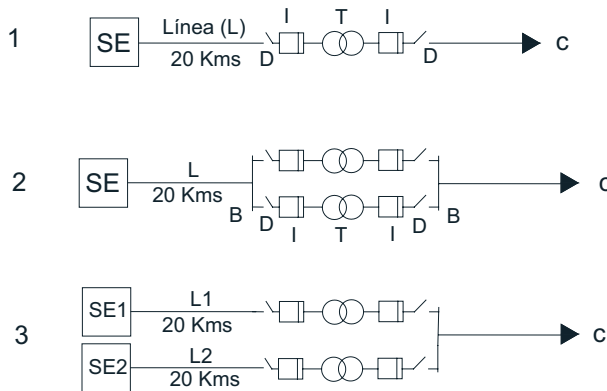


Figura 6.5. Esquemas 1, 2 y 3 del problema 1

Datos:

$$\lambda_L = 1,0 \text{ fallas} / 100 \text{ Kms/año}$$

$$\lambda_I = 0,05 \text{ fallas} / \text{año}$$

$$\lambda_D = 0,01 \text{ fallas/año}$$

$$\lambda_T = 0,01 \text{ fallas/año}$$

$$\lambda_B = 0,02 \text{ fallas/año (barras)}$$

$$\lambda_S = 0,04 \text{ fallas/año (suministro desde SE lejana)}$$

### Orientaciones.

- Considere la ley de distribución exponencial.
- Recuerde utilizar la ley de producto de las confiabilidades para los elementos en serie y la ley del producto de las probabilidades de falla para los elementos en paralelo.

### Solución.

Confiabilidades de los elementos

$$R_S = e^{-0,04} = 0,961 \quad ; \quad R_L = e^{-20/100} = e^{-0,2} = 0,819$$

$$R_I = e^{-0,05} = 0,951 \quad ; \quad R_D = e^{-0,01} = 0,99$$

$$R_T = e^{-0,01} = 0,99 \quad ; \quad R_B = e^{-0,02} = 0,98$$

Cálculo de la confiabilidad de los diferentes esquemas.

#### Para el esquema 1.

$$f_1 = \prod_{i=1}^n R_i = R_S R_L R_D^2 R_I^2 R_T = 0,690675$$

#### Para el esquema 2.

$$f_2 = R_S R_L [1 - Q_{p1}^2] R_B^2 = 0,744556$$

**Donde:**  $Q_{p1} = 1 - r = 1 - 0,8775 = 0,1225$

$$r = R_D^2 R_I^2 R_T = 0,8775$$

**Para el esquema 3.**

$$f_z = [1 - Q_{p2}^2] R_B = 0,886232$$

**Donde:**  $Q_{p2} = 1 - R_S R_L r = 1 - (0,961)(0,815)(0,8775) = 0,3127$

$$r = R_D^2 R_I^2 R_T = 0,8775$$

### **Conclusiones del Problema 6.1.**

Observe como el esquema 1 es el menos confiable, ya que la salida de cualquiera de los elementos provoca la pérdida del suministro. El esquema 2 es más confiable que el 1, pues posee dos circuitos de entrada; sin embargo, posee una sola línea de entrada y se alimenta de una sola subestación, por lo que la salida de dicha línea o la SE provoca la pérdida del suministro. Por último, el esquema más confiable es el 3, pues posee dos circuitos de entrada con dos líneas alimentadas por subestaciones independientes, lo que reduce la probabilidad de pérdida del suministro.

### **Problema 6.2.**

Calcule las pérdidas por energía servida para los tres esquemas cuyos datos se ofrecen en el problema anterior (Figura 6.5).

### **Datos.**

La duración de la reparación por avería y por mantenimiento para los elementos usados en los esquemas es como sigue:

Tabla 35. Duración de averías (problema 2).

N° Orden	Elemento	Duración de la reparación	
		Por avería (h)	Por mantenimiento (h/a)
1	SE del sistema	2	0
2	Línea	10	4
3	Interruptores	4	2
4	Desconexión de cuchilla	2	1
5	Transformador	90	20
6	Barras	4	2

Para el costo unitario de las pérdidas por energía no servida se tomara 0,61 USD/kWh.

La carga C tiene una magnitud igual a 20 MW constantes.

### Orientaciones.

- En los equipos conectados en serie el mantenimiento se efectuara simultáneamente y el tiempo de demora del mantenimiento coincide con el tiempo de reparación mayor.
- Para simplificar cuando se produzca la salida simultanea de dos circuitos en paralelo, el tiempo de reparación se tomara igual a:

$$\Delta t = \frac{\sum_{i=1}^n q_i d_i}{\sum_{i=1}^n q_i}$$

Solución

$$t_{averia} = \sum_{i=1}^n q_i d_i$$



### Para el esquema 1.

El tiempo probable de interrupción de avería será:

$$t_{a_1} = q_s d_s 2 + q_l d_l + 2q_i d_i + 2q_d d_d + q_t d_t$$

$$t_{a_1} = (1 - 0,961)2 + (1 - 0,819)10 + 2(1 - 0,951)4 + 2(1 - 0,99)2 + (1 - 0,99)90 \\ + (1 - 0,98)4$$

$$t_{a_1} = 0,078 + 1,81 + 0,392 + 0,04 + 0,9 = 3,22 \text{ horas/año}$$

La energía dejada de servir incluye los mantenimientos para 20 MW de carga constante:

$$K_{e1} = 20(t_{a1} + d_{p \max})10^3 \\ K_{e1} = 20(3,22 + 20)10^3 = 20(23.22)10^3 \\ K_{e1} = 464400 \text{ kWh}$$

Las pérdidas por energía no servida:

$$A_{p1} = K_{e1} * 0,6 = 464400 * 0,6 = \text{USD}278640$$

### Para el esquema 2.

Para este esquema se producen interrupciones cuando sale de servicio la línea, la SE que la alimenta, cuando se produce la falla simultánea de los circuitos en paralelo, o cuando salen las barras de alta o de baja. En el caso de la salida simultánea, el tiempo probable de reparación de la avería es:

$$\Delta t = \frac{\sum_{i=1}^n q_i d_i}{\sum_{i=1}^n q_i}$$

El tiempo probable de interrupción para el circuito N° 2 por avería será:

$$t_{a_2} = q_s d_s + q_l d_l + Q^2_{p1} \Delta t_1$$

$$t_{a_1} = (1 - 0,961)2 + (1 - 0,819)10 + (0,1225)^2 11,4$$

$$t_{a_1} = 0,078 + 1,81 + 0,171 = 2,06 \text{ h}$$

La energía dejada de servir incluye los mantenimientos planificados:

$$K_{e1} = 20(t_{a_2} + d_p \text{ linea})10^3$$

$$K_{e1} = 20(2,06 + 4)10^3 = 20(6,06)10^3$$

$$K_{e1} = 121200 \text{ kWh}$$

Las pérdidas por energía no servida son:

$$A_{p_2} = K_{e2} * 0,6 = 121200 * 0,6 = \text{USD } 72720$$

### Para el esquema 3.

En este esquema se pierde el suministro solamente cuando se produce la salida simultánea de ambos circuitos o la salida de las barras de Baja tensión

El tiempo de interrupción probable es:

$$t_{a_2} = Q^2_{p2} \Delta t_2 + q_b d_b$$

$$t_{a_1} = (0,3127)^2 9,25 + (0,02)4 = 0,98 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{3,22}{0,348} = 0,25$$

La energía no servida sin considerar los mantenimientos planificados:

$$K_{e3} = 20(t_{a_3})10^3$$

$$K_{e1} = 20(0,98)10^3 = 19,6 * 10^3 \text{ kWh}$$

$$K_{e1} = 19600 \text{ kWh}$$

Las pérdidas por energía no servida serán:

$$A_{p3} = K_{e3} * 0,6 = 19600 * 0,6 = USD11760$$

$$\Delta t_2 = \frac{q_s d_s + q_l d_l + 2q_d d_d + 2q_l d_l + q_t d_t}{q_s + q_l + 2q_d + 2q_l + q_t}$$

$$\Delta t_2 = \frac{3,22}{0,348} = 9,25$$

$$\Delta t_1 = \frac{2q_d d_d + 2q_l d_l + q_t d_t}{2q_d + 2q_l + q_t}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2(0,01)2 + 2(0,049)4 + (0,01)90}{2(0,01) + 2(0,049) + 0,01}$$

$$\Delta t_1 = \frac{0,04 + 0,392 + 0,9}{0,02 + 0,098 + 0,01}$$

$$\Delta t_1 = \frac{1,332}{0,128} = 11,4$$

Generalizando,

$$\Delta t_K = \frac{\sum_{i=1}^n q_i d_i}{\sum_{i=1}^n q_i}$$

## Conclusiones del Problema 6.2.

Como era de esperar  $A_{p1} > A_{p2} > A_{p3}$ ; es decir, las pérdidas por energía no servida disminuyen al aumentar la confiabilidad del esquema de suministro.

Para este cálculo se consideró que la carga es constante; sin embargo, realmente la carga suministrada es una función del tiempo y para la evaluación de las pérdidas hay que tener en cuenta un factor de carga ajustado al tiempo de duración de la falla.

Para tener en cuenta los mantenimientos se considera que en los circuitos serie estos ocurren simultáneamente para disminuir el número de interrupciones por este concepto.

En el caso del esquema N° 1 se tomó el tiempo para mantenimientos de transformación, pues es el más retardado. Para el esquema 2 se tomó el tiempo para el mantenimiento de la línea, pues como los transformadores están en paralelo, se mantiene siempre uno trabajando si se desprecia la probabilidad de falla del segundo transformador durante la reparación de la avería en el primero. Sin embargo, en este caso en ocasiones hay que tener en cuenta la probabilidad de que falle un transformador cuando el otro está en mantenimiento, esta posibilidad es pequeña.

En el esquema N° 3 el tiempo probable de interrupción incluye la probabilidad de falla simultánea de los circuitos paralelos y la salida de las barras de baja tensión. En este esquema no se considera la salida por mantenimientos. Aunque en este caso pudiera considerarse el mantenimiento de las barras de baja tensión, de acuerdo con los datos disponibles.

El cálculo de la fiabilidad de los esquemas de suministro de instalaciones eléctricas, como se pudo apreciar, se basa en dos leyes fundamentales: La ley del producto de las tasas de disponibilidad para los elementos en serie y la ley del producto de las tasas de indisponibilidad para los elementos o ramas en paralelo.

## Tema 7. Fiabilidad de las Redes Eléctrica

### 7.1. Introducción

Uno de los principales problemas que enfrenta la industria eléctrica, está relacionado con las interrupciones del suministro de energía eléctrica más perjudiciales y por ello también resulta importante determinar la fiabilidad de dichas redes.

Para la evaluación de la fiabilidad de las redes eléctricas, tanto de transmisión como de distribución se pueden aplicar diferentes métodos, entre los cuales los más usados son:

- Método de la tasa promedio de interrupciones.
- Método de la frecuencia y duración de los fallos. El cual puede aplicar:
  - a. Procesos de Márkov o el “Método aproximado”.
- Método de los índices de costo de fiabilidad.

Una de las cuestiones más importantes para asegurar la fiabilidad de un sistema de transmisión y distribución es garantizar probabilidades de falla iguales para elementos en serie en el esquema, porque en un sistema serie la fiabilidad está determinada por el elemento menos confiable.

#### **Cálculo de la fiabilidad en sistemas redundantes.**

Un sistema se considera redundante cuando el éxito del sistema se logra con, al menos, uno de los elementos en paralelo. El cálculo de la fiabilidad en los sistemas de redes redundantes se basa en los cuatro principios siguientes:

- a. Un componente opera solo en dos estados, disponible e indisponible. Si “q” es la tasa de indisponibilidad, entonces

$$R + q = 1 \quad \text{Ec. 113}$$

- b. La falla de los componentes se consideran eventos independientes y por lo tanto la probabilidad de fallo simultáneo está dada por el producto de las probabilidades respectivas.

$$Q = q_1 q_2 \quad \text{Ec. 114}$$

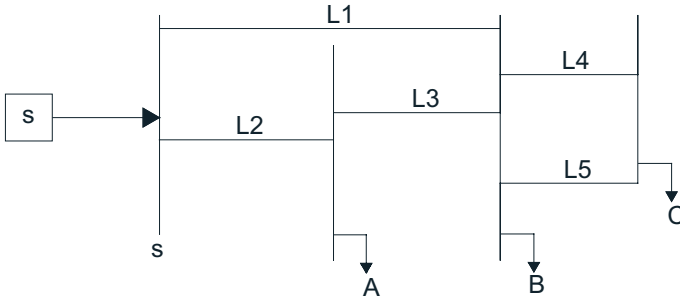
Se define la tasa de interrupción por consumidor anual promedio (TICAP) como el número esperado de días en un año en que ocurrirá la condición de salida especificada en las barras de la carga y se calcula por el producto de la probabilidad de pérdida del suministro por el número de días que tiene el año.

- No se consideran los mantenimientos y la probabilidad de que un componente este indisponible está dado por su tasa de salida forzada “q”.
- La falla de los componentes se considera independiente.

La fiabilidad determinada por este procedimiento está basada en índices que dependen a su vez de la continuidad del suministro a los respectivos puntos de carga, considerando por lo tanto un sistema completamente redundante. En un sistema real, las tasas de falla para cada sección de línea pueden ser obtenidas combinando correctamente las tasas de fallo de las configuraciones series y paralelo de los equipos dentro de cada sección.

**Problema 7.1.**

- a. Determine la tasa de interrupción por consumidor anual promedio para las cargas A, B y C del siguiente sistema.



**Figura 7.1** Esquema unifilar del problema 7.1 (parte a)

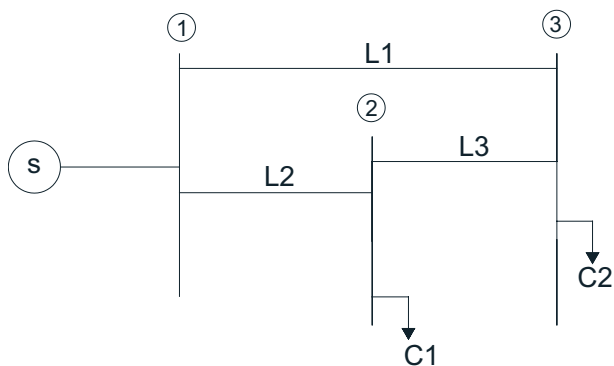
Las tasas de falla para cada línea son:

Tabla 36. *Tasa de falla para el problema 7.1.*

Sección de línea	fallas/año
1	0,6
2	0,4
3	0,5
4	0,2
5	0,3

El suministro viene de la barra 5.

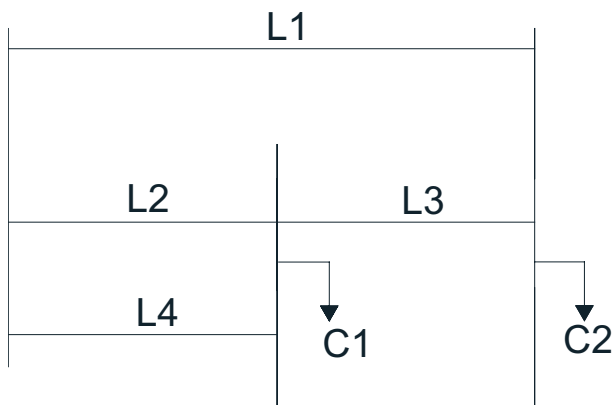
- b. Determine la tasa de interrupción por consumidor anual promedio para las cargas C2?



**Figura 7.2.** Esquema unifilar del problema 7.1 (parte b)

Datos:  $q_S, q_L, q_{L_2}, q_{L_3}, q_{b_1}, q_{b_2}, q_{b_3}$

- c. ¿Cómo se evalúa el TICAP (tasa de interrupción por consumidor anual promedio) para la carga C1?



**Figura 7.3.** Esquema unifilar del problema 7.1 (parte c)

Datos:  $q_L, q_{L_2}, q_{L_3}, q_{L_4}$



### Problema 7.2

Determine la fiabilidad del suministro a las cargas C2 y C3 del sistema que se muestra, si se considera que es completamente redundante.

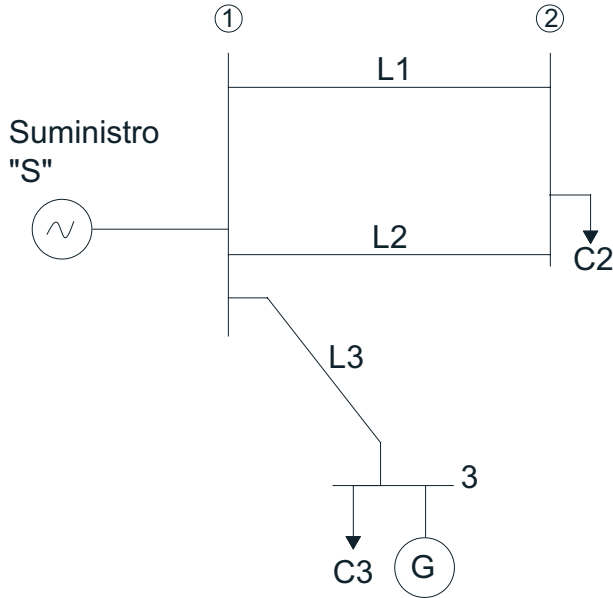


Figura 7.4. Esquema unifilar del problema 7.2

Datos:  $q_S, q_b, q_g, q_{L_1}, q_{L_2}, q_{L_3}$  (probabilidades de fallo).

#### Solución.

Para la carga C2,

$$R_{C2} = [1 - (1 - R_g R_b R_{L_3}) q_S] R_b [1 - q_{L_1} q_{L_2}] R_b$$

Para la carga C3.

$$R_{C3} = [1 - (1 - R_S R_b R_{L_3}) q_g] R_b$$

### Conclusiones del problema 7.2.

Fijese como en el cálculo de la fiabilidad del suministro a las cargas se aplica la ley del producto de las confiabilidades para los sistemas serie (componentes en serie) y la ley del producto de las probabilidades de falla para los elementos en paralelo.

### Problema 7.3.

Repita los cálculos para evaluar la fiabilidad del suministro a las cargas C2 y C3 del problema anterior, considerando que existe una cuarta línea L4 conectada entre los nodos 2 y 3

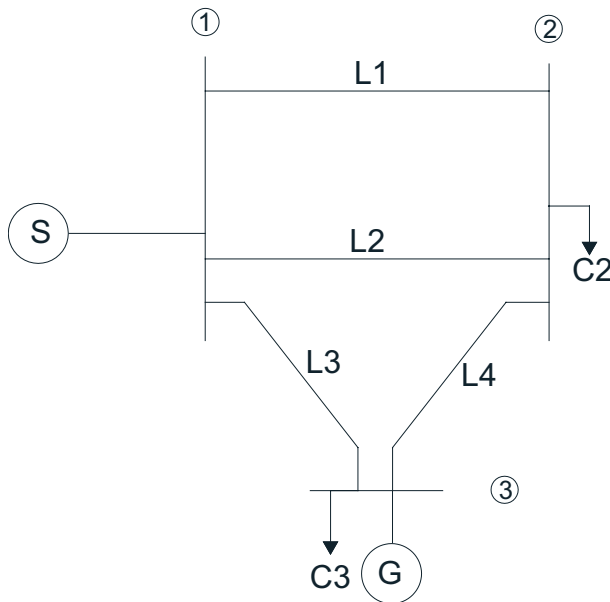


Figura 7.5. Esquema unifilar del problema 7.3

### **Solución.**

Para la carga C2.

$$R_{C2} = \{1 - R_S R_{b_1} [1 - q_{L_1} q_{L_2} (1 - R_3 R_{b_3} R_4)]\} \{1 - R_g R_{b_3} [1 - [1 - R_3 R_{b_1} (1 - q_{L_1} q_{L_2})] q_4]\}$$

Para la carga C3.

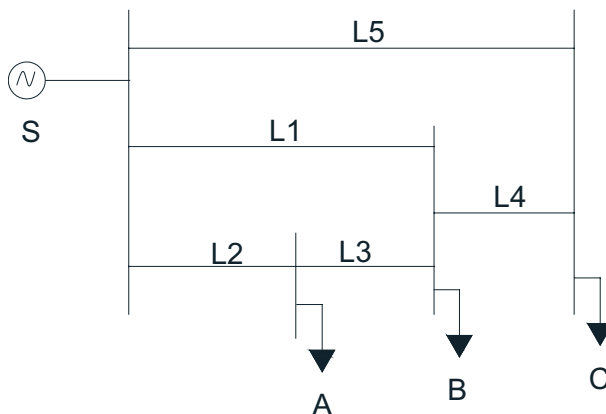
$$R_{C3} = \{1 - [1 - R_S R_{b_1} [1 - (1 - (1 - q_{L_1} q_{L_2}) R_{b_2} R_{L_4}) R_{L_3}]] q_g\} R_{b_3}$$

### **Conclusiones Problema 7.3.**

Al igual que en el problema anterior se han aplicado las leyes del producto de las fiabilidades para los elementos en serie y la ley del producto de las probabilidades de fallo para los elementos en paralelo. Adicionalmente se ha aplicado el principio de superposición (para  $R_{c_2}$ ) debido a la mayor complejidad del problema a resolver en este caso.

### **Problema 7.4.**

Determine la tasa de interrupción para consumidor anual promedio para las cargas A, B y C del siguiente sistema



**Figura 7.6.** Esquema unifilar del problema 7.4.

- a. Con L5 fuera de servicio.
- b. Con L5 en servicio.

Datos: Las tasas de falla para cada línea son:

Tabla 37. *Tasa de falla para el problema 7.4.*

Sección de línea	fallas/año
1	0,6
2	0,4
3	0,5
4	0,3
5	0,8

### **Orientaciones.**

Las barras pueden ser consideradas 100% confiables al igual que el suministro a la barra S.

### Solución.

Considerando las fallas por año como el número de días en los cuales ocurre falla dentro del año.

Probabilidades de fallo.

$$q_1 = \frac{0,6}{365} = 0,001644$$

$$q_2 = \frac{0,4}{365} = 0,001096$$

$$q_3 = \frac{0,5}{365} = 0,001370$$

$$q_4 = \frac{0,3}{365} = 0,000822$$

$$q_5 = \frac{0,8}{365} = 0,002192$$

a. Con la línea S fuera de servicio

$$q_A = (q_1 + q_3)q_2$$

$$q_A = (0,001644 + 0,001370)0,001096$$

$$q_A = 3,3 * 10^{-6}$$

$$TMAI = q_A * 365 = 3,3 * 10^{-6} * 365 = 1,2 * 10^{-3} \text{ d/a}$$

$$q_B = q_1(q_2 + q_3)$$

$$q_B = 0,001644(0,001096 + 0,001370)$$

$$q_B = 4,1 * 10^{-6}$$

$$TMAI = q_B * 365 = 4,1 * 10^{-6} * 365 = 1,48 * 10^{-3} \text{ d/a}$$

$$q_C = [q_1(q_2 + q_3) + q_4]$$

$$q_C = 4,1 * 10^{-6} + 8,22 * 10^{-4}$$

$$q_C = 8,26 * 10^{-4}$$

$$TMAI = q_C * 365 = 8,26 * 10^{-4} * 365 = 0,30149 \text{ d/a}$$

b. Con L5 en servicio

$$\begin{aligned}q_A &= [(q_5 + q_4)q_1 + q_3]q_2 \\q_A &= [(0,002192 + 0,000822)0,001644 + 0,001370]0,001096 \\q_A &= 1,5 * 10^{-6} \\TMAI &= q_A * 365 = 1,5 * 10^{-6} * 365 = 5,5 * 10^{-4} \text{ d/a} \\q_B &= (q_5 + q_4)q_1(q_2 + q_3) \\q_B &= (0,002192 + 0,000822)0,001644(0,001096 + 0,001370) \\q_B &= 1,22 * 10^{-8} \\TMAI &= q_B * 365 = 1,22 * 10^{-8} * 365 = 4,5 * 10^{-6} \text{ d/a} \\q_C &= q_5[(q_2 + q_3)q_1 + q_4] \\q_C &= 0,002192[4,1 * 10^{-6} + 8,22 * 10^{-4}] \\q_C &= 1,8 * 10^{-6} \\TMAI &= q_C * 365 = 1,8 * 10^{-6} * 365 = 6,6 * 10^{-4} \text{ d/a}\end{aligned}$$

#### Conclusiones del Problema 7.4.

Fijese como para evaluar por el método del TMAI, la probabilidad de fallo de los elementos se lleva a fallos por día. Esto disminuye el número (el valor de la probabilidad). Posteriormente para hallar el TMAI se vuelve a multiplicar el resultado por 365. El cálculo por lo tanto puede hacerse aproximado sumando las probabilidades de fallo de los elementos en serie.

#### 7.2. Método de la frecuencia y duración de los fallos.

Este método nuevamente trata con sistemas serie y paralelos, pero a diferencia de los otros métodos vistos, predice ambos, la frecuencia y la duración de las salidas, haciendo ciertas consideraciones específicas con las distribuciones de probabilidad de los tiempos de fallo y reparación de los componentes. Un aspecto importante de este procedimiento es

la introducción de las condiciones de los medios cambiantes asociados con el componente en operación.

Para describir el medio en que se desarrolla el trabajo del componente se usan dos estados de tiempo:

- Tiempo normal
- Tiempo de tormenta (o lluvia)

### **Tasa de fallos en función de condiciones atmosféricas.**

La tasa de fallos de las líneas en estos estados no es la misma, cada una de ellos se asocia con una tasa de fallo del componente diferente en términos de fallos por año de operación dentro de ese medio considerando que el tiempo de fallo del componente, el tiempo de reparación, la duración de las tormentas y la duración del tiempo normal están caracterizados por distribuciones de probabilidad exponencial.

Es posible desarrollar tasas de salida para configuraciones paralelas que incluyan el efecto de amontonamiento de los fallos asociados con las tormentas.

El método puede ser resuelto por dos procedimientos:

- Método aproximado.
- Procesos de Markov.

El método aproximado usa expresiones estimadas para la tasa de salida total de las configuraciones paralelas bajo las condiciones del medio descritas y los procesos de Markov brindan una solución teórica exacta para el sistema que será visto más adelante.

### **Indicadores a evaluar.**

Con la aplicación del Método de la Frecuencia y Duración de los Fallos pueden ser calculados seis índices que determinan la fiabilidad del sistema. Estos son:

1. Número promedio de interrupciones por consumidor servido por año.  $N_f$
2. Tiempo promedio de restauración por consumidor.  $\gamma$
3. Promedio total del tiempo de interrupción por consumidor servido por año.  $T_f$
4. Número máximo esperado de interrupciones por un consumidor por año.
5. Tiempo máximo de restauración esperado para un consumidor.
6. Probabilidad de que cualquier consumidor este fuera de servicio un tiempo mayor del especificado.

Los primeros tres índices indican fiabilidad promedio de los consumidores, mientras que los últimos tres proporcionan una indicación de la fiabilidad menor en cualquier punto del sistema. Los últimos tres indicadores conllevan consideraciones de distribución adicionales y son, por lo tanto, más aproximadas que las tres primeras. El índice básico es el primero; es decir, el número promedio de interrupciones del servicio por consumidor por año.

### **Información adicional.**

Además, se pueden obtener otros parámetros que también son tomados como medidas de la fiabilidad, debido a que expresan la probabilidad de



que ocurra un fallo en un año o la duración de las averías, según sea el caso. Estos son:

1. Tasa total de fallos.
2. Tasa de fallos durante la tormenta.
3. Tasa de fallos en tiempo normal.
4. Tasa de salida por mantenimientos.
5. Tiempo total esperado de mantenimiento.
6. Tiempo de reparación esperado por fallo.
7. Tasa de salida total.
8. Tiempo de salida total esperado.
9. Duración esperada de la salida.
10. Tiempo promedio de avería por año.
11. Tiempo promedio de salida total por año incluyendo el mantenimiento.

En un sistema serie, la consideración de independencia al calcular la tasa de salida del sistema serie proporciona una estimación ligeramente mayor. El error bajo condiciones normales es usualmente muy pequeño, por lo tanto, la independencia puede ser asumida con seguridad.

Para la evaluación se requieren los siguientes parámetros, todos los cuales están asociados con distribuciones exponenciales.

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  – Tasas de fallo de los componentes en tiempo normal en (fallos/año de tiempo normal)

$\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_n$  – Tasas de fallo de los componentes en tiempo de tormenta en (fallos/año de tiempo de tormenta)

$r_1, r_2, \dots, r_n$  – Tiempo de reparación esperado para todas las salidas forzadas en (años) o en (h)

$N$  – Duración esperada del periodo de tiempo normal en (años) o en (h)

$S$  – Duración esperada del periodo de tiempo de tormenta en (años) o en (h)

Como para evaluar la fiabilidad mediante el “Método de la frecuencia y Duración de los Fallos” se pueden utilizar el “Método aproximado” y los “Procesos de Markov continuos”, se estudiarán ambos procedimientos. En todos los casos se consideran que los componentes del sistema trabajan en el periodo de su vida útil; reconsidera:

$$\frac{R}{\lambda} = K \quad \text{Ec. 115}$$

### **Método Aproximado.**

Este método da soluciones aproximadas, pero en la práctica, las medidas y parámetros calculados son satisfactorios y proporcionan resultados confiables al evaluar los sistemas eléctricos. El procedimiento que se describe a continuación evalúa los parámetros e índices de la fiabilidad de una barra mediante la combinación serie y paralelo de los componentes según sea la red.

### **Tasa de falla total.**

La tasa de fallo total para cualquier componente individual, considerando tiempo normal y de tormenta es la media ponderada de las tasas de fallo en ambos:

$$\lambda_{f,k} = \frac{N}{N+S} \lambda_k + \frac{S}{N+S} \lambda'_k \quad \text{fallos/año} \quad \text{Ec. 116}$$

El error asociado con esta aproximación es normalmente muy pequeño.

### Ramas serie y paralelo.

La tasa de salida forzada para una rama serie es:

$$\lambda_{f,e} = \sum_{K=1}^n \lambda_{f,k} \quad \text{fallos/año} \quad \text{Ec. 117}$$

Si esta rama serie está en paralelo con otros componentes, entonces es necesario calcular una tasa de fallo equivalente para tiempo normal y de tormenta para el mismo. Para el sistema serie equivalente:

$$\lambda_e = \sum_{F=1}^n \lambda_k \quad \text{fallos/año de tiempo normal} \quad \text{Ec. 118}$$

$$\lambda'_e = \sum_{F=1}^n \lambda'_k \quad \text{fallos/año de tiempo de tormenta} \quad \text{Ec. 119}$$

### Sistema serie.

Si el sistema consiste de una conexión serie entre la fuente y la carga, los índices de fiabilidad para el nodo de la carga son:

1. Tasa de salida anual

$$\lambda_{f,e} \quad (\text{fallos/año})$$

2. Duración esperada de la salida

$$r_{f,e} = \frac{\sum_{K=1}^n \lambda_{f,k} r_K}{\lambda_{f,e}} \quad (\text{años}) \quad \text{Ec. 120}$$

3. Tiempo de salida total promedio anual

$$U = \frac{r_{f,e}}{r_{f,e} + \frac{1}{r_{f,e}}} \approx \lambda_{f,e} r_{f,e} \quad (\text{años/años}) \approx 8760 \lambda_{f,e} r_{f,e} \quad (h/a) \quad \text{Ec. 121}$$

## Sistemas paralelo.

En los sistemas paralelos los componentes son tratados por pares y reducidos a un elemento equivalente para combinaciones posteriores. Esto resulta en un incremento de las aproximaciones a medida que aumenta el número de elementos paralelos. La determinación de la tasa de salida anual esperada para dos componentes en paralelo se hace en cuatro partes por separado.

1. La falla de ambos componentes en paralelo, ocurre durante tiempo normal

$$\lambda_{p_1} = \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_1 \left( 1 - \frac{r_1}{N} \right) \lambda_2 r_1 + \lambda_2 \left( 1 - \frac{r_2}{N} \right) \lambda_1 r_2 \right] \quad \text{Ec. 122}$$

Como  $r_i \ll N$  la ecuación se reduce a:

$$\lambda_{p_1} = \frac{N}{N+S} [\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)] \quad \text{Ec. 123}$$

Si no se aplica el concepto de tiempo normal y de tormenta y se usa la tasa de fallo total anual, entonces el número esperado de fallos para dos componentes en paralelo es:

$$\lambda_{f,e} = \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) \quad \text{Ec. 124}$$

2. La falla inicial ocurre durante tiempo normal y la segunda durante tiempo de tormenta.

$$\lambda_{p_2} = \frac{S}{N+S} [\lambda_1 \lambda'_2 r_1 + \lambda_2 \lambda'_1 r_2] \quad \text{Ec. 125}$$

3. La falla inicial ocurre durante tiempo de tormenta y la segunda también durante tiempo de tormenta

$$\lambda_{p_3} = \frac{N}{N+S} \left[ \frac{2S^2}{N} \lambda'_1 \lambda'_2 \right] \quad \text{Ec. 126}$$

Se considera que no ocurre reparación durante el tiempo de tormenta.

4. La falla inicial ocurre durante tiempo de tormenta y la segunda durante tiempo normal

$$\lambda_{p_4} = \frac{S}{N+S} [\lambda'_1(1 - S\lambda'_2)\lambda_2r_1 + \lambda'_2(1 - S\lambda'_1)\lambda_1r_2] \quad \text{Ec. 127}$$

Como  $S\lambda'_i \ll 1$

$$\lambda_{p_4} = \frac{S}{N+S} [\lambda'_1\lambda_2r_1 + \lambda'_2\lambda_1r_2] \quad \text{Ec. 128}$$

La expresión completa para la tasa de fallo incluyendo las cuatro fases es como sigue:

$$\lambda_p = \lambda_{p_1} + \lambda_{p_2} + \lambda_{p_3} + \lambda_{p_4} \quad \text{Ec. 129}$$

$$\lambda_p = \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_1\lambda_2(r_1 + r_2) + \frac{S}{N} [\lambda_1\lambda'_2r_1 + \lambda_2\lambda'_1r_2] + \frac{S}{N} [\lambda'_1\lambda_2r_1 + \lambda'_2\lambda_1r_2] + \frac{2S^2}{N} \lambda'_1\lambda'_2 \right]$$

Si se desea añadir el mantenimiento, puede agregarse un componente adicional a la tasa de fallo mostrada arriba. El mantenimiento se considera que solamente ocurre durante el tiempo normal. La salida de un componente para mantenimiento no resulta por si misma una falla. La tasa de fallo del sistema debida al mantenimiento es:

$$\lambda_m = \lambda''_1\lambda_2r''_1 + \lambda''_2\lambda_1r''_2 \quad \text{Ec. 130}$$

La tasa de fallo del sistema debido al mantenimiento se agrega a la expresión resultante para componentes en paralelo.

### Problema 7.5.

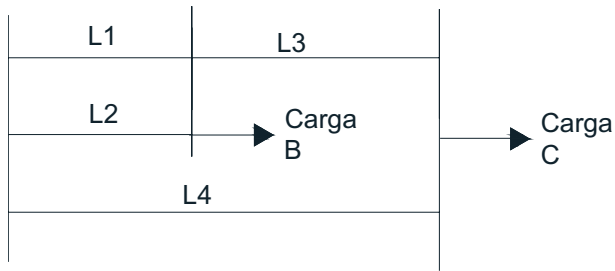


Figura 7.7. Esquema unifilar del problema 7.5

### Datos.

Tabla 38. Datos problema 7.5.

Sección de línea	Tasa de fallos <i>fallos/años</i>	Tiempo de reparación esperada (h)
1	0,5	7,5
2	0,5	7,5
3	0,1	7,5
4	0,6	7,5

Usando estos valores determine: los índices de fiabilidad de las cargas B y C con y sin línea 4 en servicio, utilizando las tasas de fallo anual total sin tener en cuenta el tiempo de tormenta.

### Solución

La expresión a usar es, para componentes en paralelo

$$\lambda_{f,e} = \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)$$

a. Con la línea 4 fuera de servicio

$$\begin{aligned}\lambda_B &= \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) \\ \lambda_B &= 0,5 * 0,5 \left( \frac{7,5 + 7,5}{8760} \right) \\ \lambda_B &= 0,4281 * 10^{-3} \text{ (fallos/año)}\end{aligned}$$

Con la línea 4 fuera de servicio; la tasa de salida esperada para la barra C es la suma de la tasa de salida para la barra B y la línea 3.

$$\lambda_B = 0,4281 * 10^{-3} + 0,1 = 0,1004 \text{ (fallos/año)}$$

La duración esperada de la interrupción  $r_T r_T$  en una configuración paralela, debido al solapamiento de las salidas forzadas es:

$$r_T = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

Por lo tanto,

$$U \approx \lambda_{f,e} r_T = \lambda_{f,e} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

Para la barra B

$$\begin{aligned}U_B &= 0,4281 * 10^{-3} \frac{7,5 + 7,5}{15} \\ U_B &= 0,1605 * 10^{-2} \text{ (h/a)}\end{aligned}$$

Para la barra C

$$\begin{aligned}U_C &= 0,1605 * 10^{-2} + 0,1 * 7,5 \\ U_C &= 0,7516 \text{ (h/a)}\end{aligned}$$

b. Con la línea 4 en servicio

$$\lambda_B = 0,4281 * 10^{-3} * 0,7 \left( \frac{3,75 + 3,75}{8760} \right)$$

$$\lambda_B = 0,385 * 10^{-6} \left( \frac{\text{fallos}}{\text{año}} \right)$$

El tiempo de reparación esperado para el sistema serie formado por las líneas 3 y 4 es:

$$r_{3,4} = \frac{0,6 * 7,5 + 0,1 * 7,5}{0,7} = 7,5 \text{ h}$$

El tiempo de reparación esperado para la carga B es:

$$r_B = \frac{3,75 * 7,5}{11,25} = 2,5 \text{ h}$$

$$U_B = 0,385 * 10^{-6} \frac{3,75 * 7,5}{11,25}$$

$$U_B = 0,962 * 10^{-6} \left( \frac{\text{h/a}}{\text{año}} \right)$$

El número esperado de fallos en el nodo de carga C está dado por  $\lambda_C$ . El tiempo de reparación esperado para la rama serie-paralelo formada por las líneas 1, 2 y 3 es  $r_{123}$

$$r_{123} = \frac{0,4281 * 10^{-3} * 3,75 + 0,1 * 7,5}{0,1004} = 7,5 \text{ h}$$

$$\lambda_C = 0,1004 * 0,6 \frac{7,5 * 7,5}{8760} = 0,103 * 10^{-3} \left( \frac{\text{fallos}}{\text{año}} \right)$$

$$U_C = 0,103 * 10^{-3} \frac{7,5 * 7,5}{15} = 0,386 * 10^{-3} \left( \frac{\text{h/a}}{\text{año}} \right)$$



Los resultados del cálculo se muestran en la tabla que sigue:

Tabla 39. *Resultados del problema 7.5.*

<b>CARGA</b>	<b><i>fallos</i>/año</b>	<b>Tiempo de salida total promedio (h)</b>
Carga B. Líneas 1, 2 y 3	$0,4281 * 10^{-3}$	$0,1605 * 10^{-2}$
Carga B. Líneas 1, 2, 3 y 4	$0,3848 * 10^{-6}$	$0,921 * 10^{-6}$
Carga C. Líneas 1, 2 y 3	0,1004	0,7515
Carga C. Líneas 1, 2, 3 y 4	$0,1031 * 10^{-3}$	$0,386 * 10^{-3}$

### **Conclusiones del problema 7.5.**

Como se observa en la tabla de resultados, la diferencia en los indicadores con la línea 4 conectada y sin ella son apreciables, tanto para la carga B como para la carga C; aunque para la carga C la situación sin línea 4 es mucho más crítica, pues el fallo del suministro depende únicamente de la línea 3.

#### **7.1. Métodos de los costos anuales**

Es aplicable a la evaluación de los sistemas de transmisión y distribución. El método incluye en unos de sus términos la magnitud de las pérdidas por energía no servida, o lo que es lo mismo, la magnitud del daño a la economía debido a las interrupciones del suministro eléctrico y conjuntamente con los indicadores de fiabilidad, permite elegir la variante óptima del esquema de suministro.

Precisamente, la comparación de las variantes desde el punto de vista de la fiabilidad se hace en parte mediante la evaluación de las pérdidas por energía no servida. Es decir,

$$K_{EDS} = \frac{R_{EOS} P_p T_f}{10^3} \quad \text{Ec. 131}$$

El  $10^3$  es para llevar a miles de dólares.

Donde:

$K_{EDS}$ : Daño que ocasiona a la economía la energía dejada de servir.  
(Miles de dólares).

$R_{EOS}$ : Daño unitario USD/kWh

$P_p$ : Potencia calculada promedio.

$T_f$ : Promedio total del tiempo de interrupciones por consumidor servido por año. (*horas/año*)

Como se sabe, la energía que se deja de servir provoca daños de magnitud variable a la economía y en particular a los consumidores, de acuerdo con la importancia y la categoría de estos.

Si se tiene en cuenta la fiabilidad en la fórmula de los costos anuales, entonces para redes eléctricas, los costos tendrán tres componentes; Costos fijos de capital, Costo de las pérdidas y Costos de la energía dejada de servir:

$$G = E_N * K_i + K + K_{EOS} \quad (\text{miles dolares/año}) \quad \text{Ec. 132}$$

$$K_{\text{anual}} = K_{Fc} + K_{\Delta P} + K_{eds} \quad \text{Ec. 133}$$

$$K_{eds} = N_f * T_f * P_{ds} * k_{ds} \quad \text{Ec. 133.1}$$

$$K_{Fc} = (r_i + (r/((1+r)^n)^{-1}) + t + j) * K_i \quad \text{Ec. 134}$$

$$K_{\Delta P} = R_l * L * (S^2/U^2) * 10^{-3} * (C_p * T_e + K_{sep}) \quad \text{Ec. 135}$$

$$K_{\Delta T} = P_o(8760 * C_p + K_{sep}) + P_k * (T_e * C_p + K_{sep}) * (S/S_n)^2 \quad \text{Ec. 136}$$

Donde:

$K_i$ :	Inversiones de capital. USD
$r_i$ :	Interés sobre el capital invertido 1/a
$r$ :	Interés de los fondos para amortización 1/a
$n$ :	Cantidad de años de amortización (a)
$t$ :	Total de impuestos con relación al capital invertido ( %/100)
$j$ :	Seguros y gastos legales sobre el capital invertido ( %/100)
$K_{Fc}$ :	Costos fijos de capital invertido. USD/a
$R_l$ :	Resistencia de líneas $\Omega$ /km
$L$ :	Longitud de líneas km
$S$ :	Nivel de demanda kVA
$U$ :	Nivel de tensión en kV
$C_p$ :	Costo de producción variable de la energía USD/kWh
$T_e$ :	Tiempo equivalente h/a
$K_{sep}$ :	Costo de inversión unitaria en el Sistema Eléctrico USD/kW/a.
$K_{\Delta Pl}$ :	Costo de las pérdidas en líneas. USD/a.
$P_o$ :	Pérdidas de vacío de transformador. kW
$P_k$ :	Pérdidas de corto circuito del transformador kW
$K_{\Delta T}$ :	Costos de pérdidas de transformación USD/a
$N_f$ :	Cantidad de fallas anuales (f/a)
$T_f$ :	Tiempo medio de duración de las fallas (h/f)
$P_{ds}$ :	Potencia media interrumpida por fallas kW
$K_{ds}$ :	Costo unitario por daño económico de la energía no servida (USD/kWh)
$K_{eds}$ :	Costo de la energía dejada de servir USD/a

Los cálculos de la cantidad de fallas se realizan para la instalación de los transformadores o subestaciones, las líneas con sus elementos y se considera el sistema serie paralelo que corresponde.

Otro índice que se emplea en este método es, el tiempo máximo promedio de interrupción, el cual se obtiene a través de la suma de todos

los tiempos de duración de las interrupciones del último consumidor restablecido entre el número de interrupciones en un año.

$$t_{max} = \frac{\sum_{i=1}^m (t_{max})_i}{m} \quad \text{Ec. 137}$$

Este índice da una medida de la afectación posible de los consumidores y relaciona los casos peores de interrupciones experimentadas por los consumidores.

## 7.2. Método de los índices de costo de fiabilidad.

Este método permite la comparación cuantitativa de los sistemas de distribución en términos de confiabilidad y costo.

Con el mismo se puede estudiar el efecto de los esquemas con seccionalizadores manuales y automáticos.

El método se basa en las siguientes suposiciones:

1. Las fuentes de alimentación normal y de reserva son 100% disponibles.
2. Las cargas están uniformemente distribuidas.
3. Las tasas de fallo son constantes y están asociadas con las salidas forzadas en tiempo normal.

En este método se usan dos índices fundamentales, la frecuencia promedio de interrupción y el tiempo promedio de duración de la interrupción. Si

$m$ : Número de interrupciones en un año.

$t_i$ : Duración de cada interrupción.

$N$ : Número de consumidores servidos.

$C_i$ : Número de consumidores interrumpidos en el nodo  $i$ .

El índice que expresa la frecuencia promedio están dado por:

$$f = \frac{\sum_{i=1}^m C_i}{N} \quad \text{Ec. 138}$$

### **Procedimiento**

¿Cómo se determina la tasa de fallo total para un componente individual, considerando las condiciones ambientales?

$$\lambda_{f,k} = \frac{N}{N+S} \lambda_k + \frac{S}{N+S} \lambda'_k \quad \text{fallos/año} \quad \text{Ec. 139}$$

¿Cómo se determina la tasa de salida resultante para un sistema serie?

$$\lambda_{f,e} = \sum_{k=1}^n \lambda_{f,k} \quad \text{fallos/año} \quad \text{Ec. 140}$$

¿Cómo se evalúa la duración esperada de la salida para las componentes serie?

$$r_{f,e} = \frac{\sum_{k=1}^n \lambda_{f,k} r_k}{\lambda_{f,e}} \quad (\text{años}) \quad \text{Ec. 141}$$

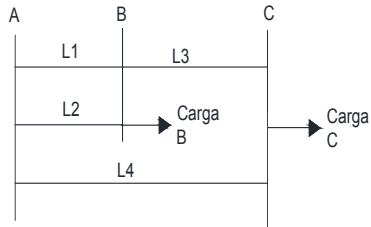
¿Cómo se evalúa el tiempo de salida total promedio por año?

$$U = \frac{r_{f,e}}{r_{f,e} + \frac{1}{r_{f,e}}} \approx \lambda_{f,e} r_{f,e} \quad (\text{años/años}) \approx 8760 \lambda_{f,e} r_{f,e} \quad (h/a) \quad \text{Ec. 142}$$

¿Cuáles son los eventos que se tienen en consideración al evaluar la tasa total de falla de las configuraciones paralelas incluyendo el efecto del medio ambiente?

1. Ambos fallos en T.N
2. El 1<sup>er</sup> en T.N y el 2<sup>do</sup> en T.T.
3. El 2<sup>do</sup> en T.T. y el 1<sup>er</sup> en T.N
4. Ambos en T.T.

**Problema 7.6.**



**Figura 7.8.** Esquema unifilar del problema 7.6.

Datos

Tabla 40. Datos para el problema 7.6.

Sección de línea	Tasa de fallos ( <i>fallos/año</i> )		Tiempo de reparación esperada (h)
	T. normal	T. tormenta	
1	0,5	1	10
2	0,5	1	10
3	0,5	1	10
4	0,5	1	10

Usando los valores anteriores, determine la frecuencia, la duración esperada de la salida en hrs y el tiempo de salida total promedio al año

para los nodos de carga B y C. la alimentación del sistema es por el nodo A.

a. Con L4 fuera

b. Con L4 en servicio

El tiempo de la tormenta es el 10% del tiempo total.

Orientaciones

- No considere el efecto de los mantenimientos.
- Lleve los valores N y S a pu.

**Solución.**

a. Con L4 fuera (hay que llevar los valores de r a años)

$$r = 10/8760 = 1,14 * 10^{-3}$$

$$\lambda_B = \frac{N}{N+S} \left[ \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2) + \frac{S}{N} [\lambda_1 \lambda'_2 r_1 + \lambda_2 \lambda'_1 r_2] + \frac{S}{N} [\lambda'_1 \lambda_2 r_1 + \lambda'_2 \lambda_1 r_2] + \frac{2S^2}{N} \lambda'_1 \lambda'_2 \right]$$

$$\lambda_B = 0,9 \left[ 0,5 * 0,5 (2,28 * 10^{-3}) + \frac{0,1}{0,9} [0,5 * 1 * 1,14 * 10^{-3} + 0,5 * 1 * 1,14 * 10^{-3}] + \frac{0,1}{0,9} [1 * 0,5 * 1,14 * 10^{-3} + 1 * 0,5 * 1,14 * 10^{-3}] + \frac{2 * 0,1^2}{0,9} 1 * 1 \right]$$

$$\lambda_B = 0,9 [5,7 * 10^{-4} + 1,27 * 10^{-4} + 1,27 * 10^{-4} + 0,02]$$

$$\lambda_B = 0,0208 \text{ (fallos/año)}$$

Como la línea 4 está fuera de servicio la tasa de salida esperada para la barra C es la suma de la tasa de salida para la barra B y la línea 3.

$$\lambda_C = \lambda_B + 0,9\lambda_3 + 0,1\lambda'_3$$

$$\lambda_C = 0,0695 + 0,9(0,5) + 0,1(1)$$

$$\lambda_C = 0,0695 + 0,45 + 0,1$$

$$\lambda_C = 0,6195 \text{ (fallos/año)}$$

Duración esperada de la interrupción

$$r_B = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{10^2}{20} = \frac{100}{20} = 5 \text{ hrs}$$

$$r_C = \frac{0,0695 * 5 + 0,55 * 10}{0,6195} = 9,44 \text{ hrs}$$

Tiempo de salida total promedio por año.

$$U_B \approx \lambda_B r_B = 0,0695 * 5 = 0,3475 \text{ hrs/año}$$

$$U_C \approx \lambda_C r_C = 0,6195 * 9,44 = 5,85 \text{ hrs/año}$$

También

$$U_C = U_B + 0,55 * 10 = 0,3475 + 5,5 \approx 5,85 \text{ hrs/año}$$

b. Con la línea 4 en servicio

Hay que resolver el paralelo de la línea 4 y la línea 3 en serie con el paralelo de las líneas 1 y 2.

La tasa de fallo en tiempo normal del equivalente de las líneas 1 y 2 en paralelo es:

$$\lambda_{1,2} = \lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)$$

$$\lambda_{1,2} = 0,5 * 0,5 \left( \frac{10 + 10}{8760} \right) = 5,7 * 10^{-4} \text{ (fallos/año)}$$

$\lambda'_{1,2} = \lambda_B$  sin la línea 4 o sea,  $\lambda'_{1,2} = 0,695$  (fallos/año) y el tiempo de reparación esperado es  $r_B = 5 \text{ hrs}$

Para el equivalente formado por las líneas 3 y 4 en serie.

$$\lambda_{3,4} = \lambda_3 + \lambda_4 = 0,5 + 0,6 = 1,1 \text{ (fallos/año)}$$

$$\lambda'_{3,4} = \lambda'_3 + \lambda'_4 = 1 + 1 = 2 \text{ (fallos/año)}$$



El tiempo de reparación esperado para las líneas 3 y 4 en serie es:

$$\lambda_{f,3} = 0,9 * 0,5 + 0,1 * 1 = 0,55 \text{ (fallos/año)}$$

$$\lambda_{f,4} = 0,9 * 0,6 + 0,1 * 1 = 0,64 \text{ (fallos/año)}$$

Luego,

$$\lambda_{f,(3,4)} = \lambda_{f,3} + \lambda_{f,4} = 0,55 + 0,64 = 1,19 \text{ (fallos/año)}$$

$$r_c = \frac{0,55 * 10 + 0,64 * 10}{1,19} = 10 \text{ hrs}$$

Ahora se puede aplicar la expresión de las 4 etapas

$$\lambda_B = 0,9 \left[ 5,7 * 10^{-4} * 1,1 \frac{(5+10)}{8760} + \frac{0,1}{0,9} \left( 5,7 * 10^{-4} * 2 \frac{(5)}{8760} + 1,1 * 0,0695 \frac{(10)}{8760} \right) \right. \\ \left. + \frac{0,1}{0,9} \left( 0,0695 * 1,1 \frac{(5)}{8760} + 2 * 5,7 * 10^{-4} \frac{(10)}{8760} \right) + \frac{2 * 0,1^2}{0,9} 0,0695 * 2 \right]$$

$$\lambda_B = 0,9[1,1 * 10^{-6} + 9,8 * 10^{-6} + 5 * 10^{-6} + 0,0030889]$$

$$\lambda_B = 0,9[0,0031047]$$

$$\lambda_B = 0,0027943 \text{ fallos/año}$$

La tasa de fallos para la barra C se obtiene del paralelo de las líneas 1 y 2 en serie con la línea 3 y todo en paralelo con la línea 4.

O sea,

$$\lambda_{123} = \lambda_{12} + \lambda_3 = 5,7 * 10^{-4} + 0,5 = 0,50057 \text{ (fallos/año)}$$

$$\lambda'_{123} = \lambda'_{12} + \lambda'_3 = 0,0695 + 1 = 1,0695 \text{ (fallos/año)}$$

Con estos valores y los correspondientes a la línea 4 se aplica la expresión de las 4 etapas.

$$\lambda_c = 0,9 \left[ 0,50057 * 0,6 \frac{(9,44 + 10)}{8760} + \frac{0,1}{0,9} \left( 0,50057 * 1 \frac{(9,44)}{8760} + 0,6 * 1,0695 \frac{(10)}{8760} \right) + \frac{0,1}{0,9} \left( 1,0695 * 0,6 \frac{(9,44)}{8760} + 1 * 0,50057 \frac{(10)}{8760} \right) + \frac{2 * 0,1^2}{0,9} 1,0695 * 1 \right]$$

$$\lambda_c = 0,9[6,67 * 10^{-4} + 1,413 * 10^{-4} + 1,4 * 10^{-4} + 237,67 * 10^{-4}]$$

$$\lambda_c = 0,9[0,02471]$$

$$\lambda_c = 0,022243 \text{ fallos/año}$$

Duración esperada de la interrupción con L4 en servicios.

El tiempo de reparación esperado para el sistema serie formada por las líneas 3 y 4 es:

$$r_{3,4} = \frac{\lambda_{f,3} r_3 + \lambda_{f,4} r_4}{\lambda_{f,3,4}}$$

$$\lambda_{f,3} = 0,9 * 0,5 + 0,1 * 1 = 0,55 \text{ (fallos/año)}$$

$$\lambda_{f,4} = 0,9 * 0,6 + 0,1 * 1 = 0,64 \text{ (fallos/año)}$$

$$\lambda_{f,(3,4)} = \lambda_{f,3} + \lambda_{f,4} = 0,55 + 0,64 = 1,19 \text{ (fallos/año)}$$

$$r_{3,4} = \frac{0,55 * 10 + 0,64 * 10}{1,19} = \frac{5,5 + 6,4}{1,19} = 10 \text{ hrs}$$

El tiempo de reparación esperado para la carga B es:

$$r_B = \frac{5 * 10}{15} = 3,33 \text{ hrs}$$

El tiempo de reparación esperado para la rama serie-paralelo formada por las líneas 1, 2 y 3 es:

$$r_{1,2,3} = \frac{\lambda_B 5 + \lambda_{f,3} 10}{\lambda_c} = \frac{0,0695 * 5 + 0,55 * 10}{0,6195} = 9,439 \text{ hrs}$$

El  $\lambda_c$  referido al de sin L4.

Este último valor había sido calculado anteriormente y corresponde con  $r_C$  para L4 fuera de servicio.

$r_C$  con L4 en servicio es:

$$r_C = \frac{9,44 * 10}{9,44 + 10} = \frac{94,4}{19,44}$$

$$r_C = 4,86 \text{ hrs}$$

Cálculo del tiempo de salida total promedio por año con L4 en servicio.

$$U_B \approx \lambda_B r_B = 0,0027943 * 3,33 = 0,009305 \text{ hrs/año}$$

$$U_C \approx \lambda_C r_C = 0,022243 * 4,86 = 0,108101 \text{ hrs/año}$$

Los resultados del cálculo se muestran en la tabla que sigue:

Tabla 41. *Resultados del problema 7.6.*

Nodo de Carga	Frecuencia de fallos (fallos/año)	Duración esperada de la salida (hrs)	Tiempo de Salida Total Promedio hrs/año
Carga B, (sin L4)	0,0695	5	0,3475
Carga B, (con L4)	0,0027943	3,33	$9,3 * 10^{-3}$
Carga C, (sin L4)	0,6195	9,44	5,85
Carga C, (con L4)	0,022243	4,86	0,1081

### Conclusiones del Problema 7.6.

Como se puede apreciar en la tabla 38, al instalar la línea 4 la frecuencia de los fallos se hace 25 veces menor para el nodo de carga B y 28 veces menor para el nodo de carga C, también la duración esperada de la interrupción disminuye en 1,67 hrs para el nodo de carga B y en 4,58

hrs para el nodo de carga en C. Esto hace que el tiempo de salida total promedio para el nodo de carga B disminuya de 20 minutos por año a 0,56 minutos por año y en el nodo de carga C pasa de 5,85 hrs a 6,5 minutos por año.

Como se pudo comprobar con la aplicación de este método de cálculo, la fiabilidad en los nodos de carga queda bien definida; ya que se indica no solo la frecuencia con que se presentan las fallas, sino también la duración esperada de estas y el tiempo total promedio de la interrupción, lo cual permite evaluar las pérdidas por energía no servida, siempre que se disponga además del valor del daño específico a la economía por la energía dejada de servir.

### **7.3. Criterio de la calidad del servicio. Aplicaciones**

La continuidad no es siempre un criterio aceptable, ya que la redundancia completa de los componentes no es económicamente posible en un sistema eléctrico moderno. La definición de pérdida de la continuidad puede ser extendido para incluir la pérdida de la calidad; es decir, si debido a la salida de una línea existe una condición de bajo voltaje en uno de los nodos de carga, esto no es realmente una pérdida de la continuidad, aunque el nivel de voltaje pueda ser considerablemente menor que un mínimo deseado.

Si se definen los rangos deseables de variación de tensión en cada punto del sistema, cualquier salida fuera de estos límites puede ser clasificada como pérdidas de continuidad. Esto puede no incluir las fluctuaciones de tensión causados por perturbaciones en el sistema, a menos que la tensión permanezca inaceptable en un período de tiempo dado. Los consumidores pueden ser servidos a niveles de tensión reducidos, pero esto puede ser considerado como un último recurso en lugar de un criterio de diseño.

Puede darse una definición clara de la calidad del servicio en cada punto de carga y cualquier desviación de estos requerimientos clasificada como una pérdida de la continuidad del servicio. La razón dada a menudo para la construcción de una alimentación adicional a un área, es aumentar la fiabilidad de la transmisión. Resulta obvio que la adición de una línea para suministrar una estación, aumentará la fiabilidad de dicha subestación, como cualquier duplicidad del suministro lo hará en alguna medida. La construcción de una línea enteramente por motivos de fiabilidad implica tasas de falla extremadamente altas para las líneas restantes que suministran la estación.

Un criterio general de diseño puede ser como sigue:

- a. Si con todos los medios de transmisión y generación en servicio, el nivel de tensión en la estación esta fuera de los límites definidos, entonces se requieren nuevos medios para satisfacer la calidad del servicio.
- b. Si con las diferentes combinaciones posibles de los componentes del sistema fuera de servicio, el índice de fiabilidad para la estación está por debajo de un mínimo aceptable, entonces se requieren medios adicionales para satisfacer la fiabilidad especificada.

Una estación puede aún satisfacer la calidad del servicio normada para varios años de crecimiento de carga, pero no satisfacen las normas presentes de fiabilidad, si han sido instaladas un número mínimo de componentes con tasas de salida altas.

Puede ser visto con claridad, que la determinación de un índice de fiabilidad basado en las normas de calidad del servicio envuelve considerablemente más esfuerzos que la determinación de una probabilidad de éxito o fracaso basada solamente en la continuidad.

Esto, sin embargo, proporciona una herramienta de gran valor para la evaluación de la suficiencia de las alternativas propuestas para el sistema desde el punto de vista de la planificación, el diseño y la operación.

### **Probabilidad Condicional de Falla del Sistema.**

En casi todas las aplicaciones de las probabilidades para la evaluación de la fiabilidad, las fallas de los componentes dentro de condiciones ambientales fijas son consideradas como eventos independientes. Es enteramente posible que el fallo de los componentes puede resultar en el fallo del sistema en un sentido condicional. Esto puede ocurrir, por ejemplo, en las configuraciones paralelas que no son completamente redundantes. Si la carga puede ser considerada como una variable aleatoria y descrita por una distribución de probabilidad, entonces el fallo en cualquier estación debido al fallo de uno de los componentes es condicional al hecho de que la carga exceda determinado valor, para el cual pueda ser mantenido un nivel de tensión satisfactorio en el punto de la carga.

Se vio que la expresión para evaluar la probabilidad de ocurrencia de eventos dependientes; si la ocurrencia de un evento A depende de un número de eventos  $B_j$  que son mutuamente excluyentes, obteniéndose:

$$P(A) = \sum_{i=1}^j P\left(\frac{A}{B_i}\right) P(B_i) \quad \text{Ec. 143}$$

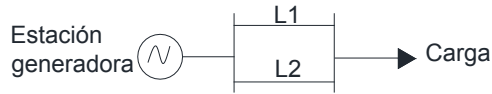
Si la ocurrencia de A depende de solamente dos eventos mutuamente excluyentes del componente  $B_i$  éxito y fracaso, designado  $B_x$  y  $B_y$ , respectivamente,

$$P(A) = P\left(\frac{A}{B_x}\right) P(B_x) + P\left(\frac{A}{B_y}\right) P(B_y) \quad \text{Ec. 144}$$

Con respecto a la fiabilidad, esta puede ser expresada como:

$$P_{(falla\ del\ sist)} = P_{(si\ b\ est\ bueno)}^{(falla\ del\ sist)} P_{(de\ que\ b\ est\ bueno)} + P_{(si\ b\ est\ malo)}^{(falla\ del\ sist)} P_{(de\ que\ b\ est\ malo)} \quad \text{Ec. 145}$$

Aplicación a un sistema simple



**Figura 7.9.** Configuración del sistema simplificado.

Considere el sistema simple que consiste de una estación generadora que alimenta una carga a través de dos líneas de transmisión paralelas como se muestra en la figura 7.9.

Se define:

$P_g$ : Probabilidad de que la generación sea insuficiente, determinada por el método de la probabilidad de pérdida de carga.

$P_c$ : Probabilidad de que la transmisión sea insuficiente

$P_{c(1)}$ : Probabilidad que la carga exceda la capacidad de transferencia de la línea 1.

$Q_s$ : Probabilidad de falla del sistema.

$R_{L1}, Q_{L1}$ : Probabilidad de que la línea 1 esté disponible o este indisponible respectivamente.

$R_{L2}, Q_{L2}$ : Idéntico línea 2.

Tomando como elemento de referencia se comienza por:

$$Q_S = Q_{S1(\text{con la línea 1 en servicio})} R_{L1} + Q_{S1(\text{con L1 fuera})} Q_{L1} \quad \text{Ec. 146}$$

$$Q_{S1} = Q_{S1,2(\text{con L2 en servicio})} R_{L2} + Q_{S1,2(\text{con L2 fuera})} Q_{L2} \quad \text{Ec. 147}$$

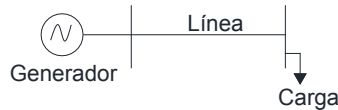
Con ambas líneas en servicio:

$$Q_S = P_g + P_{C(1-2)} \cdot P_g P_{C(1-2)} \quad \text{Ec. 148}$$

Las probabilidades de deficiencia en la capacidad de generación y transmisión insuficiente son independientes.

Algunos casos sencillos de aplicación de este método pueden ser:

Unidad generadora con línea de salida a simple circuito (SC)



**Figura 7.10.** Esquema unifilar de unidad generadora con línea de salida a simple

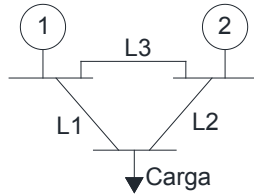
$$Q_S = Q_{S(\text{con la línea en servicio})} R_L + Q_{S(\text{con la línea fuera})} Q_L \quad \text{Ec. 149}$$

$$Q_S = (P_g + P_{C1} \cdot P_g P_{C1}) R_L + Q_L \quad \text{Ec. 150}$$

**Sistemas con dos plantas y una carga.**



El mismo procedimiento básico en el sistema serie visto antes, puede ser aplicado a cualquier sistema. En el caso del sistema mostrado en la figura siguiente:



**Figura 7.11.** Esquema unifilar de un sistema con dos plantas y una carga

Análisis:

$$Q_s = Q_{s1(L1 \text{ disponible})}R_{L1} + Q_{s-1(L1 \text{ indisponible})}Q_{L1} \quad \text{Ec. 151}$$

Para L1 disponible =  $Q_{s1}$

$$Q_{s1} = Q_{s12(L2 \text{ disponible})}R_{L2} + Q_{s1-2(L2 \text{ indisponible})}Q_{L2} \quad \text{Ec. 152}$$

Con L1 y L2 disponibles:

$$Q_{s12} = Q_{s123(L3 \text{ disponible})}R_{L3} + Q_{s12-3(L3 \text{ indisponible})}Q_{L3} \quad \text{Ec. 153}$$

$$Q_{s12} = [P_{g(1,2)} + P_{C(1)} - P_{g(1,2)}P_{C(1)}]R_{L3} + [P_{g(1,2)} + P_{C(2)} - P_{g(1,2)}P_{C(2)}]Q_{L3} \quad \text{Ec. 154}$$

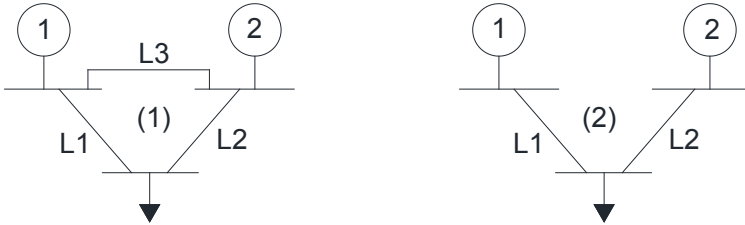
Donde:

$P_{C1}$  – Probabilidad de falla en la carga en la condición de las 3 trabajando.

$P_{C2}$  – Probabilidad de falla en la carga en la condición de L3 fuera.

$P_{g(1,2)}$  Es la probabilidad de insuficiencia de la generación con ambas plantas en operación.'

$P_{C(1)}$  y  $P_{C(2)}$  son las probabilidades de reducción del esquema de transmisión como se muestra en la figura 7.12.



**Figura 7.12.** Probabilidades de reducción del esquema de transmisión

En muchos casos prácticos la expresión

$$P_{g(1,2)} + P_{C(123)} - P_{g(1,2)}P_{C(123)}$$

Reduce a  $P_{g(1,2)}$ ; ya que  $P_{C(123)} = 0$ .

Es decir, la probabilidad de insuficiencia de la transmisión con todas las líneas en operación es nula.

Para L1 disponible y L2 fuera

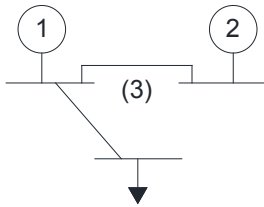
$$Q_{S1-2} = Q_{S1-23(L3 \text{ disponible})}R_{L3} + Q_{S1-23(L3 \text{ indisponible})}Q_{L3} \quad \text{Ec. 155}$$

Para L1 disponible, L2 fuera y L3 disponible.

$$Q_{S1-23} = P_{g(1,2)} + P_{C(3)} - P_{g(1,2)}P_{C(3)} \quad \text{Ec. 156}$$

Donde:

$P_{C(3)}$  es la probabilidad de insuficiencia para el sistema mostrado debajo (en la transmisión).



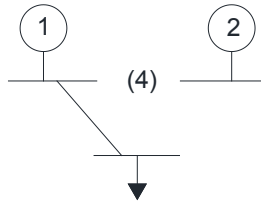
**Figura 7.13.** Probabilidad de insuficiencia del sistema

Para L1 disponible, L2 fuera y L3 fuera.

$$Q_{S_{1-2-3}} = P_{g(1)} + P_{C(4)} \cdot P_{g(1)} P_{C(4)} \quad \text{Ec. 157}$$

Donde:

$P_{C(4)}$  se obtiene de:



**Figura 7.14.** Probabilidad de insuficiencia del sistema

$P_{g(1)}$  representa la probabilidad de reducción de la carga debido a que la planta 1 tiene que suministrar el sistema (insuficiencia del generador 1 para suministrar toda la carga).

Para L1 disponible

$$Q_{S1} = R_{L2} [(P_{g(1,2)} + P_{C(1)} \cdot P_{g(1,2)} P_{C(1)}) R_{L3} + (P_{g(1,2)} + P_{C(2)} \cdot P_{g(1,2)} P_{C(2)}) Q_{L3}] + R_{L2} [(P_{g(1,2)} + P_{C(3)} \cdot P_{g(1,2)} P_{C(3)}) R_{L3} + (P_{g(1)} + P_{C(4)} \cdot P_{g(1)} P_{C(4)}) Q_{L3}]$$

Ec. 158

Para L1 fuera de servicio

$$Q_{S-1} = Q_{S-1\ 2\ (L2\ disponible)}R_{L2} + Q_{S-1\ 2\ (L2\ indisponible)}Q_{L2} \quad \text{Ec. 159}$$

Para L1 fuera y L2 disponible.

$$Q_{S-1\ 2} = Q_{S-1\ 2\ 3\ (L3\ disponible)}R_{L3} + Q_{S-1\ 2-3\ (L3\ indisponible)}Q_{L3} \quad \text{Ec. 160}$$

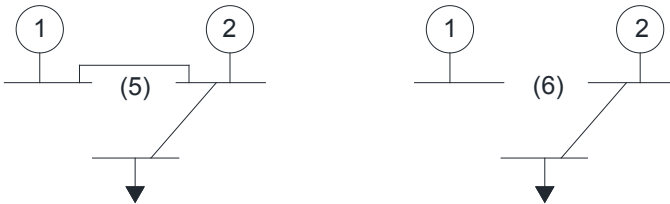
Para L1 fuera, L2 disponible y L3 disponible.

$$Q_{S-1\ 2} = P_{g\ (1,2)} + P_{c\ (5)} \cdot P_{g\ (1,2)} P_{c\ (5)} \text{Ec. 161}$$

Para L1 fuera de servicio , L2 disponible y L3 fuera:

$$Q_{S-1\ 2-3} = P_{g\ (2)} + P_{c\ (6)} \cdot P_{g\ (2)} P_{c\ (6)} \text{Ec. 162}$$

Las configuraciones 5 y 6 se muestran debajo.



**Figura 7.15.** Probabilidades de insuficiencia del sistema

Para L1 fuera y L2 disponible

$$Q_{S-1\ 2} = R_{L3} [P_{g\ (1,2)} + P_{c\ (5)} \cdot P_{g\ (1,2)} P_{c\ (5)}] + Q_{L3} [P_{g\ (2)} + P_{c\ (6)} \cdot P_{g\ (2)} P_{c\ (6)}] \quad \text{Ec. 163}$$

Para L1 fuera y l2 fuera

$$Q_{S-1-2} = 1 \quad \text{Ec. 164}$$

Para L1 fuera de servicio:

$$Q_{S-1} = R_{L_2} [R_{L_3} (P_{g(1,2)} + P_{C(5)} - P_{g(1,2)} P_{C(5)}) + Q_{L_3} (P_{g(2)} + P_{C(6)} - P_{g(2)} P_{C(6)})] + Q_{L_2} \quad (1.160)$$

La expansión completa para el sistema es:

$$Q_S = R_{L_1} [R_{L_2} [ [P_{g(1,2)} + P_{C(1)} - P_{g(1,2)} P_{C(1)}] R_{L_3} + [P_{g(2)} + P_{C(6)} - P_{g(2)} P_{C(6)}] Q_{L_3} ] + Q_{L_2} [R_{L_3} [P_{g(1,2)} + P_{C(3)} - P_{g(1,2)} P_{C(3)}] + Q_{L_3} [P_{g(1)} + P_{C(4)} - P_{g(1)} P_{C(4)}] ] + Q_{L_1} [R_{L_2} [R_{L_3} [P_{g(1,2)} + P_{C(5)} - P_{g(1,2)} P_{C(5)}] + Q_{L_3} [P_{g(2)} + P_{C(6)} - P_{g(2)} P_{C(6)}] + Q_{L_2} ]$$

Ec. 165

### Conclusión.

En un sistema práctico muchas de las probabilidades de insuficiencia de la transmisión serán unitarias, eliminándose así muchos términos. El sistema elegido es aún demasiado simple comparado con un sistema real.

### Problema 7.7.

Determine la probabilidad del fallo del suministro a la carga del esquema que sigue:

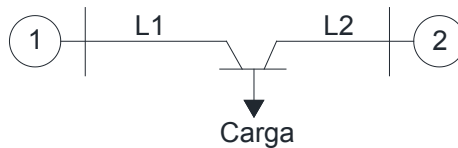


Figura 7.16. Esquema unifilar problema 7.7.

**Datos:**

- $P_g (1,2)$ : Probabilidad de insuficiencia de las plantas 1 y 2 de suministrar la carga.
- $P_g (1)$ : Probabilidad de insuficiencia de la planta 1 de suministrar la carga.
- $P_g (2)$ : Probabilidad de insuficiencia de la planta 2 de suministrar la carga.
- $P_C (1,2)$ : Probabilidad de insuficiencia de ambas líneas de suministrar la carga.
- $P_C (1)$ : Probabilidad de insuficiencia de la línea 1 de suministrar la carga.
- $P_C (2)$ : Probabilidad de insuficiencia de la línea 2 de suministrar la carga.
- $R_{L1}, R_{L2}$ : Probabilidad de disponibilidad de las líneas 1 y 2 respectivamente.
- $Q_{L1}, Q_{L2}$ : Probabilidad de indisponibilidad de las líneas 1 y 2 respectivamente.

Tabla 42. *Probabilidades del problema 7.7.*

$P_g (1,2)$	$P_g (1)$	$P_g (2)$	$P_C (1,2)$	$P_C (1)$	$P_C (2)$	$Q_{L1}$	$Q_{L2}$
0,02	0,1	0,2	0	0,2	0,1	0,05	0,08

### Orientaciones:

- Aplique el método de la probabilidad condicional y desarrolle primero la expresión de cálculo.
- Sustituya los valores dados en la tabla en la expresión desarrollada.

Solución

Comenzando por L1

$$Q_S = Q_{S-1} \text{ (L1 disponible)} R_{L1} + Q_{S-1} \text{ (L1 indisponible)} Q_{L1}$$

Dado que L1 está disponible

$$Q_{S1} = Q_{S(1-2)} \text{ (L2 disponible)} R_{L2} + Q_{S(1-2)} \text{ (L2 indisponible)} Q_{L2}$$

$$Q_S = [P_{g(1,2)} + P_{C(1,2)} \cdot P_{g(1,2)} P_{C(1,2)}] R_{L2} + [P_{g(1)} + P_{C(1)} \cdot P_{g(1)} P_{C(1)}] Q_{L2}$$

Para L1 indisponible

$$Q_{S-1} = Q_S \text{ (L2 disponible)} R_{L2} + Q_{S2} \text{ (L2 indisponible)} Q_{L2}$$

$$Q_{S-1} = [P_{g(2)} + P_{C(2)} \cdot P_{g(2)} P_{C(2)}] R_{L2} + Q_{L2}$$

Para el sistema completo

$$Q_S = R_{L1} \left[ [P_{g(1,2)} + P_{C(1,2)} \cdot P_{g(1,2)} P_{C(1,2)}] R_{L2} + [P_{g(1)} + P_{C(1)} \cdot P_{g(1)} P_{C(1)}] Q_{L2} \right] \\ + Q_{L1} \left[ [P_{g(2)} + P_{C(2)} \cdot P_{g(2)} P_{C(2)}] R_{L2} + Q_{L2} \right]$$

Sustituyendo valores

$$R_{L1} = 1 - 0,005 = 0,95$$

$$R_{L2} = 1 - 0,008 = 0,92$$

$$Q_s = 0,95[[0,02 + 0]0,92 + [0,1 + 0,2 - 0,1 * 0,2]0,08] \\ + 0,05[[0,2 + 0,1 - 0,2 * 0,1]0,92 + 0,08]$$

$$Q_s = 0,95[0,0184 + 0,0224] + 0,05[0,2576 + 0,08]$$

$$Q_s = 0,03876 + 0,01688 = 0,05564$$

La probabilidad de fallo del suministro en el nodo de la carga es:

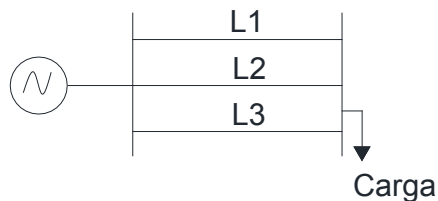
$$Q_s = 5,56 \%$$

### Conclusiones del problema 7.7.

Como se pudo observar, el cálculo de la probabilidad de fallo en el suministro al nodo de la carga puede ser rápidamente evaluada si se conocen las probabilidades de insuficiencia de la generación y la transmisión. Estos valores, como se sabe, se obtienen del estudio de la capacidad de generación estática aplicando el método de la probabilidad de pérdida de carga, o cualquier otro método, y de las corridas de flujo en un programa de computación digital para el caso de las insuficiencias de la transmisión.

### Problema 7.8.

Determine la expresión para evaluar la probabilidad de fallo del suministro al nodo de la carga en el sistema que sigue:



**Figura 7.17.** Esquema Unifilar del problema 7.8.



**Datos.**

$$P_g, P_{C(1,2,3)}, P_{C(2,3)}, P_{C(1,2)}, P_{C(1,3)}, P_{C(1)}, P_{C(2)}, P_{C(3)}, R_{L1}, R_{L2}, R_{L3}, Q_{L1}, Q_{L2}, Q_{L3}$$

**Orientaciones.**

Comience el análisis por la línea 1

**Solución.**

$$Q_S = Q_{S(L1\text{ disponible})}R_{L1} + Q_{S(L1\text{ indisponible})}Q_{L1}$$

Dado que L1 está disponible

$$Q_S = Q_{S(L2\text{ disponible})}R_{L2} + Q_{S(L2\text{ indisponible})}Q_{L2}$$

Para L1 y L2 disponible

$$Q_S = Q_{S(L3\text{ disponible})}R_{L3} + Q_{S(L3\text{ indisponible})}Q_{L3}$$

Para L1, L2 y L3 disponible

$$Q_S = P_g + P_{C(1,2,3)} - P_g P_{C(1,2,3)}$$

Para L1, L2 y L3 indisponible

$$Q_S = P_g + P_{C(1,2)} - P_g P_{C(1,2)}$$

Para L1 y L2 disponible

$$Q_S = [P_g + P_{C(1,2,3)} - P_g P_{C(1,2,3)}]R_{L3} + [P_g + P_{C(1,2)} - P_g P_{C(1,2)}]Q_{L3}$$

Para L1 disponible, L2 indisponible

$$Q_S = Q_{S \text{ (L3 disponible)}} R_{L3} + Q_{S \text{ (L3 indisponible)}} Q_{L3}$$

$$Q_S = [P_g + P_{C(1,3)} - P_g P_{C(1,3)}] R_{L3} + [P_g + P_{C(1)} - P_g P_{C(1)}] Q_{L3}$$

Luego, para L1 disponible

$$Q_S = R_{L2} \left[ [P_g + P_{C(1,2,3)} - P_g P_{C(1,2,3)}] R_{L3} + [P_g + P_{C(1,2)} - P_g P_{C(1,2)}] Q_{L3} \right] \\ + Q_{L2} \left[ [P_g + P_{C(1,3)} - P_g P_{C(1,3)}] R_{L3} + [P_g + P_{C(1)} - P_g P_{C(1)}] Q_{L3} \right]$$

Para L1 indisponible

$$Q_S = Q_{S \text{ (L2 disponible)}} R_{L2} + Q_{S \text{ (L2 indisponible)}} Q_{L2}$$

Para L1 indisponibles, L2 disponible

$$Q_S = Q_{S \text{ (L3 disponible)}} R_{L3} + Q_{S \text{ (L3 indisponible)}} Q_{L3}$$

$$Q_S = [P_g + P_{C(2,3)} - P_g P_{C(2,3)}] R_{L3} + [P_g + P_{C(2)} - P_g P_{C(2)}] Q_{L3}$$

Para L1 indisponible, L2 indisponible

$$Q_S = Q_{S \text{ (L3 disponible)}} R_{L3} + Q_{S \text{ (L3 indisponible)}} Q_{L3}$$

$$Q_S = [P_g + P_{C(3)} - P_g P_{C(3)}] R_{L3} + Q_{L3}$$

Luego para L1 indisponible

$$Q_S = R_{L2} \left[ [P_g + P_{C(2,3)} - P_g P_{C(2,3)}] R_{L3} + [P_g + P_{C(2)} - P_g P_{C(2)}] Q_{L3} \right] \\ + Q_{L2} \left[ [P_g + P_{C(3)} - P_g P_{C(3)}] R_{L3} + Q_{L3} \right]$$

Para el sistema completo

$$\begin{aligned}
 Q_s = R_{L_1} \{ & R_{L_2} [ [P_g + P_{C(1,2,3)} - P_g P_{C(1,2,3)}] R_{L_3} + [P_g + P_{C(1,2)} - P_g P_{C(1,2)}] Q_{L_3} ] \\
 & + Q_{L_2} [ [P_g + P_{C(1,3)} - P_g P_{C(1,3)}] R_{L_3} + [P_g + P_{C(1)} - P_g P_{C(1)}] Q_{L_3} ] \} \\
 & + Q_{L_1} \{ R_{L_2} [ [P_g + P_{C(2,3)} - P_g P_{C(2,3)}] R_{L_3} + [P_g + P_{C(2)} - P_g P_{C(2)}] Q_{L_3} ] \\
 & + Q_{L_2} [ [P_g + P_{C(3)} - P_g P_{C(3)}] R_{L_3} + Q_{L_3} ] \}
 \end{aligned}$$

### Conclusiones del Problema 7.8.

En este sistema de tres líneas paralelas y una planta, el método general de análisis empleado evalúa la probabilidad del fallo en el suministro comenzando por las líneas 1 y se analizan todas las combinaciones posibles hasta obtener la expresión general de cálculo. Las probabilidades de insuficiencia en la generación se obtienen de los estudios de la reserva estática y las probabilidades de insuficiencia de la transmisión se obtienen de corridas de un programa de flujo o por estudios del sistema en un analizador de redes C.A.

### Problema propuesto.

Determine la expresión para evaluar la probabilidad de fallo en el suministro al nodo de la carga del sistema que se muestra.

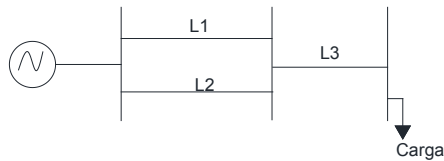


Figura 7.18. Esquema unifilar del problema propuesto

### Datos.

$$P_g, P_{C(1,2,3)}, P_{C(1,3)}, P_{C(2,3)}, Q_{L_1}, Q_{L_2}, Q_{L_3}$$

## **Bibliografía**

“Power Systems Reliability Evaluation”. Roy Billinton. Temas I, II, IV, V, VII

“Fundamentos de la teoría y del cálculo de fiabilidad”. B. S. Sotskov. Tema III

“Suministro eléctrico de empresas industriales”. A. A. Feodorov. Tema VI

“Mantenimiento Industrial en 3 tomos”. E. Navarrete.